Nacrtna geometrija i tehničko crtanje

Nastavnik: prof.dr Sandra Kosić-Jeremić

Saradnici: doc. dr Maja Ilić,

Dajana Papaz, ma

Literatura:

Osnovni udžbenik:
Živko Babić: Nacrtna geometrija, Univerzitet u Banjoj Luci, Mašinski fakultet u Banjoj Luci, 2010. godine

1. **Katarina Jevtić-Novaković: Nacrtna geometrija sa perspektivom, Beograd 2010.**
2. **V. Đurović: Nacrtna geometrija, Naučna knjiga, Beograd**
3. **Stevan Živanović, Aleksandar Čučaković: Zbirka zadataka iz nacrtne geometrije i perspektive sa rešenim primerima, Akademska misao, 2008.g. Beograd**
4. **Ljubica Gagić: Nacrtna geometrija, Akademska misao, Beograd**

Za predavanja:
-sveska A4 bez linija
-2 trougla, šestar, olovke (meka i tvrda), gumica, olovke u boji

Sadržaj predmeta:

- **P/V1/V2**: Opšti pojmovi o projiciranju. Projekcijske ravni. Projekcije tačke. Kosa projekcija tačke. Projekcije duži i određivanje prave veličine duži.
- **P/V3/V4**: Projekcije prave. Prodori prave kroz projekcijske ravni.
- **P/V4/V5**: Definisanje ravni. Određivanje tragova ravni. Specijalni položaji ravni. Tačka i prava u ravni. Prodor prave kroz ravan
- **P/V6/V7**: Obaranje ravni. Lik u ravni. Prodor prave kroz lik. Presjek dva ravna lika.

P/V8/V9: Transformacija i rotacija. Primjena transformacije i rotacije.

- **Kolokvijum 1 – šesta sedmica**
- **P/V10/V11:** Geometrijska tijela. Projekcije tijela.
- **P/V12/V13:** Kolineacija. Afinitet. Ravni presjeci rogljastih tijela.
- **P/V14/V15:** Prodori rogljastih tijela.
- **P/V16/V17:** Ravni presjeci oblih tijela. Presjek valjka i lopte sa ravni.
- **P/V18/V19:** Ravni presjeci oblih tijela. Presjek konusa sa ravni.
- **Kolokvijum 2**
- **P/V20/V21:** Krovovi. Presjek krovnih ravni.
- **P/V22/V23:** Kotirana projekcija. Tačka prava i ravan. Graduisanje ravni.
- **P/V24:** Topografske površi. Zemljište.

UVOD

- **Nacrtna geometrija (Descriptive geometry)** je nastala krajem XVIII vijeka. Njen tvorac je francuski inženjer i matematičar **Gaspard Monge** (**Gaspar Monž**). **1746**. - **1818**.g
- Njegovu metodu projiciranja na dvije okomite ravni zovemo Mongeovo projiciranje.

Nacrtna geometrija se bavi proučavanjem geometrijskih postupaka za rješavanje, konstruisanje i oblikovanje geometrijskih problema iz 3D prostora i njihovo predstavljanje u odgovarajućim projekcijama u dvodimenzionalnoj ravni.
Predstavlja naučnu osnovu svakog tehničkog crteža.

Nacrtna geometrija može da se izvodi na tradicionalan način - klasičnim priborom za crtanje i na savremen način – pomoću kompjutera, koji je opremljen odgovarajućim grafičkim programom - softverom...AutoCAD, GeoGebra i sl.

Projektovanje (**projiciranje**) je osnovni postupak nacrtne geometrije u kome se 3D objekti projektuju ili projiciraju pravolinijskim zracima na ravan crteža koja se naziva projekcijska ravan ili likoravan.

Da bi mogao da se izvede postupak projektovanja ili projiciranja potrebno je da imamo:

a) Objekat (predmet) koji se projektuje
b) Centar projiciranja ili središte projiciranja - očna tačka iz koje se objekat projektuje
c) Ravan na koju se izvodi projektovanje objekta - likoravan

VRSTE PROJEKCIJA

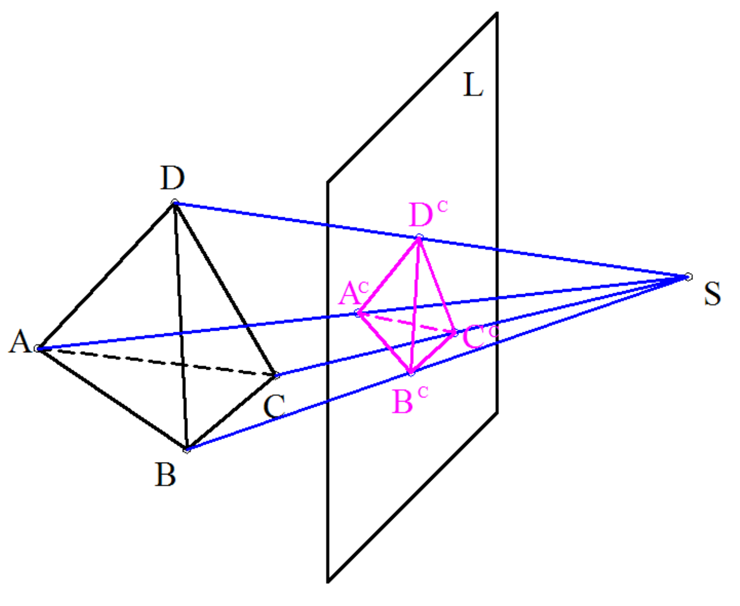
- **CENTRALNA PROJEKCIJA** - PERSPEKTIVA
- **PARALELNA PROJEKCIJA**

a) Ortogonalna ili normalna - projekcijski zraci su normalni na projekcijsku ravan (osnovni način crtanja u tehničkim naukama)

