

Nacrtna geometrija i tehničko crtanje

Nastavnik: prof.dr Sandra Kosić-Jeremić

Saradnici: Dajana Papaz, ma, Anastasija Šarenac

Literatura:

Osnovni udžbenik:

Živko Babić: Nacrtna geometrija, Univerzitet u Banjoj Luci, Mašinski fakultet u Banjoj Luci, 2010. godine

- 1. Katarina Jevtić-Novaković: Nacrtna geometrija sa perspektivom, Beograd 2010.**
- 2. V. Đurović: Nacrtna geometrija, Naučna knjiga, Beograd**
- 3. Stevan Živanović, Aleksandar Čučaković: Zbirka zadataka iz nacrtna geometrije i perspektive sa rešenim primerima, Akademska misao, 2008.g. Beograd**
- 4. Ljubica Gagić: Nacrtna geometrija, Akademska misao, Beograd**

Za predavanja:

-sveska A4 bez linija

-2 trougla, šestar, olovke (meka i tvrda), gumica, olovke u boji

Sadržaj predmeta:

- **P/V1/V2:** Opšti pojmovi o projiciranju. Projekcijske ravni. Projekcije tačke. Kosa projekcija tačke. Projekcije duži i određivanje prave veličine duži.
- **P/V3/V4:** Projekcije prave. Prodori prave kroz projekcijske ravni.
- **P/V4/V5:** Definisanje ravni. Određivanje tragova ravni. Specijalni položaji ravni. Tačka i prava u ravni. Prodor prave kroz ravan
- **P/V6/V7:** Obaranje ravni. Lik u ravni. Prodor prave kroz lik. Presjek dva ravna lika.
 - **P/V8/V9:** Transformacija i rotacija. Primjena transformacije i rotacije.
- **Kolokvijum 1 – šesta sedmica**
- **P/V10/V11:** Geometrijska tijela. Projekcije tijela.
- **P/V12/V13:** Kolineacija. Afinitet. Ravni presjeci rogljastih tijela.
- **P/V14/V15:** Prodori rogljastih tijela.
- **P/V16/V17:** Ravni presjeci obliha tijela. Presjek valjka i lopte sa ravni.
- **P/V18/V19:** Ravni presjeci obliha tijela. Presjek konusa sa ravni.
- **Kolokvijum 2**
- **P/V20/V21:** Krovovi. Presjek krovnih ravni.
- **P/V22/V23:** Kotirana projekcija. Tačka prava i ravan. Graduisanje ravni.
- **P/V24:** Topografske površi. Zemljište.

UVOD

- **Nacrtna geometrija (Descriptive geometry)** je nastala krajem XVIII vijeka. Njen tvorac je francuski inženjer i matematičar **Gaspard Monge (Gaspar Monž)**. 1746. - 1818.g
- Njegovu metodu projiciranja na dvije okomite ravni zovemo Mongeovo projiciranje.



Nacrtna geometrija se bavi proučavanjem geometrijskih postupaka za rješavanje, konstruisanje i oblikovanje geometrijskih problema iz 3D prostora i njihovo predstavljanje u odgovarajućim projekcijama u dvodimenzionalnoj ravni.

Predstavlja naučnu osnovu svakog tehničkog crteža.

Nacrtna geometrija može da se izvodi na tradicionalan način - klasičnim priborom za crtanje i na savremen način – pomoću kompjutera, koji je opremljen odgovarajućim grafičkim programom - softverom...AutoCAD, GeoGebra i sl.

Da bi se prostorni objekti ili zamisli budućih objekata mogli prikazati na listu papira koristimo se **projektovanjem (projiciranjem)**.

Projektovanje (projiciranje) je osnovni postupak nacrtne geometrije u kome se 3D objekti projektuju ili projiciraju pravolinijskim zracima na ravan crteža koja se naziva projekcijska ravan ili likoravan.

Da bi mogao da se izvede postupak projektovanja ili projiciranja potrebno je da imamo:

- a) Objekat (predmet) koji se projektuje
- b) Centar projiciranja ili središte projiciranja - očna tačka iz koje se objekat projektuje
- c) Ravan na koju se izvodi projektovanje objekta - likoravan

VRSTE PROJEKCIJA

- **CENTRALNA PROJEKCIJA - PERSPEKTIVA**

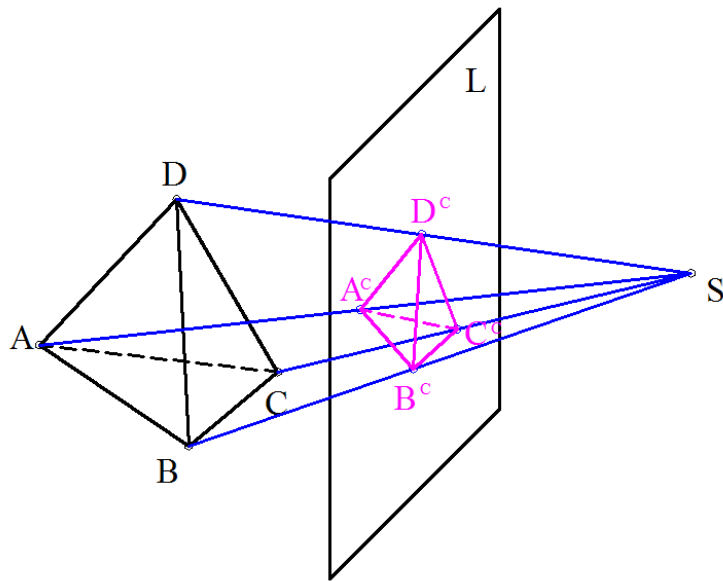
- **PARALELNA PROJEKCIJA**

- a) **Ortogonalna ili normalna** - projekcijski zraci su normalni na projekcijsku ravan (osnovni način crtanja u tehničkim naukama)

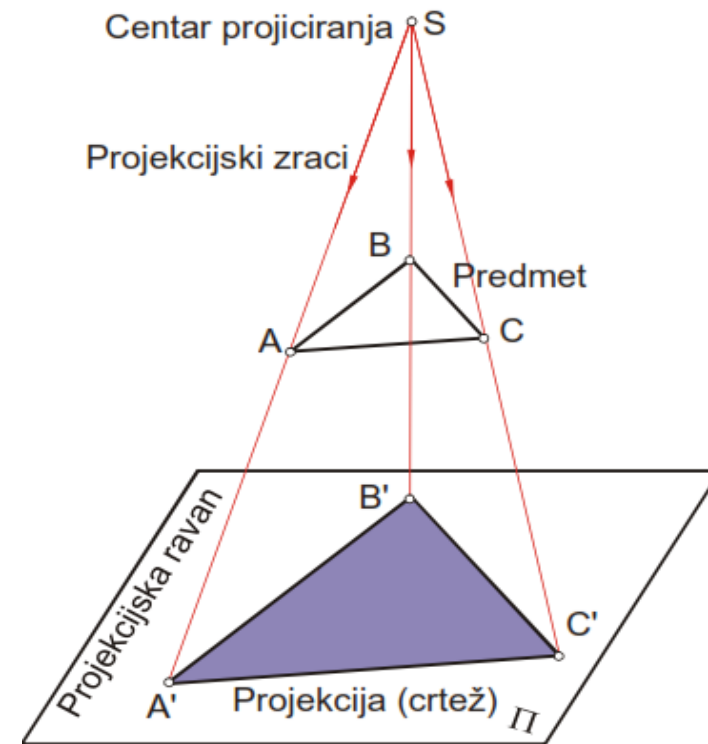
- b) **Aksonometrija (kosa projekcija)** – projekcijski zraci su koso prema projekcijskoj ravni

- **CENTRALNA PROJEKCIJA - PERSPEKTIVA**

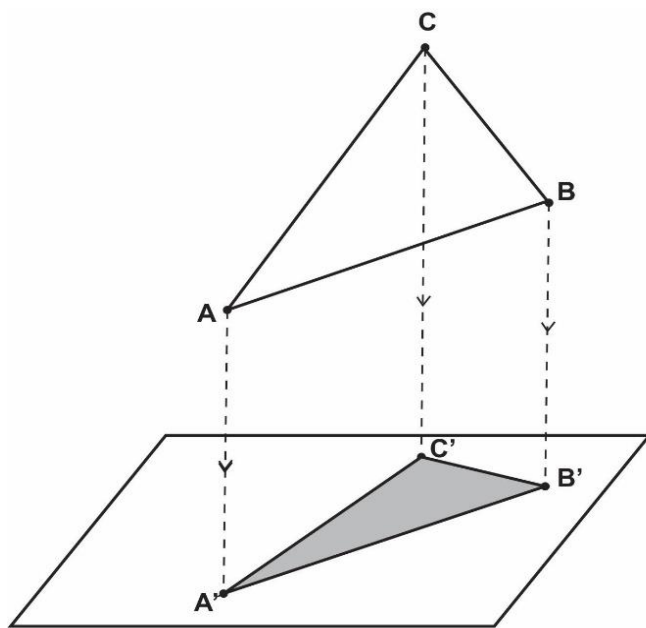
Projekcijski zraci su usmjereni prema oku posmatrača. S je na konačnom rastojanju od predmeta. Nedostatak: komplikovano određivanje dimenzija tj. ne može se uzimati direktno sa projekcije.



