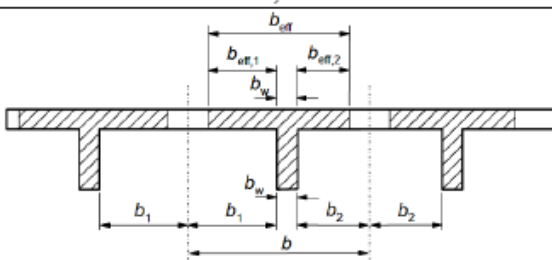
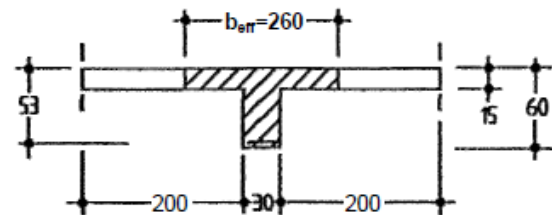
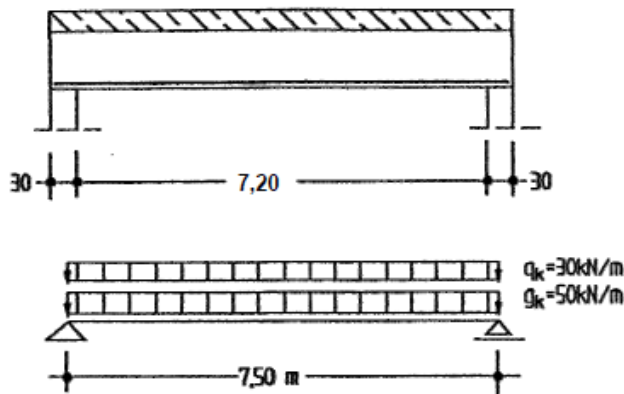


PRIMJER 13. (Poglavlje 3.4.)

Dimenzionirati prostu gredu opterećenu jednolikim kontinuiranim opterećenjem $G=50 \text{ kN/m}$ i $Q=30 \text{ kN/m}$. Gradivo: C30/37, B 500 (uzdužna armatura i vilice). Širina ležaja A i B je $t=30 \text{ cm}$. Osni razmak greda 430 cm .

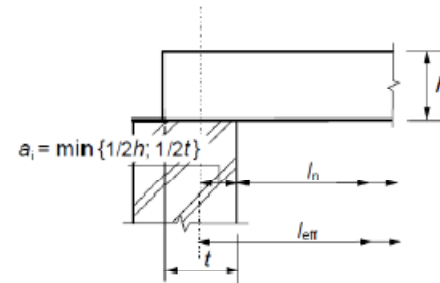


$b_1 = 200 \text{ cm}$
 $b_w = 30 \text{ cm}$
 $b = 430 \text{ cm}$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1.0 \frac{30}{1.5} = 20.00 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1.15} = 434.78 \text{ MPa} \text{ - uzdužna armatura}$$

$$f_{ywd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1.15} = 434.78 \text{ MPa} \text{ - vilice}$$



(a) Non-continuous members

$$a_i = \min\{1/2h; 1/2t\} = \min\{1/2 \cdot 60; 1/2 \cdot 30\} = \min\{30; 15\}$$

$$a_i = t/2 = 15 \text{ cm}$$

$$l_{eff} = l_n + a_i + a_i$$

$$l_{eff} = l_n + \frac{t}{2} + \frac{t}{2} = 720 + \frac{30}{2} + \frac{30}{2} = 750 \text{ cm} \text{ - raspon}$$

Razmak l_0 između nul točaka momenata za prostu gredu:
 $l_0 = l_{eff} = 7.5 \text{ m}$