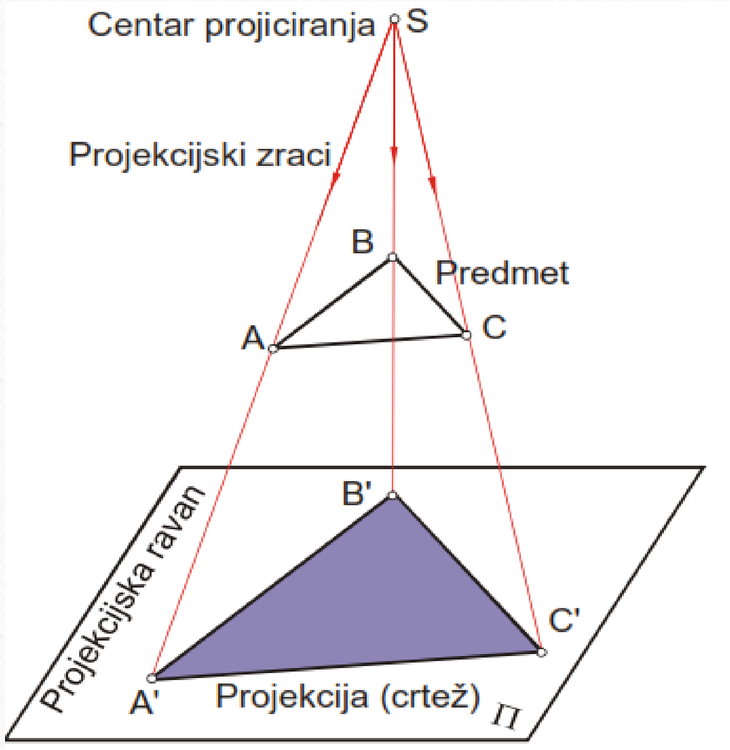
b) Aksonometrija (kosa projekcija) – projekcijski zraci su koso prema projekcijskoj ravni

- **CENTRALNA PROJEKCIJA - PERSPEKTIVA**

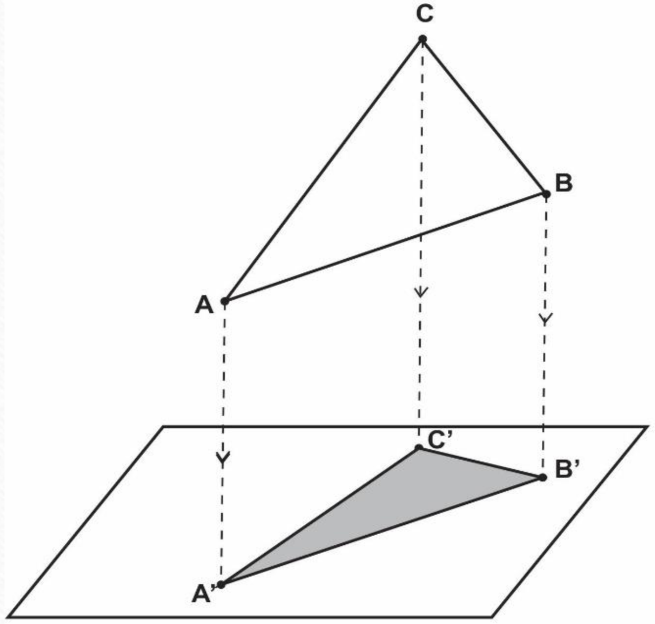
Projekcijski zraci su usmjereni prema oku posmatrača. S je na konačnom rastojanju od predmeta. Nedostatak: komplikovano određivanje dimenzija tj. ne može se uzimati direktno sa projekcije.



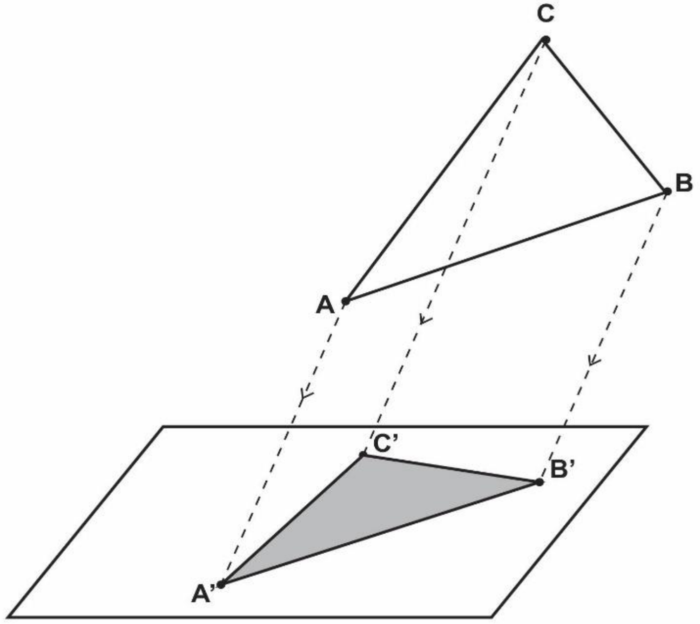
Sl.1 Centralna projekcija (Perspektiva)