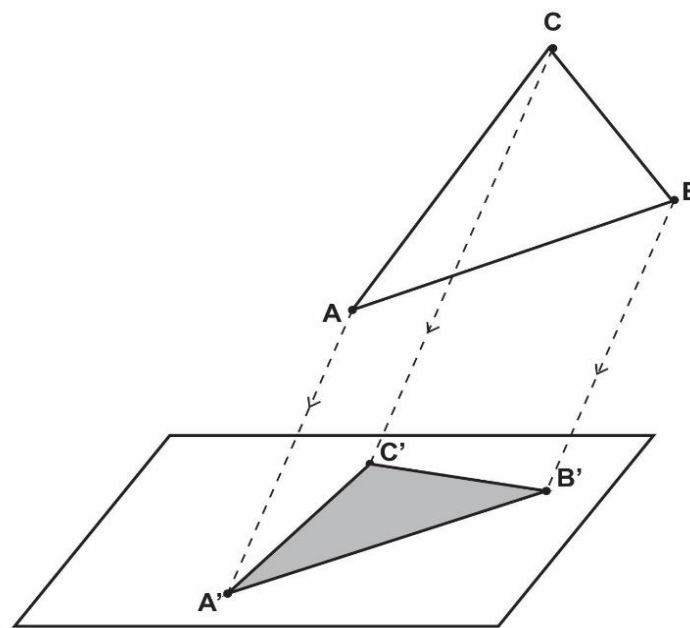
Sl.1 Centralna projekcija (Perspektiva)



PARALELNA PROJEKCIJA

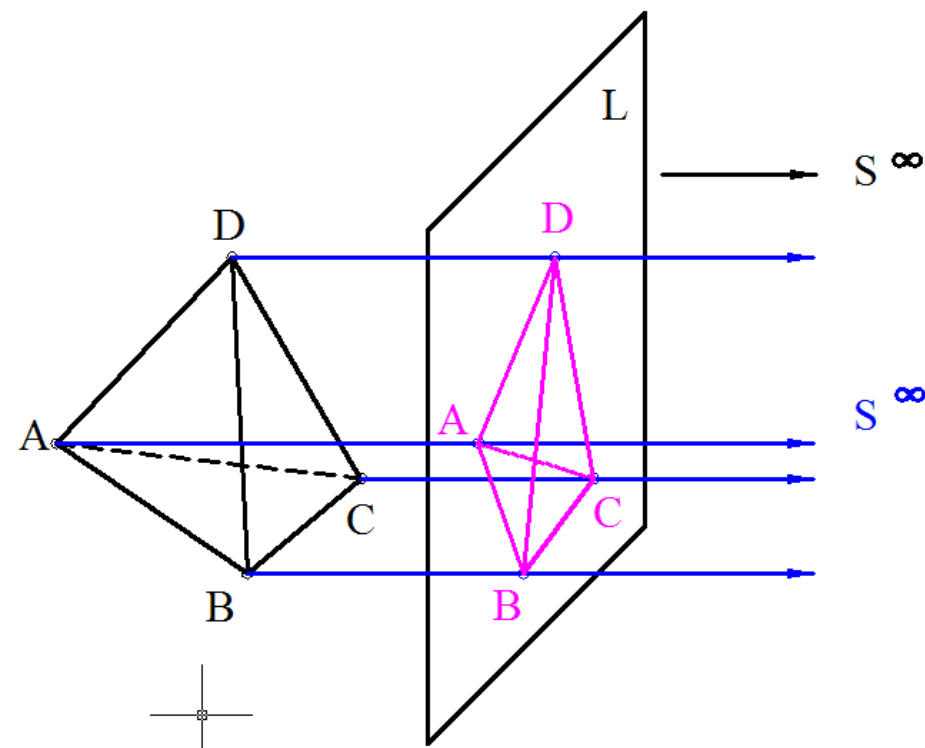
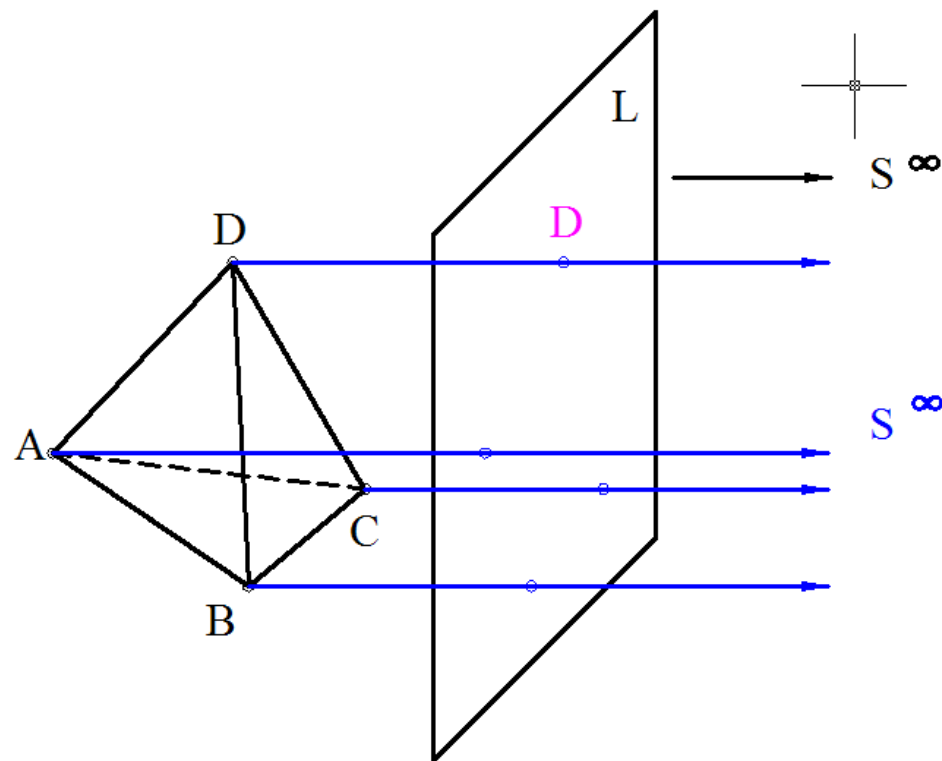


ortogonalna



kosa

Ortogonalna projekcija



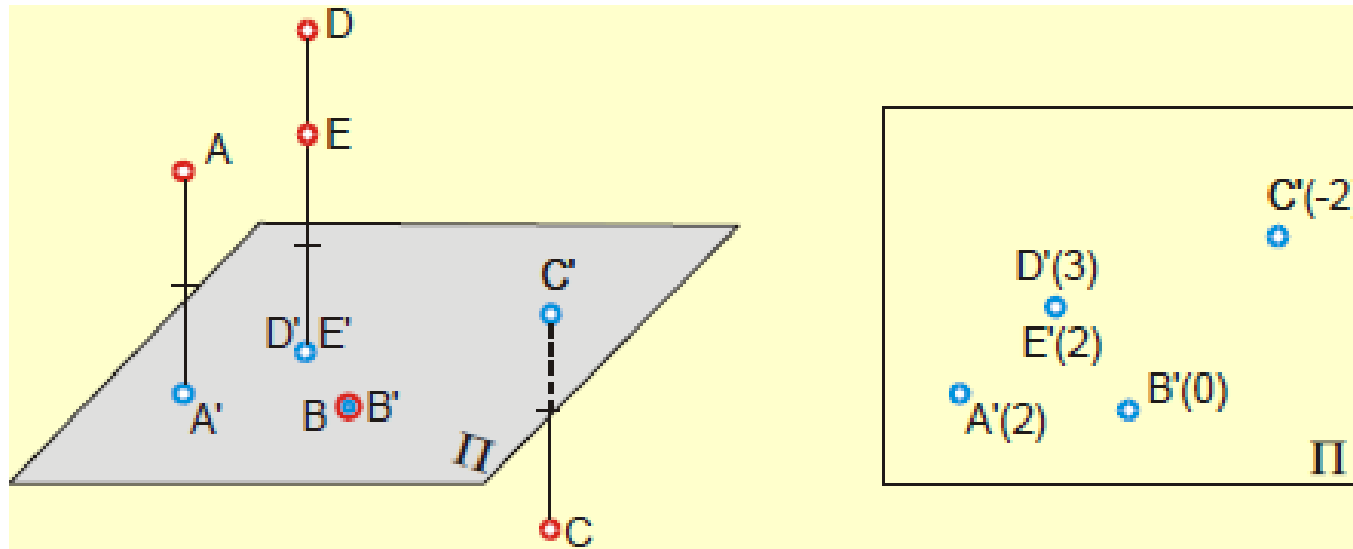
Sl. 3 Paralelna projekcija
(Ortogonalna projekcija)