Proračunska (sudjelujuća) širina ploče uz unutarnje rebro uzima se:

$$b_{\text{eff}} = \sum b_{\text{eff},i} + b_w \leq b$$

gdje je:

$$b_{\text{eff},i} = 0.2 \cdot b_i + 0.1 \cdot l_o \leq 0.2 \cdot l_o$$

i

$$b_{\text{eff},i} \leq b_i$$

$$b_{\text{eff},1} = 0.2 \cdot b_1 + 0.1 \cdot l_o \leq 0.2 \cdot l_o \leq b_1$$

$$b_1 = 200 \text{ cm}$$

$$b_w = 30 \text{ cm}$$

$$b = 430 \text{ cm}$$

$$b_{\text{eff},1} = 0.2 \cdot b_1 + 0.1 \cdot l_o \leq 0.2 \cdot l_o \leq b_1$$

$$b_{\text{eff},1} = 0.2 \cdot 200 + 0.1 \cdot 750 = 115 \text{ cm} \leq 0.2 \cdot 750 = 150 \text{ cm} \leq 200 \text{ cm}$$

$$b_{\text{eff},1} = 115 \text{ cm}$$

$$b_{\text{eff},2} = b_{\text{eff},1} = 115 \text{ cm}$$

$$b_{\text{eff}} = \sum b_{\text{eff},i} + b_w \leq b$$

$$b_{\text{eff}} = b_{\text{eff},1} + b_{\text{eff},2} + b_w \leq b$$

$$b_{\text{eff}} = 115 + 115 + 30 = 260 \text{ cm} \leq 300 \text{ cm}$$

$$b_{\text{eff}} = 260 \text{ cm}$$

1) Dimenzioniranje na savijanje

$$M_G = \frac{G \cdot l_{\text{eff}}^2}{8} = \frac{50 \cdot 7.5^2}{8} = 351.56 \text{ kNm}$$

$$M_Q = \frac{Q \cdot l_{\text{eff}}^2}{8} = \frac{30 \cdot 7.5^2}{8} = 210.94 \text{ kNm}$$

$$M_{Ed} = M_G \cdot \gamma_G + M_Q \cdot \gamma_Q = 351.56 \cdot 1.35 + 210.94 \cdot 1.5 = 791.02 \text{ kNm}$$

Limitirajuće vrijednosti za jednostruko armiranje su:

- za betone razreda čvrstoće od C12/15 do C50/60

$$\xi_{\text{lim}} = x/d = 0.45, \mu_{Rd,\text{lim}} = 0.296 \text{ i } \zeta_{\text{lim}} = z/d = 0.813$$

Pretpostavljamo da neutralna os pada u ploču.

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b_{\text{eff}} \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{79102}{260 \cdot 53^2 \cdot 2.0} = 0.054 < \mu_{Rd,\text{lim}} = 0.296$$

Iz tablica se očitava:

$$\varepsilon_{c,\text{ed}2} = -1.90\%, \varepsilon_{s1} = 20.00\%, \xi = 0.087, \zeta = 0.968 \text{ i } \mu_{Ed} = 0.055$$

$$x = \xi \cdot d = 0.087 \cdot 53 = 4.61 \text{ cm} < h_f = 15 \text{ cm}$$

Dokazano je da neutralna os pada u ploču.

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{79102}{0.968 \cdot 53 \cdot 43.478} = 35.46 \text{ cm}^2$$

Odabire se 10Ø22 (38.01 cm²) u sredini raspona, dok se 4Ø22 (15.21 cm²) vodi preko ležaja.

Provjera najmanjeg i najvećeg postotka armiranja

Najmanja ploština uzdužne vlačne armature $A_{s,\min}$:

$$A_{s,\min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d \text{ ali ne manje od } 0.0013 b_t d$$

gdje je:

- b_t - srednja širina vlačnog područja, za gredu presjeka T s tlačnom pojasnicom, u proračunu vrijednosti b_t uzima se samo hrbat

- f_{ctm} - srednja vlačna čvrstoća betona

$$f_{ctm} = 2.90 \text{ MPa}$$

$$A_{s1,\min} = 0.26 \frac{2.9}{500} \cdot 30 \cdot 53 = 2.40 \text{ cm}^2 \geq 0.0013 \cdot 30 \cdot 53 = 2.067 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1,\min} = 2.40 \text{ cm}^2$$