PARALELNA PROJEKCIJA

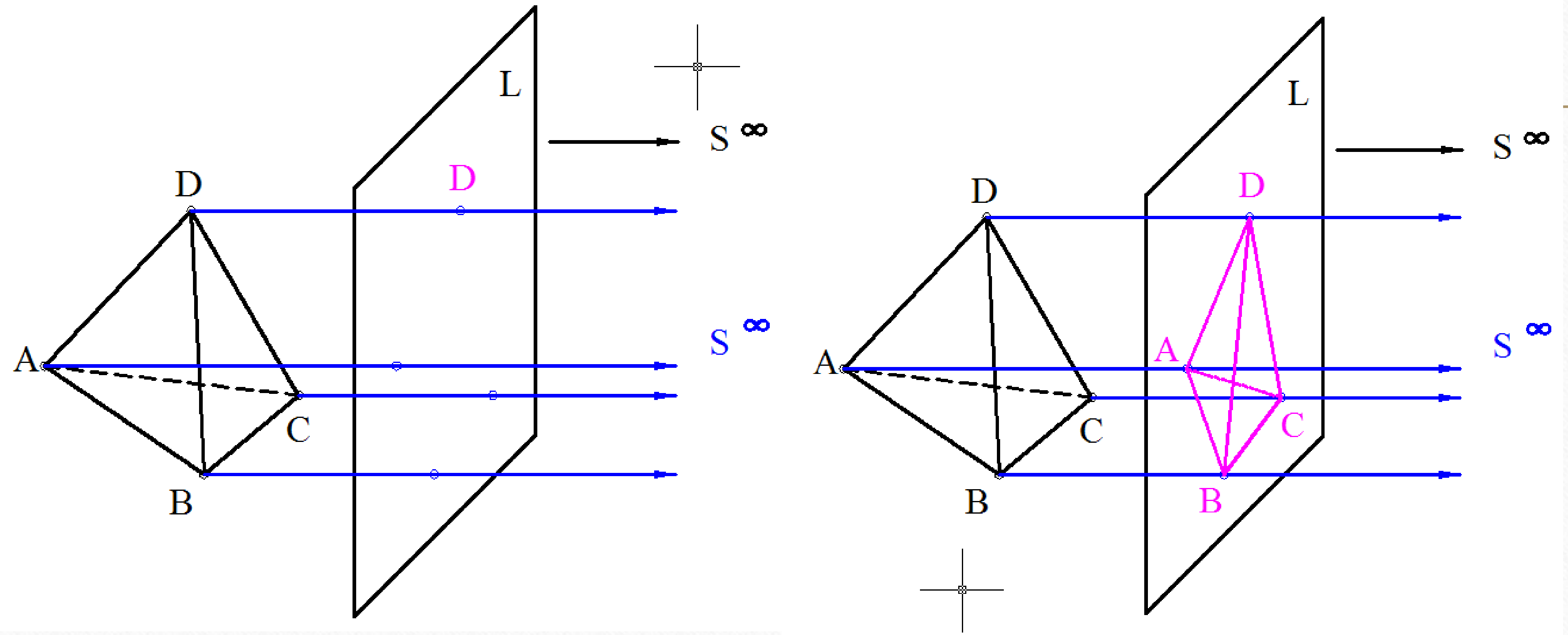


ortogonalna



kosa

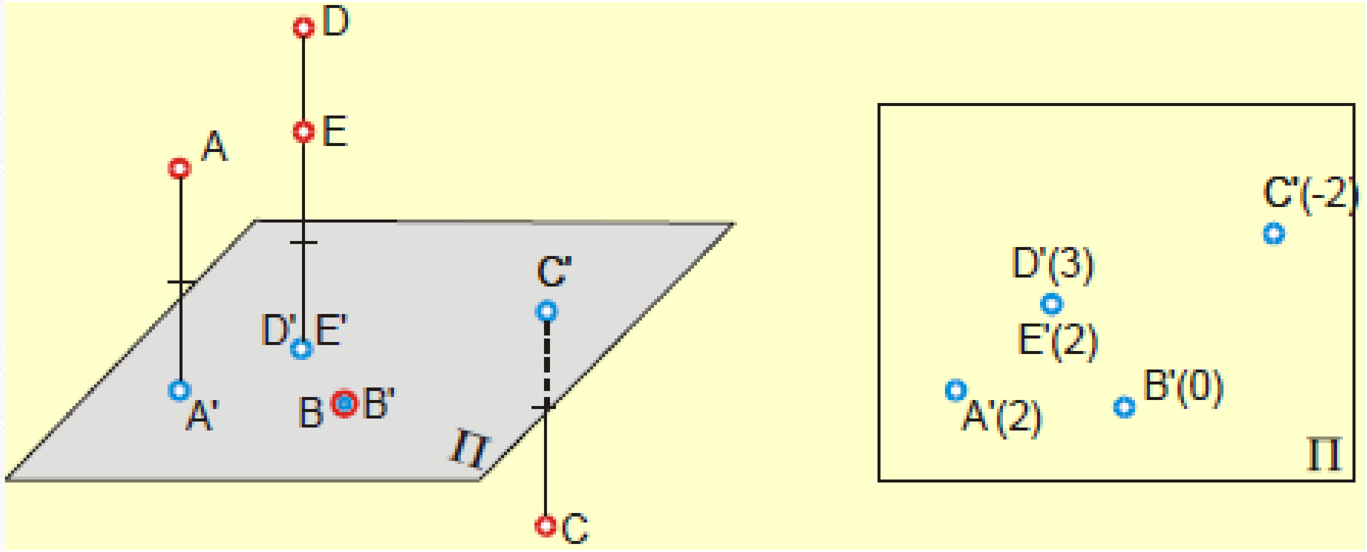
Ortogonalna projekcija



Sl. 3 Paralelna projekcija
(Ortogonalna projekcija)