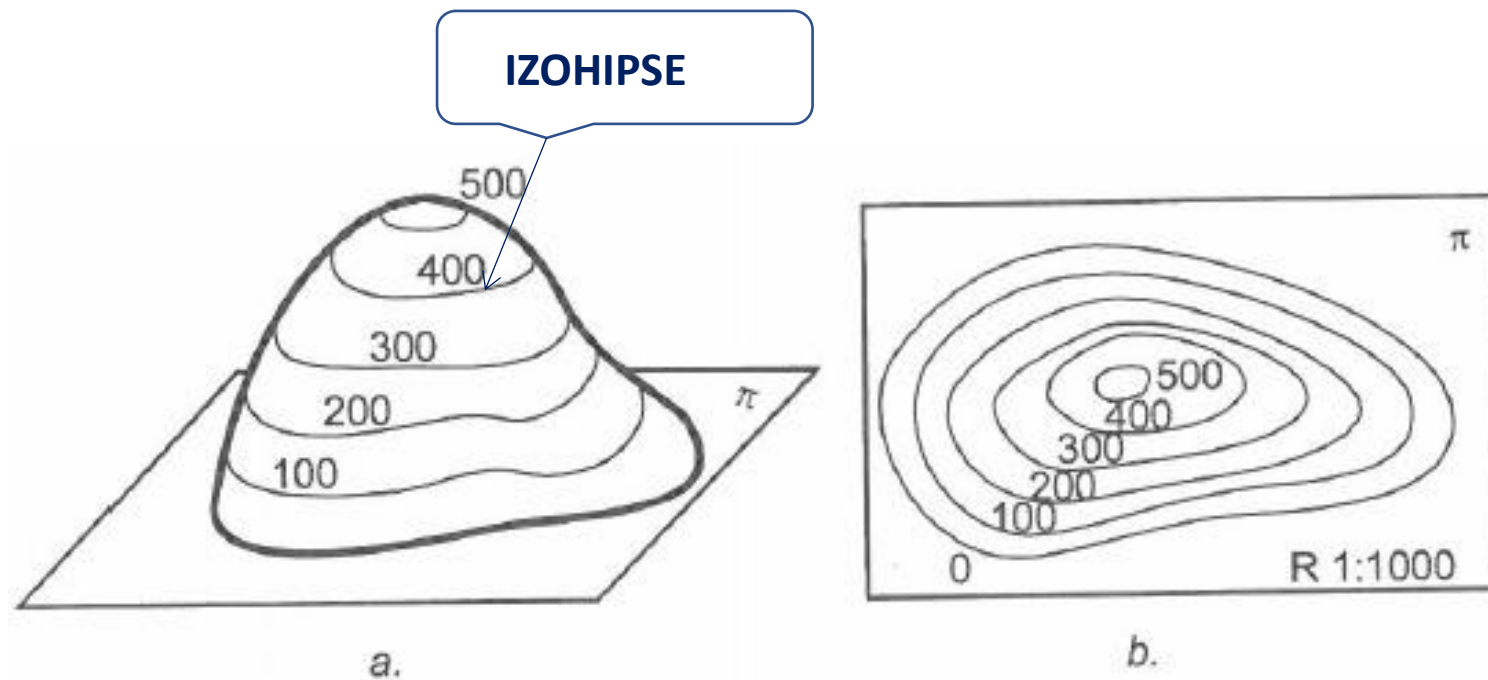
Kotirana projekcija

Kotirana projekcija je ortogonalno projiciranje tačke na horizontalnu ravan, pri čemu je poznata udaljenost tačke od ravni – KOTA.

Kotirana projekcija se koristi kod prikazivanja zemljišta, projektovanja puteva, pruga, nasipa, kanala itd.

Nivo mora ima kotu 0 (nulta površ).



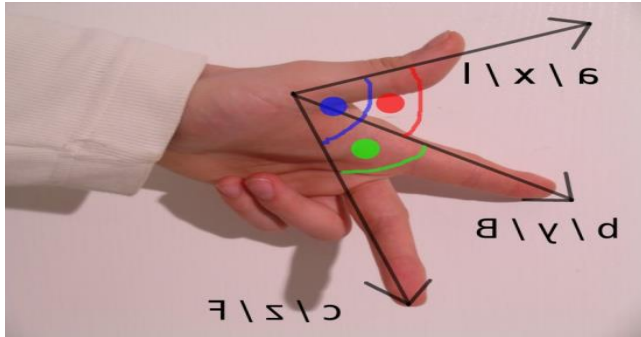


Sl.1.5 Prikaz brežuljka u kotiranoj projekciji

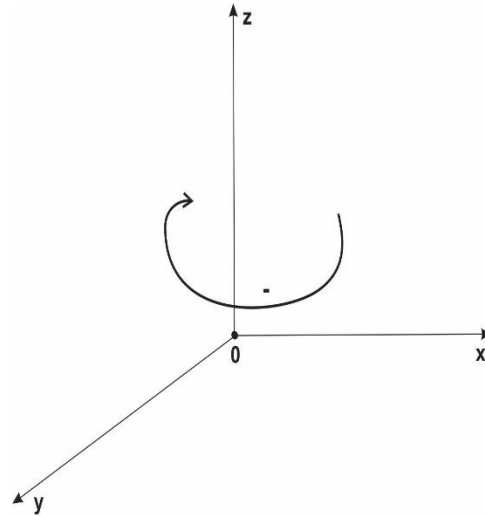
Ako se teren presiječe horizontalnom ravni,
dobija se zatvorena kriva linija IZOHIPSA.