Najveće ploštine presjeka vlačne ili tlačne armature izvan područja nastavaka:

Za grede T-presjeka s tlačno naprezanom pojasnicom (presjek u polju): $A_{s1,\max} = 0.022 \cdot A_c$

a) kada se rabi beton razreda čvrstoće manji ili jednak C50/60 i kada je:

$$0.45d \leq h_f, \text{ tada je: } A_c = h \cdot b_{\text{eff}}$$

b) kada se rabi beton razreda čvrstoće manji ili jednak C50/60 i kada je:

$$0.45d > h_f, \text{ tada je: } A_c = 2.5 \cdot h_f \cdot b_{\text{eff}}$$

c) kada se rabi beton razreda čvrstoće veći ili jednak C55/67 i kada je:

$$0.35d \leq h_f, \text{ tada je: } A_c = h \cdot b_{\text{eff}}$$

d) kada se rabi beton razreda čvrstoće veći ili jednak C55/67 i kada je:

$$0.35d > h_f, \text{ tada je: } A_c = 3.0 \cdot h_f \cdot b_{\text{eff}}$$

$$A_{s1,\max} = 0.022 \cdot A_c$$

$$0.45 \cdot d > h_f$$

$$0.45 \cdot 53 > 15 \text{ cm}$$

$$23.85 \text{ cm} > 15 \text{ cm}, \text{ tada je: } A_c = 2.5 \cdot h_f \cdot b_{\text{eff}}$$

$$A_c = 2.5 \cdot h_f \cdot b_{\text{eff}}$$

$$A_c = 2.5 \cdot 15 \cdot 260 = 9750 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1,\max} = 0.022 \cdot A_c$$

$$A_{s1,\max} = 0.022 \cdot 9750 = 214.50 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1,\min} = 2.40 \text{ cm}^2 \leq A_{s1} = 38.01 \text{ cm}^2 \leq A_{s1,\max} = 214.50 \text{ cm}^2$$

2.) Dimenzioniranje na poprečnu silu

Za provjeru posmične otpornosti definiraju se sljedeći simboli:

- $V_{Rd,c}$ - proračunska posmična otpornost elementa bez poprečne armature
- $V_{Rd,s}$ - proračunska vrijednost poprečne sile koju preuzima poprečna armatura prilikom popuštanja
- $V_{Rd,max}$ - proračunska vrijednost najveće poprečne sile koju preuzima element, ograničen drobljenjem tlačnih štapova.

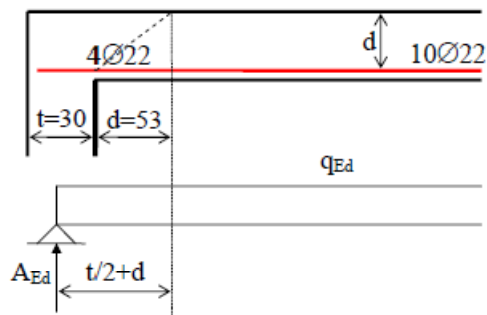
Debljina ležaja A i B je $t=30$ cm.

Poprečna sila nad ležajem A (ležajna reakcija):

$$V_G = \frac{G \cdot l_{eff}}{2} = \frac{50 \cdot 7.5}{2} = 187.5 \text{ kN}$$

$$V_Q = \frac{Q \cdot l_{eff}}{2} = \frac{30 \cdot 7.5}{2} = 112.5 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,A} = V_G \cdot \gamma_G + V_Q \cdot \gamma_Q = 187.5 \cdot 1.35 + 112.5 \cdot 1.5 = 421.875 \text{ kN}$$