Kotirana projekcija

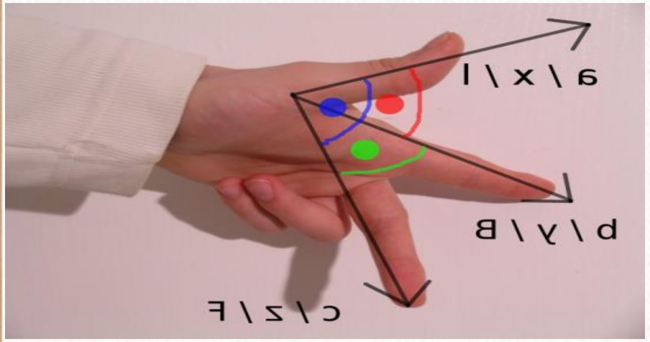
Kotirana projekcija je ortogonalno projiciranje tačke na horizontalnu ravan, pri čemu je poznata udaljenost tačke od ravni – KOTA.
Kotirana projekcija se koristi kod prikazivanja zemljišta, projektovanja puteva, pruga, nasipa, kanala itd.
Nivo mora ima kotu 0 (nulta površ).

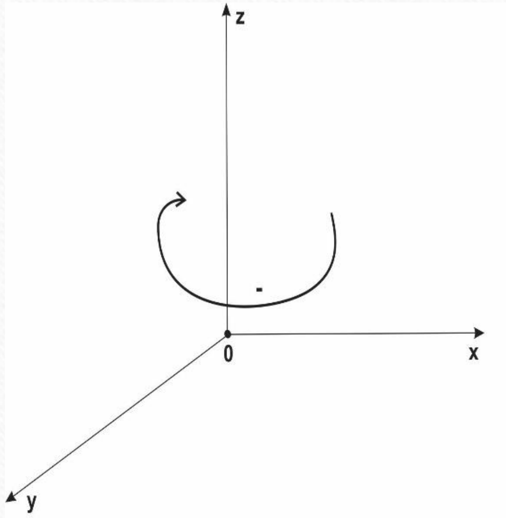


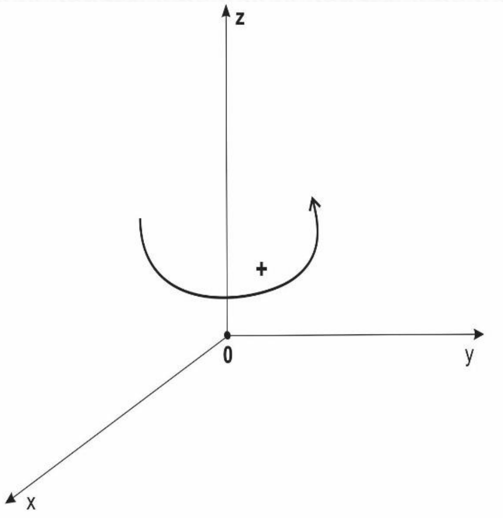
Lijevi i desni pravougli Dekartov koordinatni sistem