Lijevi i desni pravougli Dekartov koordinatni sistem

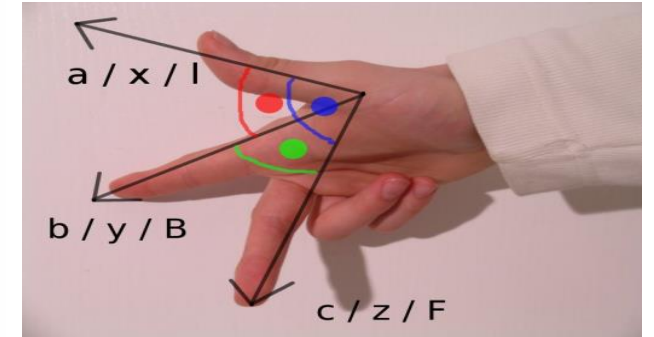
Lijevi pravougli
koordinatni sistem



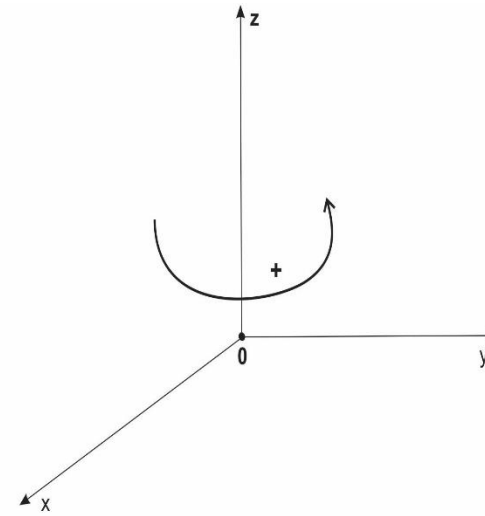
Pravilo lijeve ruke



Desni pravougli
koordinatni sistem



Pravilo desne ruke



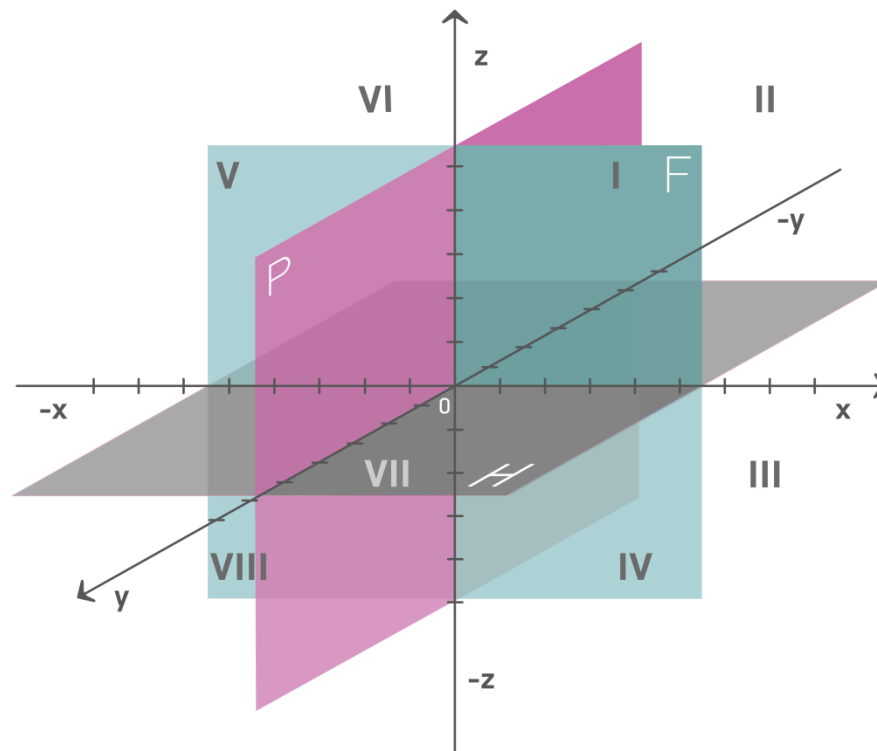
ORTOGONALNE PROJEKCIJE NA TRI PROJEKCIJSKE RAVNI

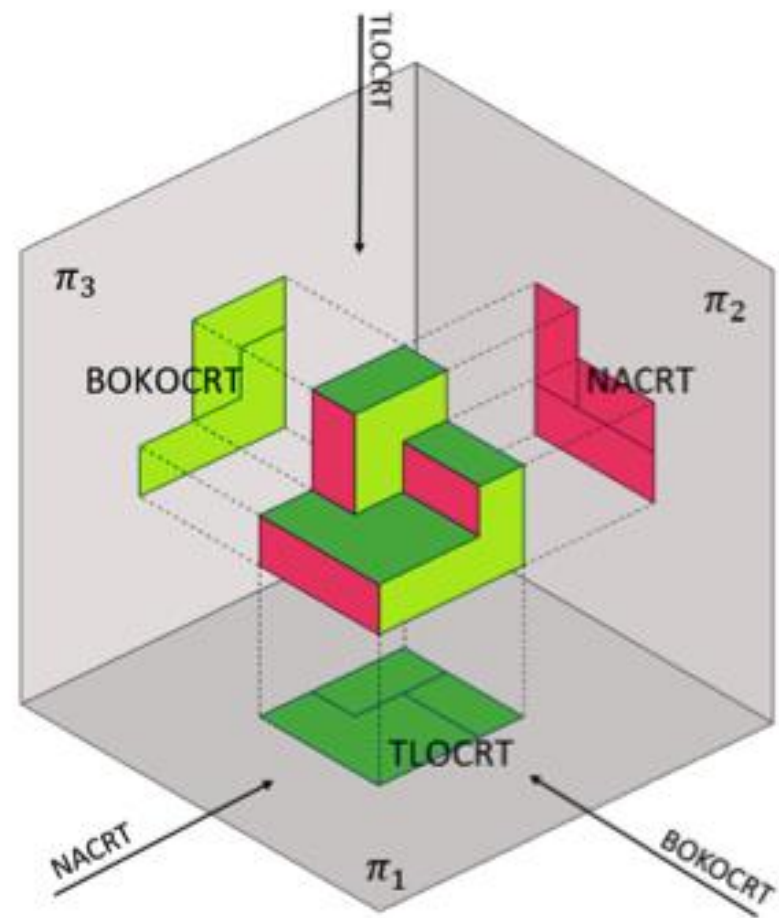
Sa tri međusobno okomite ravni prostor dijelimo na 8 oktanata.

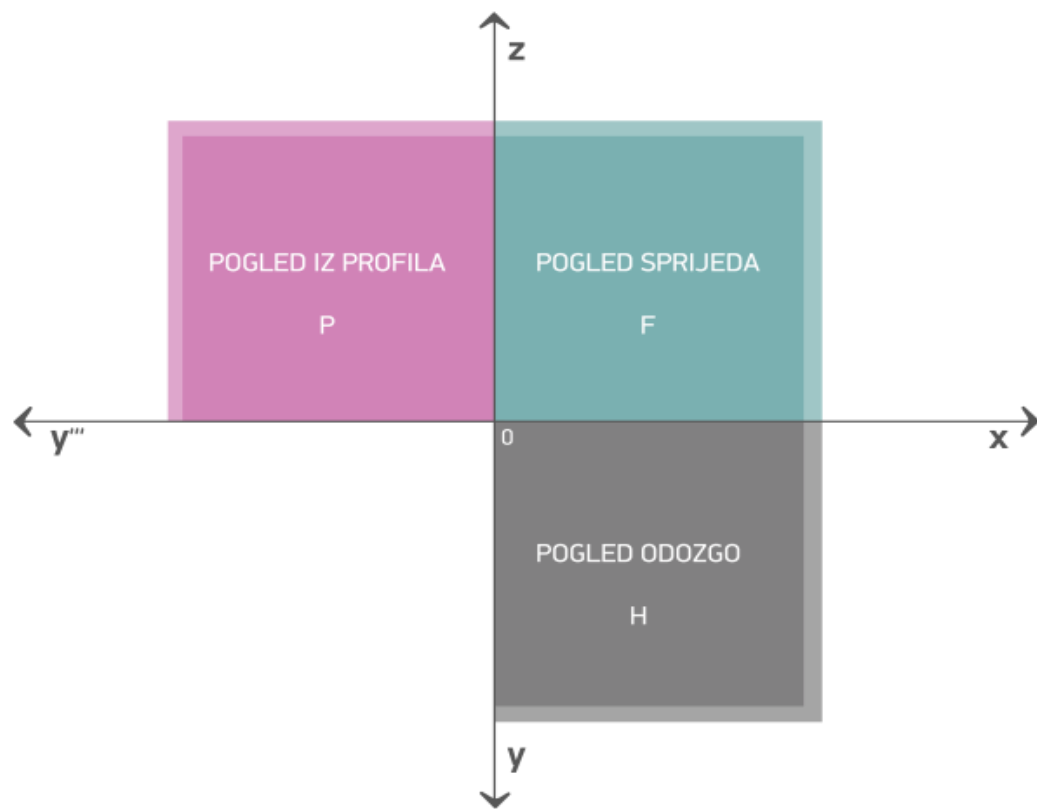
Ravni π_1 , π_2 i π_3 nazivaju se **projekcijskim ravnima**.

Ravan π_1 naziva se **horizontalnica** i obilježava sa **H**, ravan π_2 naziva se **frontalnica** i obilježava se i sa **F**, a ravan π_3 **profilnica** i obilježava sa **P**.

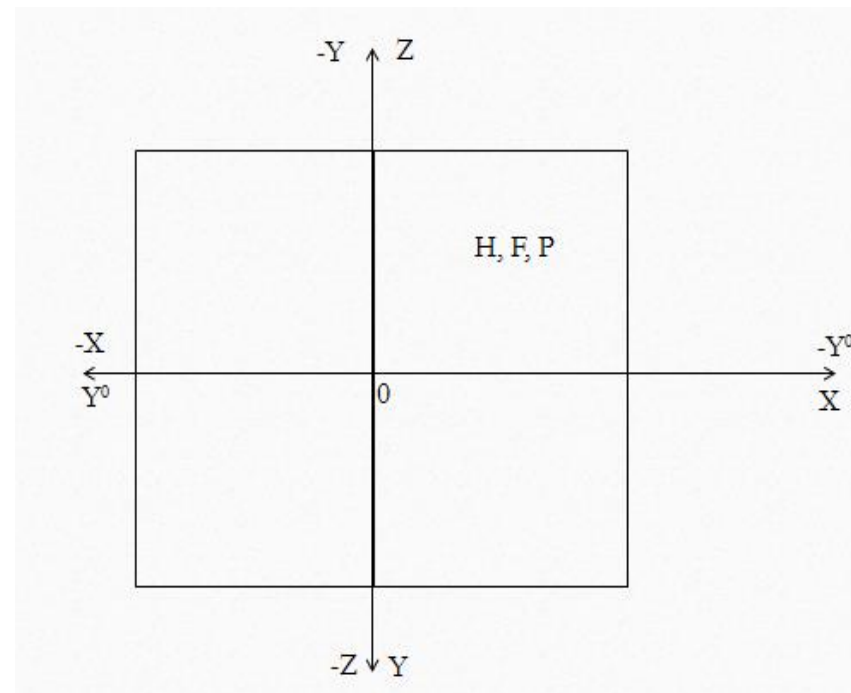
Ortogonalne projekcije nekog objekta u prostoru na projekcijske ravni H, F i P redom nazivaju se **tlocrt**, **nacrt** i **bokocrt**.