Umanjena poprečna sila na udaljenosti $(t/2+d)$ cm desno od ležaja A :

$$(t/2 + d) = (30/2 + 53) = 68 \text{ cm}$$

$$V'_{Ed,A} = V_{Ed,A} - (G \cdot 1.35 + Q \cdot 1.5) \left(\frac{t}{2} + d \right)$$

$$V'_{Ed,A} = 421.87 - (50 \cdot 1.35 + 30 \cdot 1.5) \left(\frac{0.3}{2} + 0.53 \right) = 345.375 \text{ kN}$$

a) najprije provjeravamo da li nam treba proračunski potrebna armatura

Za elemente na koje djeluje pretežno jednoliko raspodijeljeno opterećenje proračunsku poprečnu silu ne treba kontrolirati na razmaku manjem od d od lica oslonca. Svu zahtijevanu poprečnu armaturu treba nastaviti do oslonca. Osim toga treba provjeriti da poprečna sila na osloncu ne prelazi vrijednost $V_{Rd,max}$.

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$$

$$V'_{Ed,A} \leq V_{Rd,c}$$

Proračunska vrijednost otpornosti za djelovanje poprečne sile $V_{Rd,c}$ dana je izrazima:

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \cdot k (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d$$

uz najmanju vrijednost

$$V_{Rd,c} = \left[v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d$$

gdje je:

- f_{ck} - u MPa

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0 \quad \text{gdje } d \text{ u mm}$$

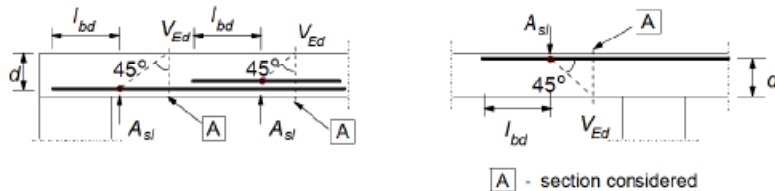
$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{530}} \leq 2.0 = 1.61429 \leq 2.0$$

$$k = 1.614$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b \cdot d} \leq 0.02$$

- A_{sl} - ploština vlačne armature koja se proteže $\geq (l_{bd} + d)$ izvan promatranog presjeka

- b_w - najmanja širina poprečnog presjeka u vlačnom području [mm]



$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b \cdot d} \leq 0.02$$

Glavna uzdužna armatura iznosi 10 \varnothing 22 (38.01 cm²) u sredini raspona, dok se 4 \varnothing 22 (15.21 cm²) vodi preko ležaja.

$$\rho_1 = \frac{1521}{300 \cdot 530} \leq 0.02$$

$$\rho_1 = 0.00957 \leq 0.02$$

$$\rho_1 = 0.00957$$

$$\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c < 0.2 \cdot f_{cd} \text{ [MPa]}$$

- N_{Ed} - osna sila u presjeku zbog opterećenja ili prednapinjanja [u N] ($N_{Ed} > 0$ za tlačno naprezanje). Utjecaj prisilnih deformiranja na N_{Ed} smije se zanemariti.

- A_c - ploština betonskoga presjeka [mm²]

- $V_{Rd,c}$ u [N].

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0.2 \cdot f_{cd}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{0}{A_c} < 0.2 \cdot 20$$

$$\sigma_{cp} = 0 \text{ MPa} < 4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cp} = 0 \text{ MPa}$$

$$C_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c}$$

$$C_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c} = \frac{0.18}{1.5} = 0.12$$

$$v_{\min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$$

$$v_{\min} = 0.035 \cdot 1.614^{3/2} \cdot 30^{1/2} = 0.393$$

$$k_1 = 0.15$$

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} \cdot k(100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{Rd,c} = [0.12 \cdot 1.61429 \cdot (100 \cdot 0.00957 \cdot 30)^{1/3} + 0.15 \cdot 0] \cdot 300 \cdot 530$$

$$V_{Rd,c} = 94312.963 \text{ N} = 94.30 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,c} = [v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{Rd,c} = (0.393 + 0.15 \cdot 0) \cdot 300 \cdot 530 = 62487 \text{ N}$$

$$V_{Rd,c} = 62.487 \text{ kN}$$

Usvaja se veća vrijednost:

$$V_{Rd,c} = 94.30 \text{ kN}$$

$$V'_{Ed,A} \leq V_{Rd,c}$$

$$V'_{Ed,A} = 345.37 \text{ kN} > V_{Rd,c} = 94.30 \text{ kN} \quad \text{potrebno je}$$

proračunati poprečnu armaturu

b) proračun poprečne armature (vilica)