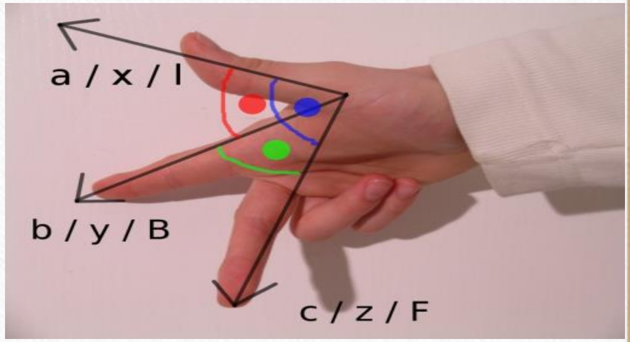
Lijevi pravoguli koordinatni sistem

Desni pravoguli koordinatni sistem









Pravilo lijeve ruke

Pravilo desne ruke

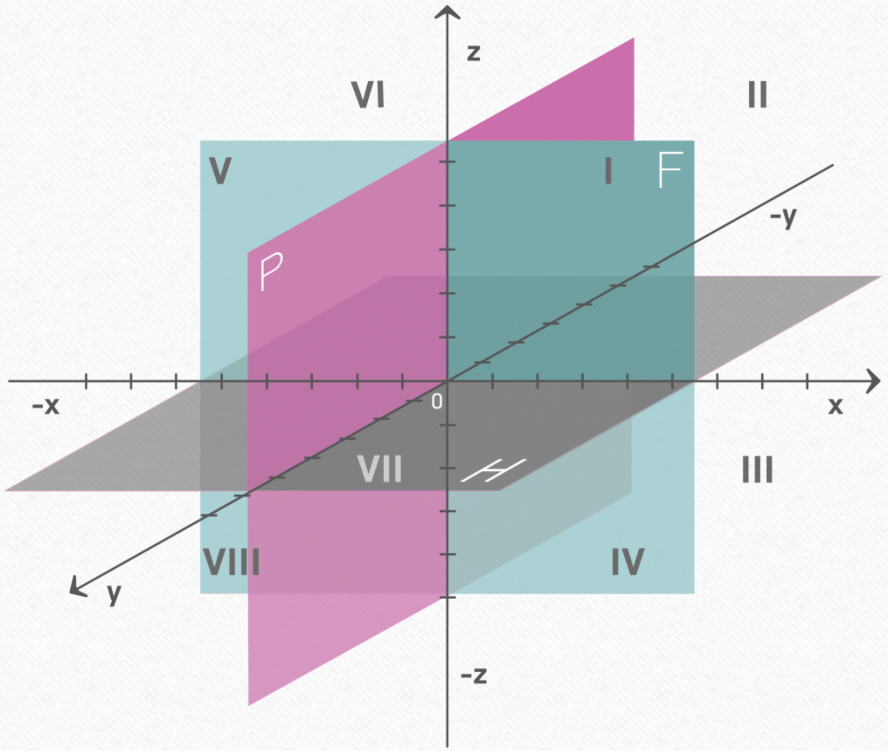
ORTOGONALNE PROJEKCIJE NA TRI PROJEKCIJSKE RAVNI

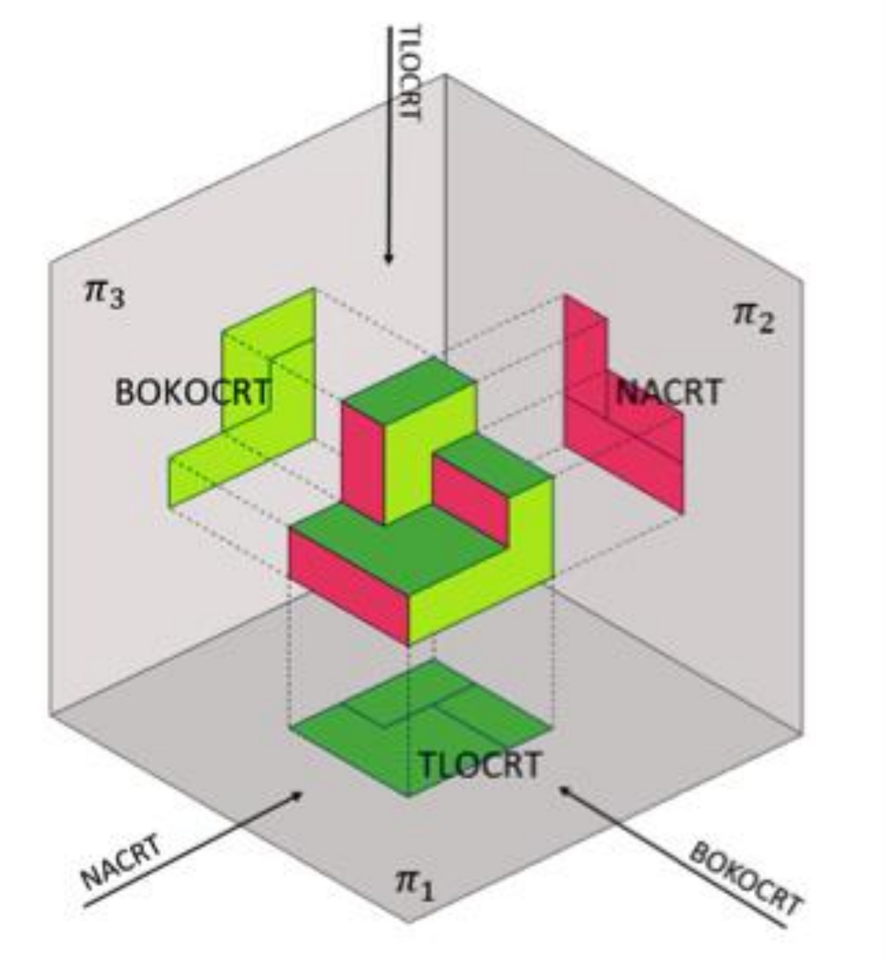
Sa tri međusobno okomite ravni prostor dijelimo na 8 oktanata.

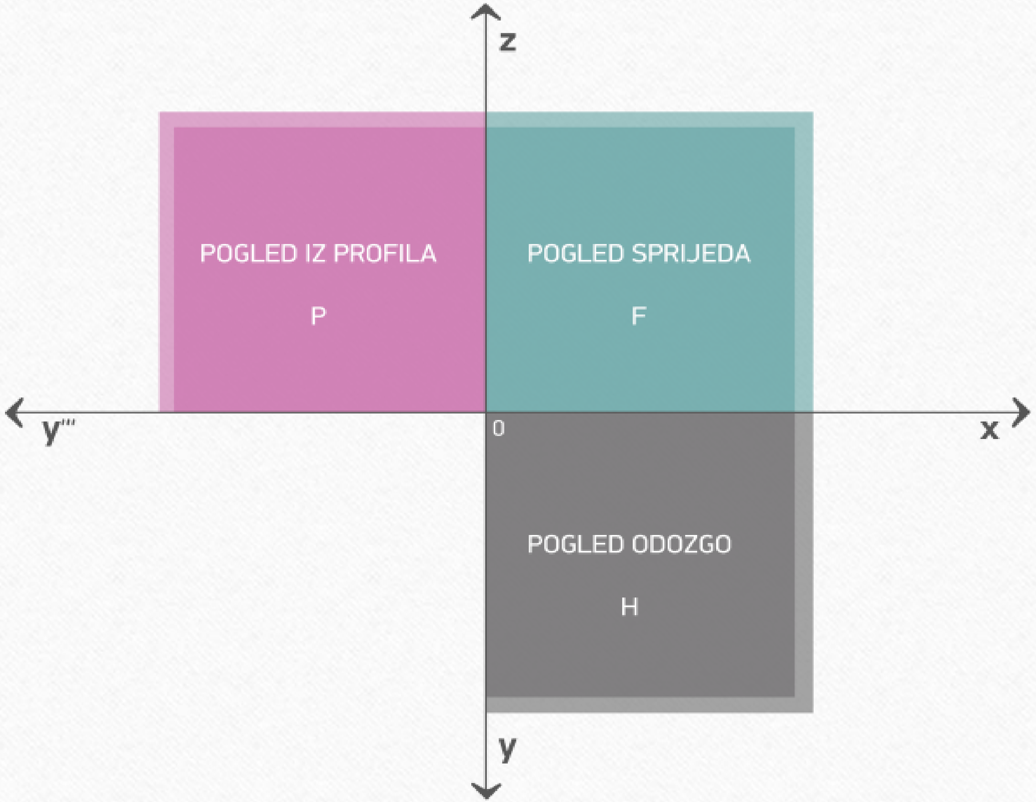
Ravni π_1, π_2 i π_3 nazivaju se **projekcijskim ravnima**.