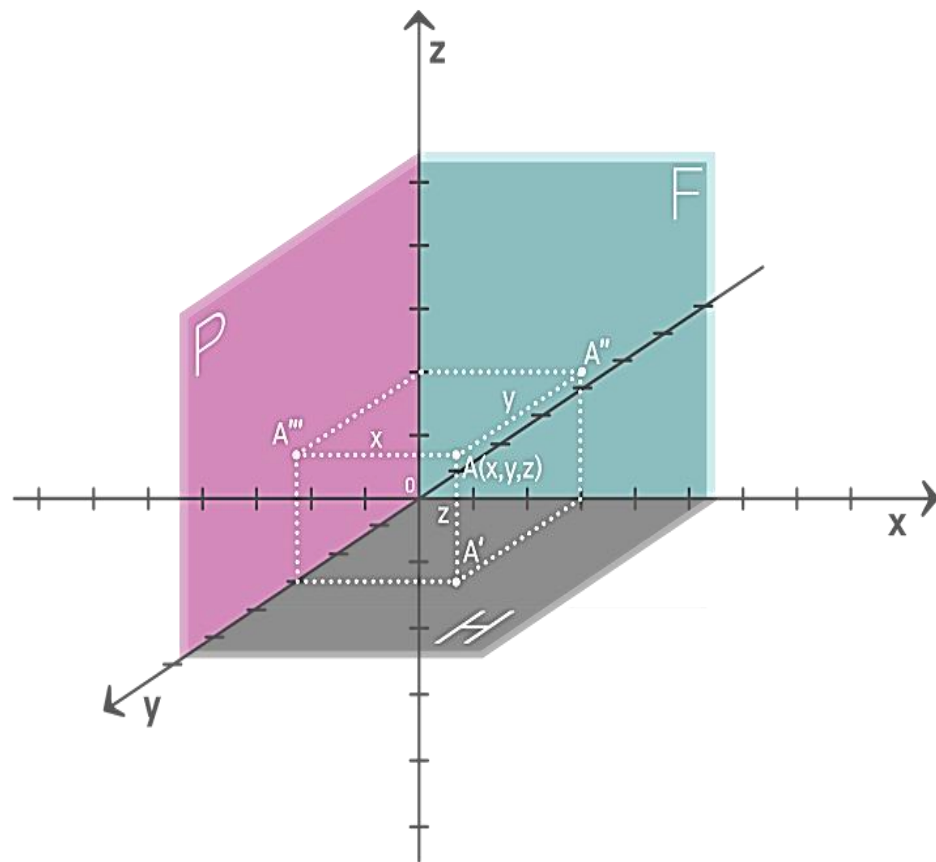


Prvi oktant nakon obaranja ravni



Oktanti nakon obaranja ravni

Projekcije tačke na tri ravni

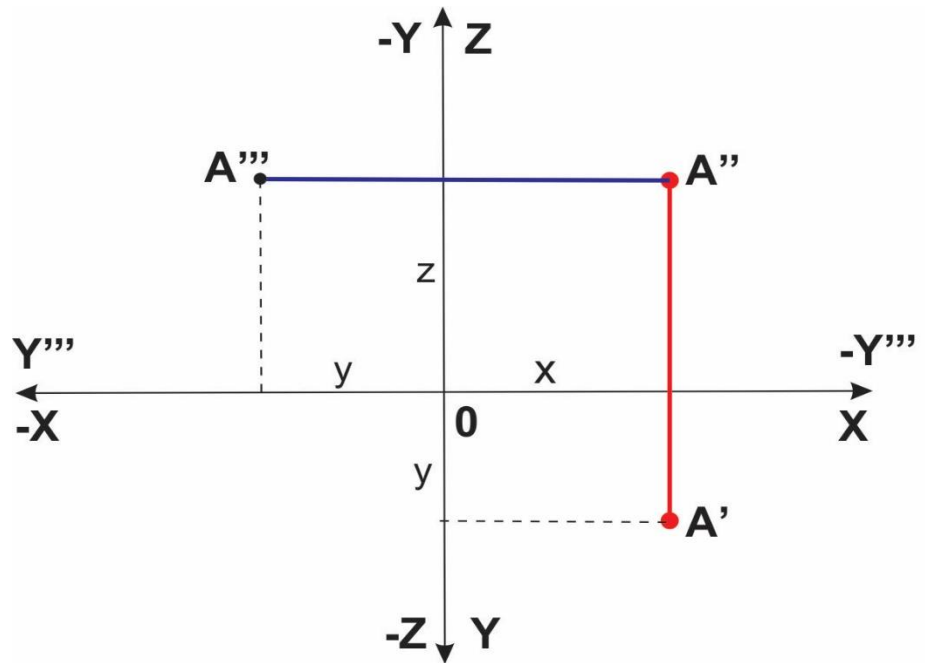


$A'(x,y)$ x- apscisa

$A''(x,z)$ y-prva ordinata

$A'''(y,z)$ z-druga ordinata

Tačka u prostoru je udaljena od $\pi_1(H)$ za vrijednost ordinate z , od $\pi_2(F)$ za vrijednost ordinate y , a od $\pi_3(P)$ za vrijednost apscise x .



Tačka u ortogonalnim projekcijama na projekcijske ravni

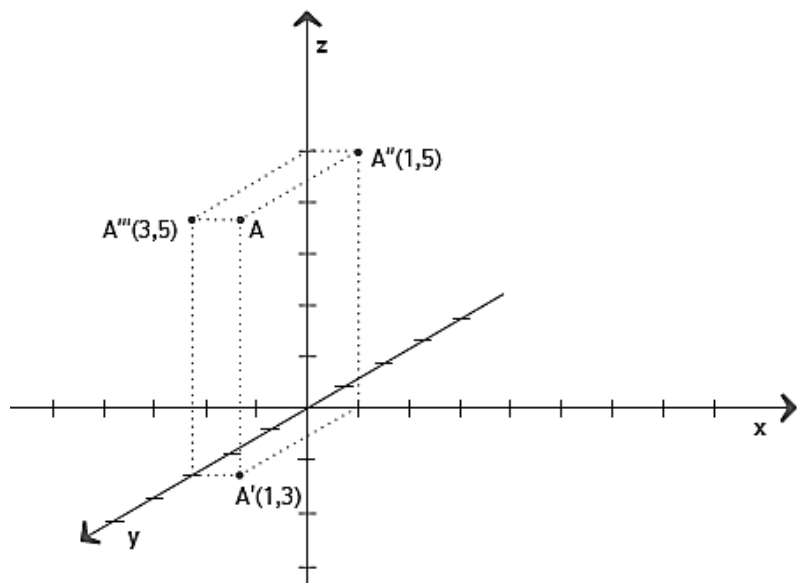
Tačke A' i A'' leže na istoj ordinali. Duž $A''A'''$ je uvijek paralelna sa x -osom.

Oktant	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
x-osa	+	+	+	+	-	-	-	-
y-osa	+	-	-	+	+	-	-	+
z-osa	+	+	-	-	+	+	-	-

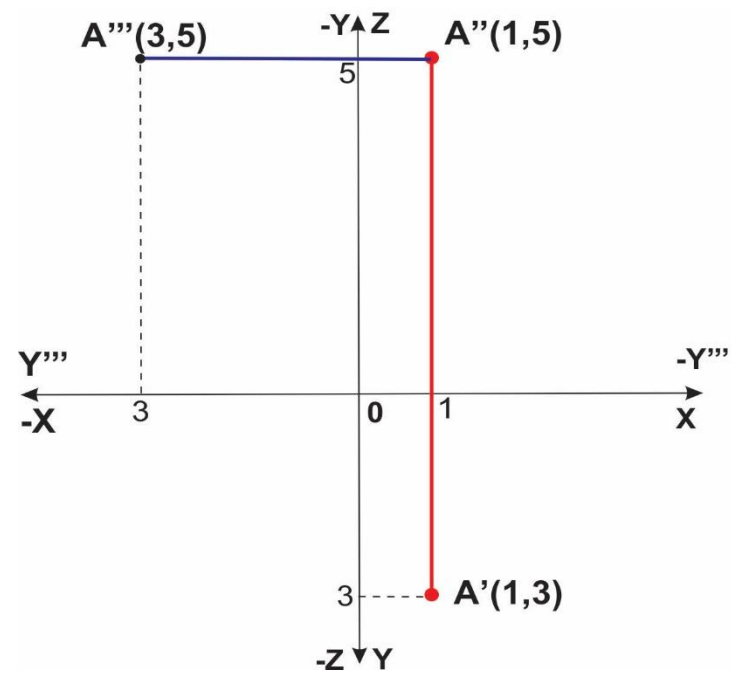
Znak koordinata u zavisnosti od oktanta u kojem se tačka nalazi

Primjer: Nacrtati položaj tačaka u prostoru i njihove ortogonalne projekcije
 $A(1, 3, 5)$, $B(2, -3, 5)$, $C(-2, 1, 4)$.