Odabiremo dvorezne vilice (m=2) $\varnothing 10$:

$$A_{sw} = m \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4} = 2 \frac{1.0^2 \cdot \pi}{4} = 1.57 \text{ cm}^2$$

- α - kut između poprečne armature i osi grede okomito na poprečnu silu (mjereno pozitivno kao na slici)

$$\alpha = 90^\circ \text{ - vilice}$$

- θ - kut između betonskog tlačnog štapa i osi grede okomito na poprečnu silu

$1 \leq \cot \theta \leq 2.5$, osim za elemente istodobno naprezane savijanjem i uzdužnom vlačnom silom, kada se uzima: $\cot \theta = 1$.

$$1 \leq \cot \theta \leq 2.5$$

$$45^\circ \geq \theta \geq 21.80^\circ$$

$$\Theta = 40^\circ \text{ - usvajamo}$$

$$\cot \Theta = 1.192$$

- b_w - najmanja širina presjeka između vlačnog i tlačnog pojasa

- z - krak unutarnjih sila, za element konstantne visine odgovara momentu savijanja u elementu. U proračunu posmika armiranog betona bez osne sile, smije se upotrijebiti približna vrijednost $z = 0.9d$.

$$z = 0.9 \cdot d = 0.9 \cdot 530 = 477 \text{ mm}$$

Za elemente s vertikalnom posmičnom armaturom, otpornost na djelovanje poprečne sile $V_{Rd,s}$ je:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \Theta$$

gdje je:

- A_{sw} - ploština presjeka poprečne armature
- s - razmak spona
- f_{ywd} - proračunska granica popuštanja poprečne armature

$$V'_{Ed,A} < V_{Rd,s}$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \Theta$$

$$V'_{Ed,A} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \Theta$$

$$s = \frac{A_{sw} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \Theta}{V'_{Ed,A}}$$

$$s = \frac{157.08 \cdot 477 \cdot 434.783 \cdot \cot 40^\circ}{345375} = 112.43 \text{ mm}$$

$s = 110 \text{ mm}$ - usvajamo

Računske vilice su dvorezne vilice ($m=2$) $\varnothing 10/11 \text{ cm}$.

Najveća proračunska ploština presjeka poprečne armature $A_{sw,max}$ za $\cot \theta = 1$ dana je izrazom:

$$\frac{A_{sw,max} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \leq \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd}$$

$$\frac{157.08 \cdot 434.783}{300 \cdot 110} \leq \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 0.528 \cdot 20$$

$$2.07 \text{ MPa} \leq 5.28 \text{ MPa} \text{ - zadovoljava}$$

c) kontrola nosivosti tlačne dijagonale

$$V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{(\cot \Theta + \tan \Theta)}$$

gdje je:

- v_1 - koeficijent smanjenja čvrstoće za beton raspucan zbog posmika

$$v = 0.6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \quad (f_{ck} \text{ u MPa})$$

$$v_1 = 0.6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] = 0.6 \left[1 - \frac{30}{250} \right] = 0.528$$

$$v_1 = v$$

$$v_1 = 0.528$$

- α_{cw} - koeficijent koji uzima u obzir stanje naprezanja u tlačnom pojasu.