Ravan π_1 naziva se **horizontalnica** i obilježava sa **H**, ravan π_2 naziva se **frontalnica** i obilježava se i sa **F**, a ravan π_3 **profilnica** i obilježava sa **P**.

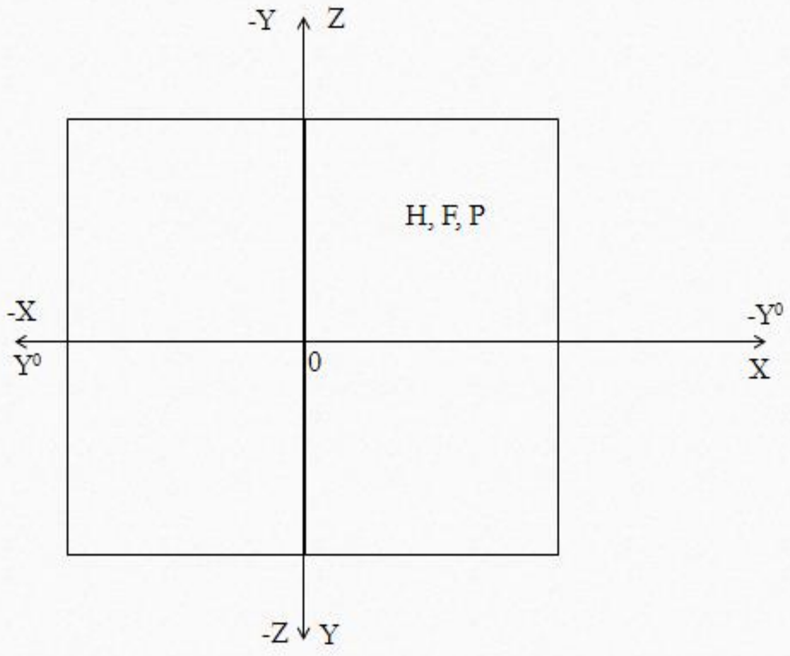
Ortogonalne projekcije nekog objekta u prostoru na projekcijske ravni H, F i P redom nazivaju se **tlocrt**, **nacrt** i **bokocrt**.