Rješenje:



Tačka $A(1,3,5)$ u prostoru

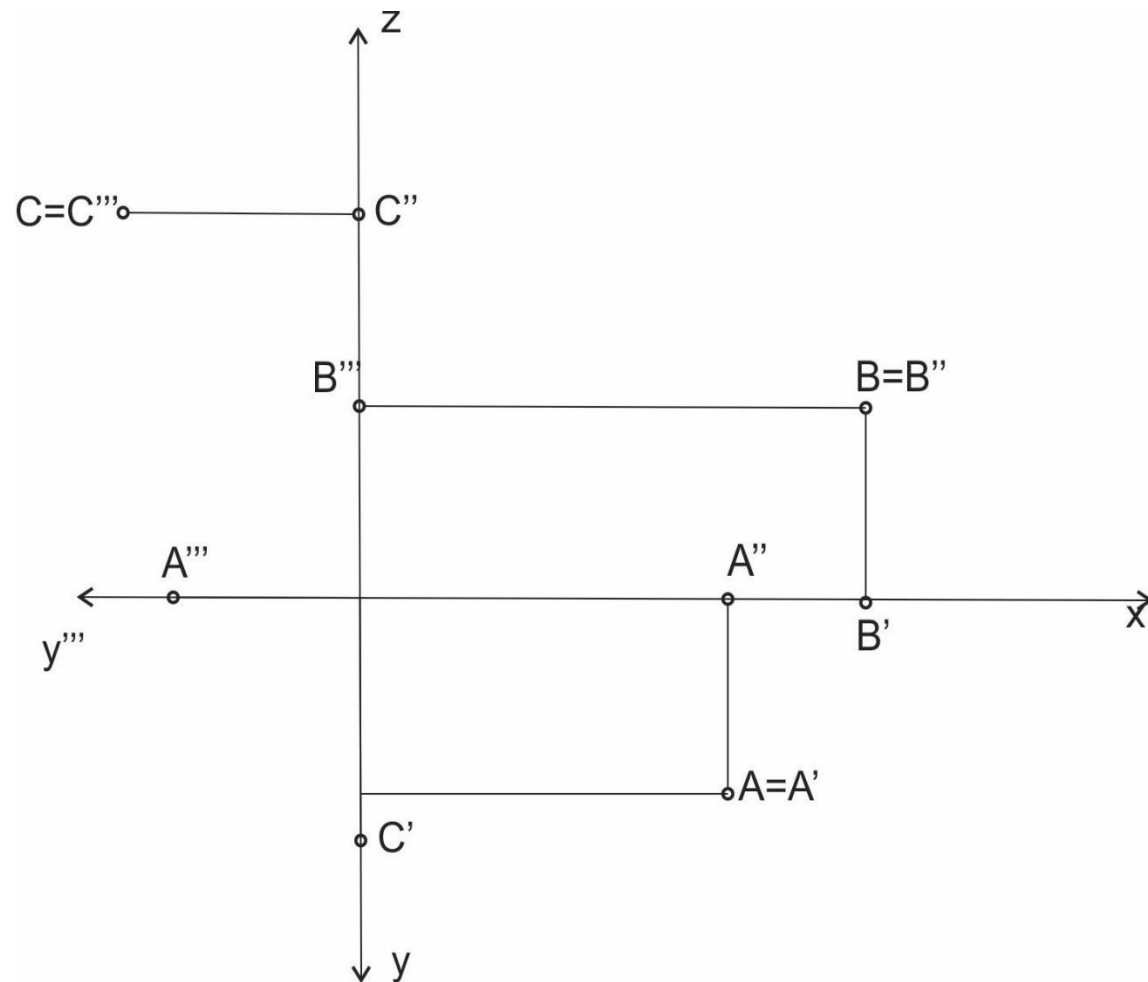


Tačka $A(1,3,5)$ u ortogonalnim projekcijama

Tačka u specijalnom položaju

Kada tačka leži na nekoj projekcijskoj ravni ili na nekoj od osa kažemo da je u specijalnom položaju.

Primjer: Tačka A u horizontalnici, B u frontalnici i C u profilnici.



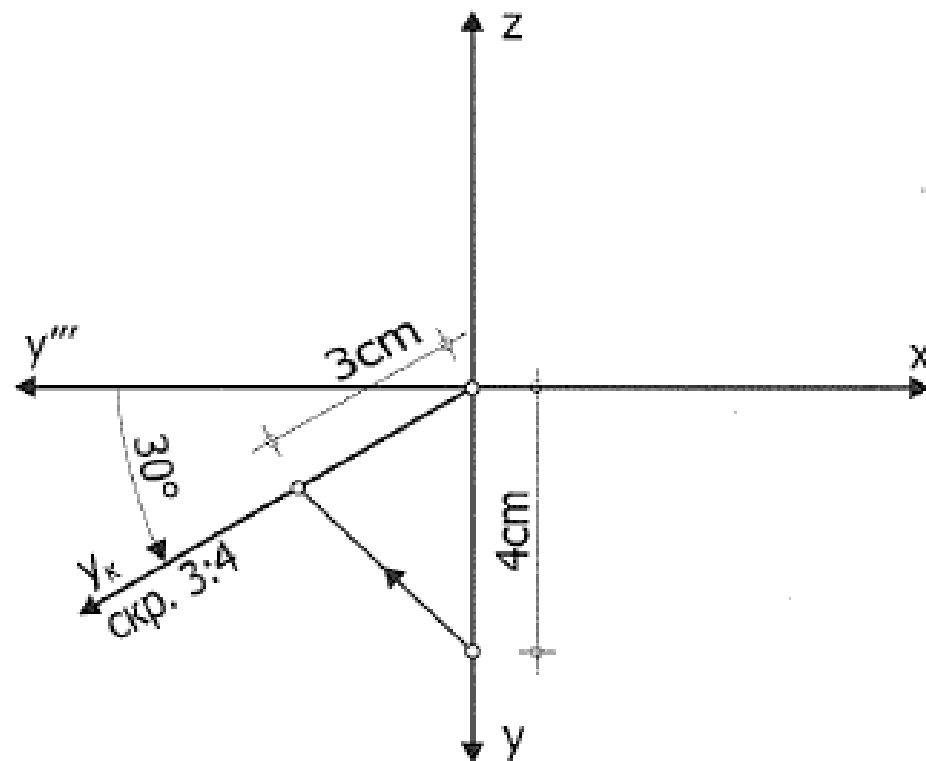
Kosa projekcija

- Kosa projekcija je paralelna projekcija kod koje su zraci projiciranja nagnuti pod nekim uglom prema projekcijskoj ravni.
- Ose x i z zadržavaju isti položaj kao kod ortogonalnih projekcija, dok se y osa pomjera pod nekim uglom α (30° , 45° ili 60°) prema x -osi i obilježava sa y_k
- Sve ivice tijela paralelne sa x i z osom se crtaju bez skraćenja ($1 : 1$), dok se ivice paralelne sa y_k mogu crtati bez skraćenja ili sa skraćenjem $1:2$, $2:3$, $3:4$. (Primjer tačke u kosoj projekciji bez skraćenja je tačka A koja je nacrtana u prethodnom primjeru u prostornom prikazu).
- Frontalnica ostaje nedeformisana, dok se slike na H i P deformišu.