$\alpha_{cw} = 1$ za neprednapete konstrukcije i kada nema uzdužne sile

$$V'_{Ed,A} \leq V_{Rd,max}$$

$$V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{(\cot \Theta + \tan \Theta)}$$

$$V_{Rd,max} = \frac{1 \cdot 300 \cdot 477 \cdot 0.528 \cdot 20}{1.192 + 0.839} = 744.04 \text{ kN}$$

$$V'_{Ed,A} \leq V_{Rd,max}$$

$$V'_{Ed,A} = 421.875 \text{ kN} \leq V_{Rd,max} = 744.04 \text{ kN} \text{ - zadovoljen je i uvjet nosivosti tlačnih štapova.}$$

d) provjera minimalne armature i razmaka vilica

Minimalni koeficijent armiranja za preuzimanje poprečne sile $\rho_{w,\min} = 0.15 \cdot (f_{ct,m}/f_{yk})$

- f_{ctm} - srednja vlačna čvrstoća betona

$$f_{ctm} = 0.3 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

$$f_{ctm} = 0.3 \cdot 30^{2/3} = 2.90 \text{ MPa}$$

$$\rho_{w,\min} = 0.15 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} = 0.15 \cdot \frac{2.90}{500} = 0.00087$$

$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin \alpha}$ - koeficijent armiranja vilicama

$$s = \frac{A_{sw}}{\rho_w \cdot b_w \cdot \sin \alpha}$$

Najveći uzdužni razmak između poprečnih armatura $s_{l,\max}$:

$$s_{l,\max,1} = \frac{A_{sw}}{\rho_{w,\min} \cdot b_w \cdot \sin \alpha} = \frac{157.08}{0.00087 \cdot 300 \cdot 1} = 601.84 \text{ mm}$$

Najveći uzdužni razmak između poprečnih armatura $s_{l,\max}$:

Vrijednost proračunske poprečne sile V_{Ed}	Razred tlačne čvrstoće betona	
	$\leq C50/60$ $\leq LC50/60$	$> C50/60$ $> LC50/60$
	Uzdužni razmak spona $s_{l,\max}$	
$V_{Ed} \leq 0,3 V_{Rd,\max}$	$0,75d \leq 300 \text{ mm}$	$0,75d \leq 200 \text{ mm}$
$0,3 V_{Rd,\max} < V_{Ed} \leq 0,6 V_{Rd,\max}$	$0,55d \leq 300 \text{ mm}$	$0,55d \leq 200 \text{ mm}$
$0,6 V_{Rd,\max} < V_{Ed} \leq 1,0 V_{Rd,\max}$	$0,30d \leq 200 \text{ mm}$	

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,\max}} = \frac{421875}{744035.45} = 0.567 \Rightarrow s_{l,\max} = 0.55 \cdot d \leq 300 \text{ mm}$$

$$s_{l,\max,2} = 0.55 \cdot 530 \leq 300 \text{ mm}$$

$$s_{l,\max,2} = 291.5 \text{ mm} \leq 300 \text{ mm}$$

$$s_{l,\max,2} = 291.50 \text{ mm}$$

Mjerodavna je manja vrijednost:

$$s_{l,\max,1} = 601.84 \text{ mm}$$

$$s_{l,\max,2} = 291.50 \text{ mm}$$

$$s_{l,\max} = 291.50 \text{ mm}$$

Usvjamo minimalne vilice na razmaku:

$$s_{l,\max} = 290 \text{ mm}$$

Minimalne vilice su dvorezne vilice ($m=2$) $\varnothing 10/29 \text{ cm}$.

e) poprečna silu koju nose minimalne vilice (m=2) $\varnothing 10/29$ cm:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \Theta$$

$$V_{Rd,s,min} = \frac{A_{sw}}{s_{l,max}} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \Theta$$

$$V_{Rd,s,min} = \frac{157.08}{290} \cdot 0.9 \cdot 530 \cdot 434.783 \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} 40^{\circ}} = 133.875 \text{ kN}$$

Mjesto gdje poprečna sila mijenja predznak:

$$x_0 = \frac{7500}{2} = 3750 \text{ mm}$$

Mjesto gdje poprečna sila poprima vrijednost $V_{Rd,s,min}$:

$$x = x_0 - \frac{V_{Rd,s,min}}{V_{Ed}} \cdot x_0$$

$$x = 3750 - \frac{133875}{421875} \cdot 3750 = 2560 \text{ mm}$$

$$x = 256 \text{ cm}$$

Minimalne vilice zadovoljavaju na duljini od 2.56 m do sredine raspona.