TLOCRT
π_3
π_2
BOKOCRT
NACRT
TLOCRT
NACRT
π_1
BOKOCRT

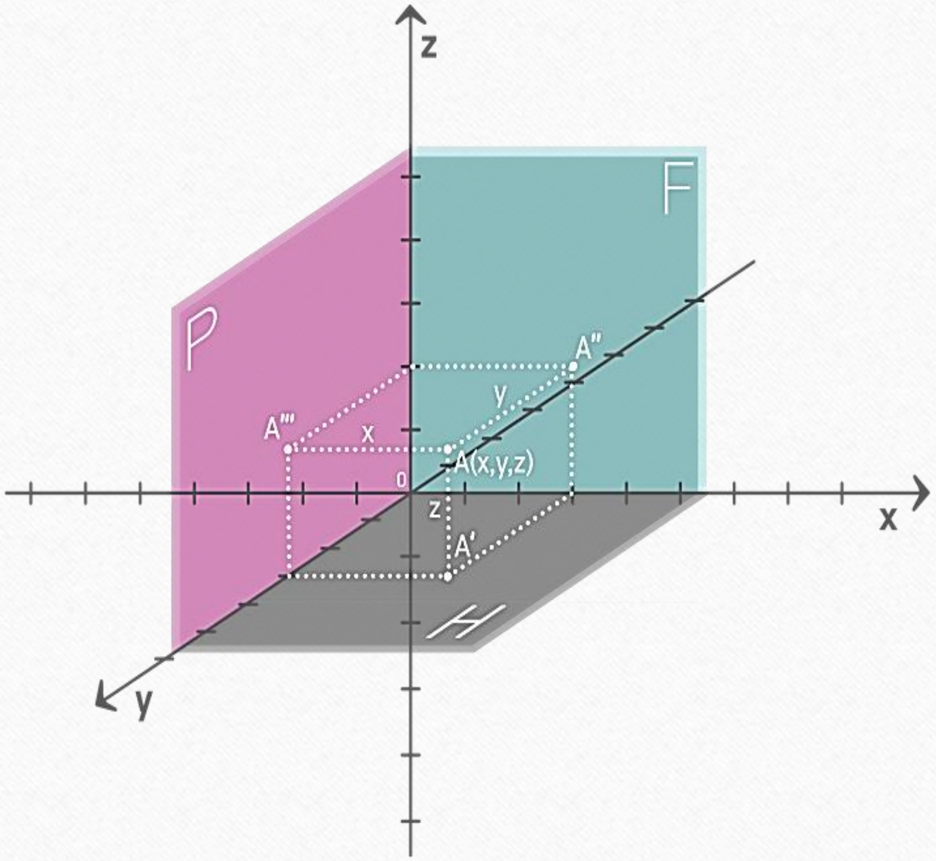


Prvi oktant nakon obaranja ravni



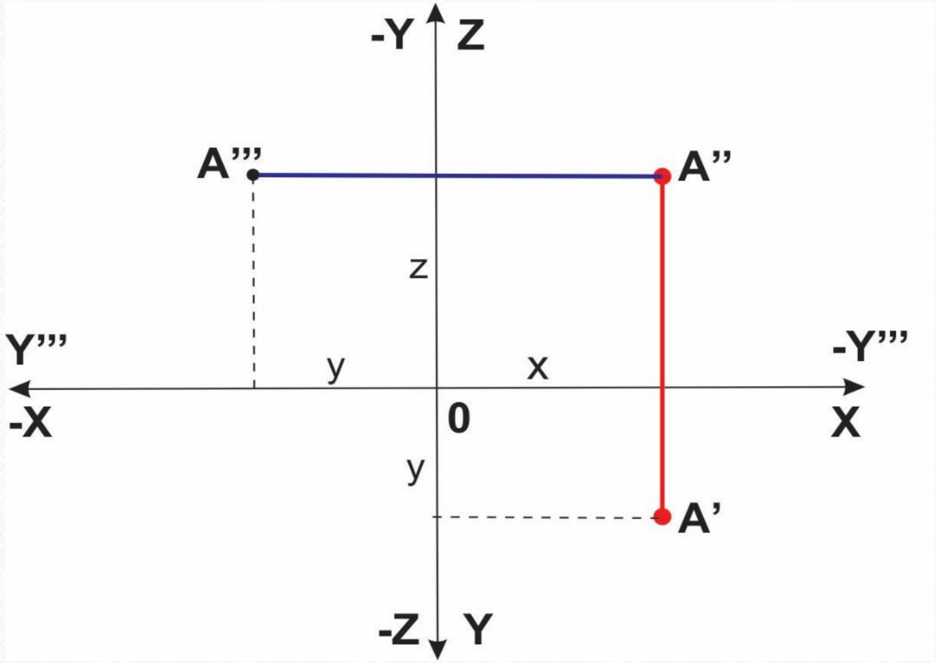
Oktanti nakon obaranja ravni

Projekcije tačke na tri ravni



A'(x,y)	x- apscisa
A"(x,**z**)	y-prva ordinata
A'''(y,z)	**z**-druga ordinata

Tačka u prostoru je udaljena od π_1(H) za vrijednost ordinate z, od π_2 (F) za vrijednost ordinate y, a od π_3 (P) za vrijednost apscise x.



Tačka u ortogonalnim projekcijama na projekcijske ravni

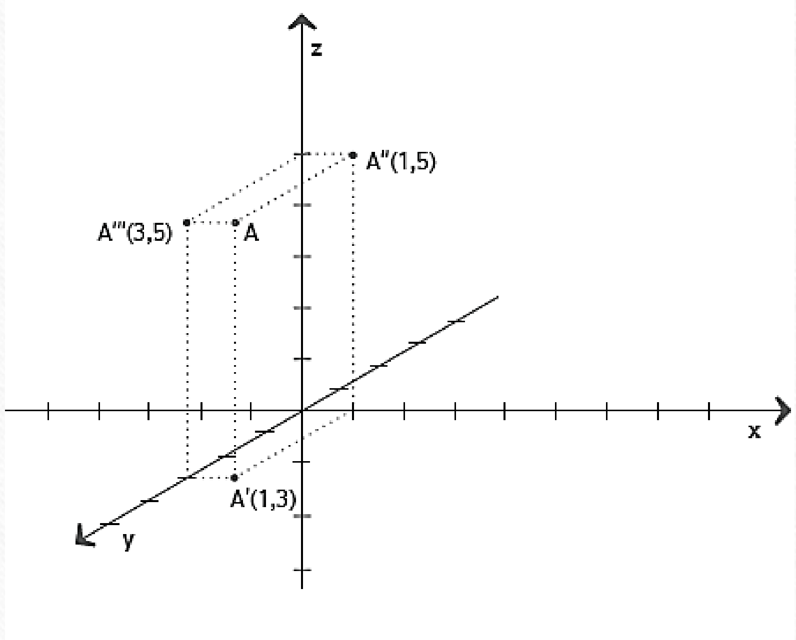
Tačke A' i A'' leže na istoj ordinali. Duž A''A''' je uvijek paralelna sa x-osom.