Veza kose i ortogonalne
projekcije tačke

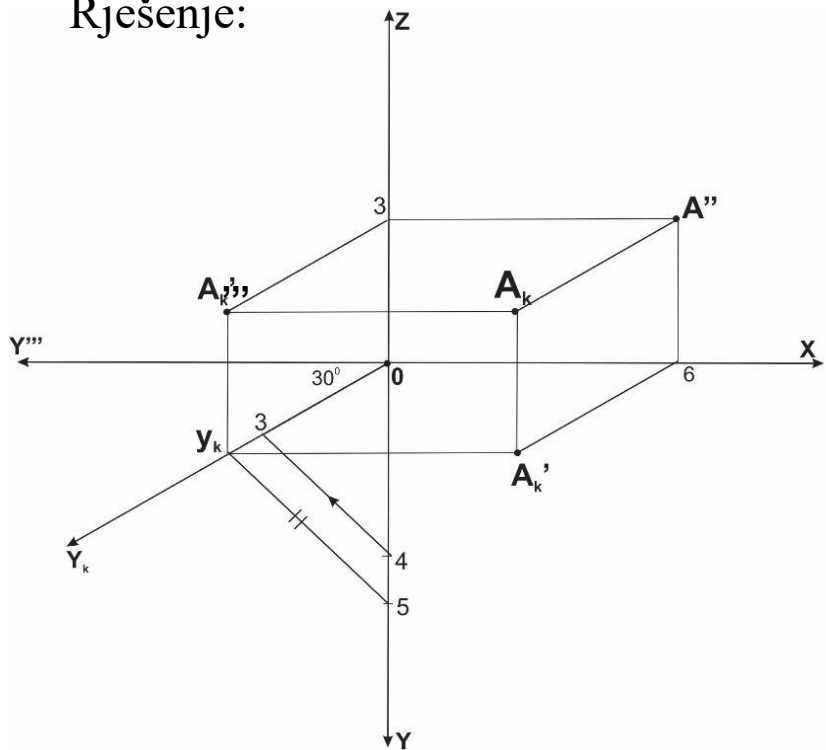
$$y_k : y = 3 : 4$$

$$y_k = \frac{3}{4}y$$



Primjer 2. Nacrtati tačku A(6, 5, 3) u kosoj projekciji ako je $\angle(-x, y)=30^\circ$ i skraćenje 3 : 4.

Rješenje:



Na istom crtežu se ucrtta koordinatni sistem u oborenem položaju, $Oxyz$, pa zatim se još ucrtta osa y_k pod uglom od 30^0 .

Na y-osu se nanese dužina 4cm, a na y_k dužina od 3 cm. Dakle, u kosoj projekciji sa skraćanjem 3 : 4 duži od 4 cm, odgovara duž od 3 cm.

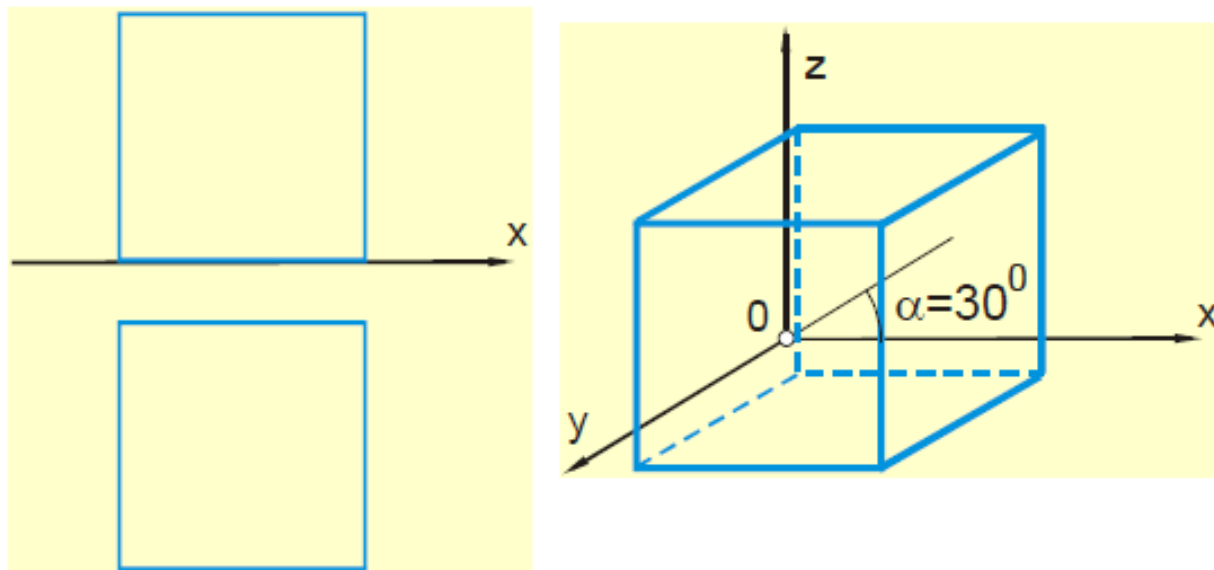
Zatim se na y-osu nanese data koordinata $y=5$, pa se iz te tačke povuče duž paralelna sa duži $\overline{34}$.

Na osnovu Talesova teoreme, vrijedi $\overline{O_y}_k : \overline{O5} = \overline{O3} : \overline{O4}$.

Tako smo konstruktivnim postupkom dobili y_k .

$$A_k'(6, y_k), A_k''(6, 3), A_k'(y_k, 3).$$

Kosa projekcija kocke



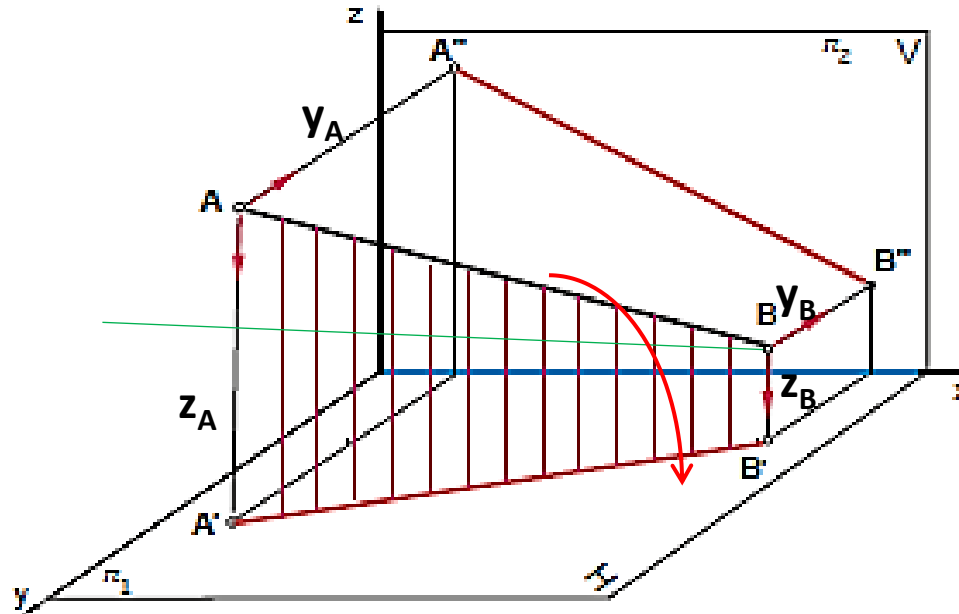
Najljepši prikazi su
ako je skraćenje 1:2
i ugao $\alpha = 30^\circ$.

Primjer 1: Nacrtati sve tri projekcije tačaka: A(1; 1; 2), B(3, -3, 3), C(5, -3, -3), D(6.5; 3, -5), E(8; 4; 0), G(11; 0; 4).
Tačke predstaviti i u prostoru. (u kosoj projekciji, 1:1).

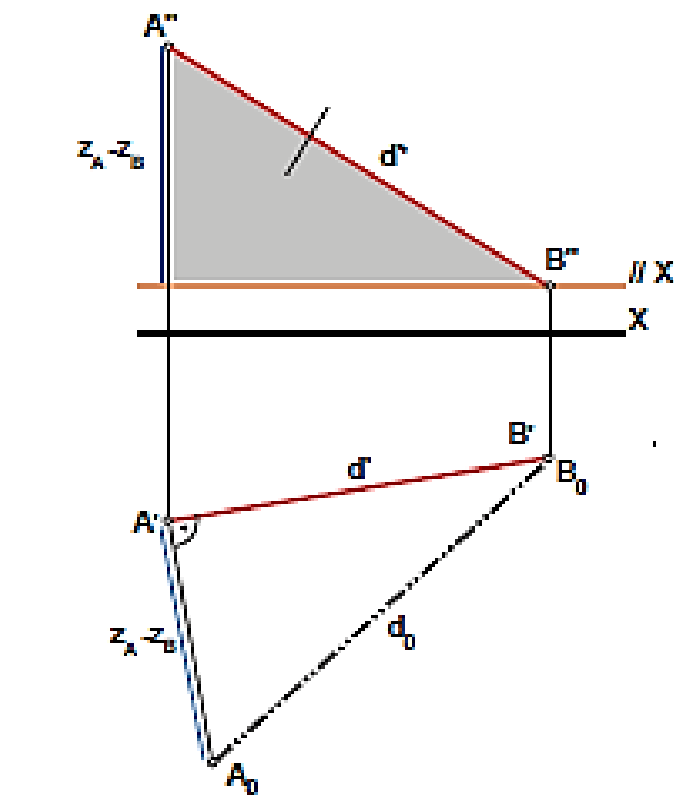
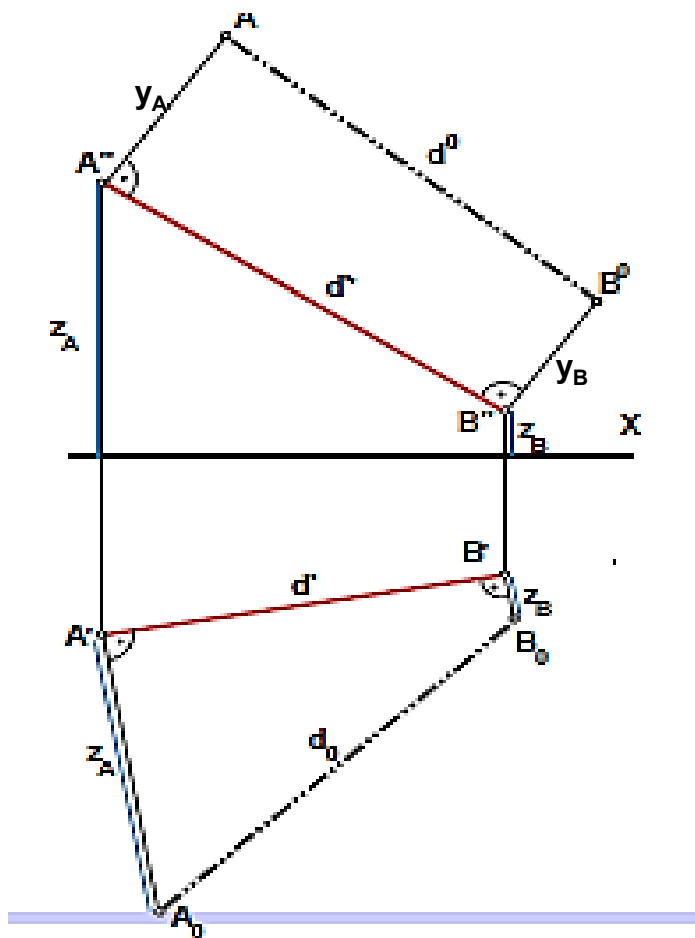
Primjer 2: Nacrtati sve tri projekcije kvadrata ABCD koji je paralelan sa profilnicom ako je njegova dijagonala A(4, 4, 5), C(4, 1.5, -3). Nacrtati kvadrat u kosoj projekciji. $\alpha = 30^\circ$, skraćenje 1 : 1.

PROJEKCIJE DUŽI

- U prostoru duž može biti horizontalna, vertikalna ili pod nekim uglom prema projekcijskim ravnima (nagnuta) – u tom slučaju su projekcije kraće od prave veličine duži.

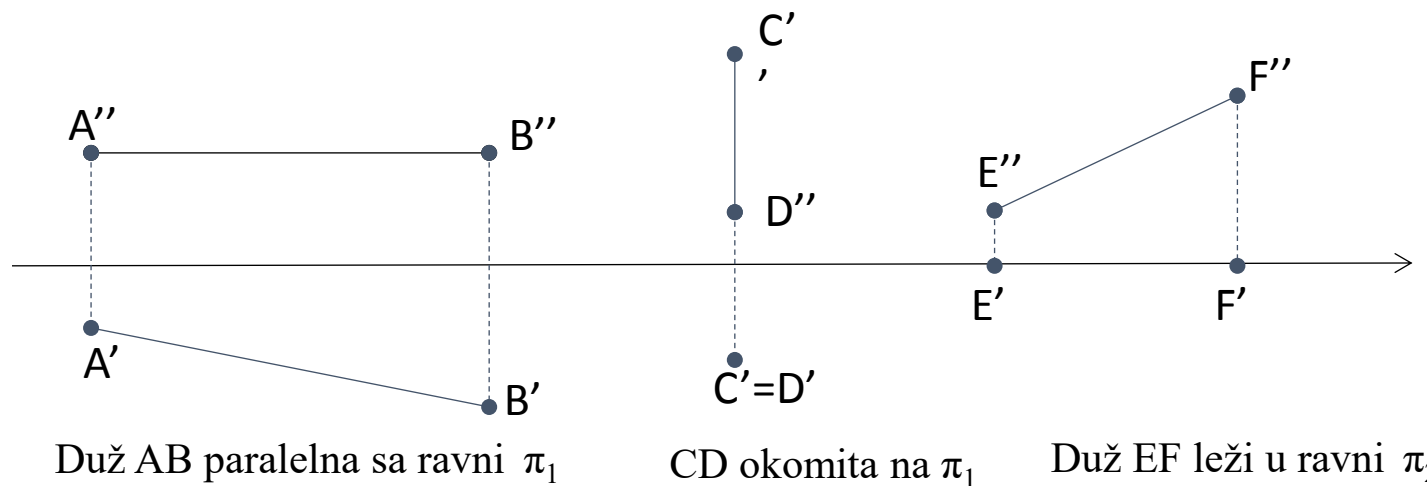


Prava veličina duži može se dobiti obaranjem trapeza $ABB'A'$ za 90° oko prve projekcije $A'B'$ na ravan π_1 ili obaranjem trapeza $ABB''A''$ oko druge projekcije $A''B''$ na ravan π_2 . Drugi način je pomoću trougla koji je dio trapeza, a koji se dobije kada se kroz nižu tačku povuče paralela sa x osom.



Duž u specijalnom položaju

- Duž okomita na projekcijsku ravan – projektuje se na tu ravan u tačku
- Duž paralelna sa projekcijskom ravni – projektuje se na tu ravan u pravoj veličini
- Duž leži u projekcijskoj ravni

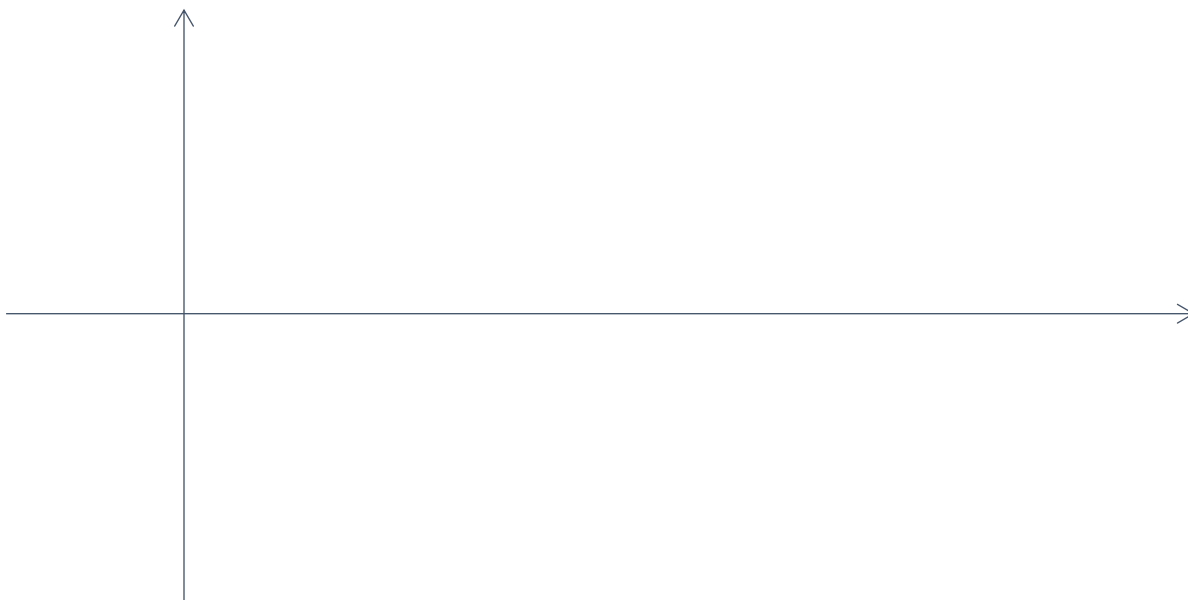


Primjer: Odrediti pravu veličinu duži AB :

a) $A(1, 4, 3)$, $B(5, 3, 1)$

b) $A(1, 4, 3)$, $B(5, -2, -6)$

Izračunati i analitički.



Rješenje (b):