Oktant	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
x-osa	+	+	+	+	-	-	-	-
y-osa	+	-	-	+	+	-	-	+
z-osa	+	+	-	-	+	+	-	-

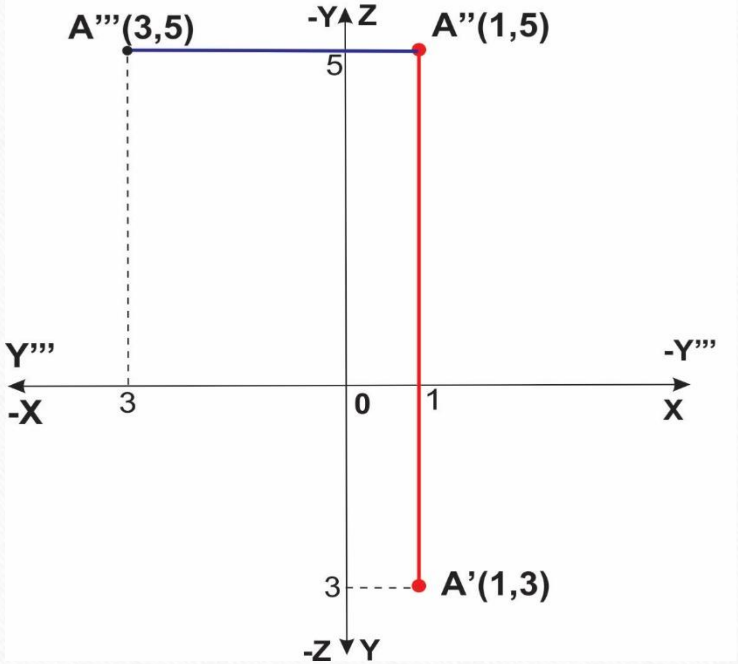
Znak koordinata u zavisnosti od oktanta u kojem se tačka nalazi

Primjer: Nacrtati položaj tačaka u prostoru i njihove ortogonalne projekcije
A(1, 3, 5), B(2, -3, 5), C(-2, 1, 4).

Rješenje:



Tačka A(1,3,5) u prostoru

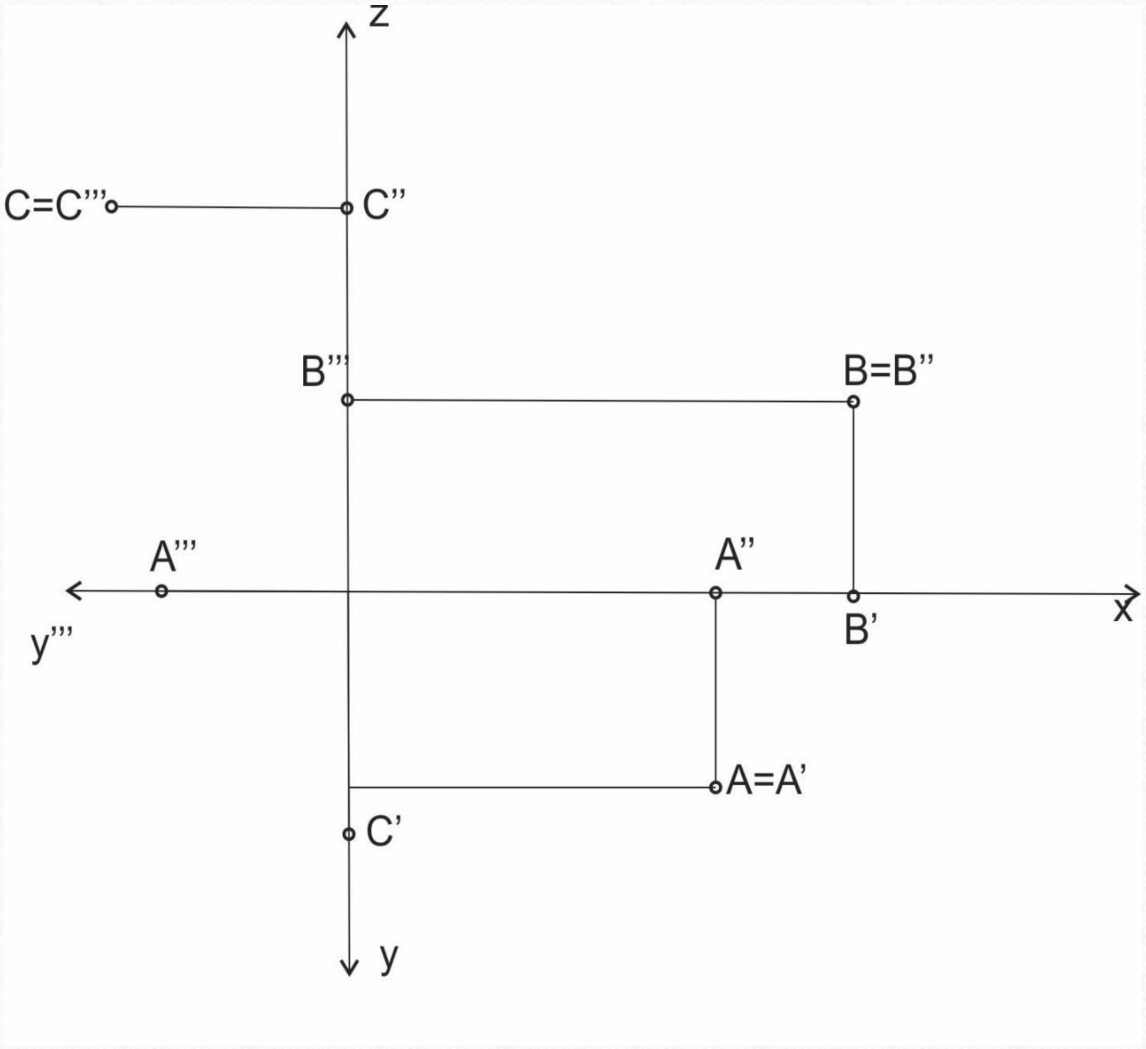


Tačka A(1,3,5) u ortogonalnim projekcijama

Tačka u specijalnom položaju

Kada tačka leži na nekoj projekcijskoj ravni ili na nekoj od osa kažemo da je u specijalnom položaju.

Primjer: Tačka A u horizontalnici, B u frontalnici i C u profilnici.



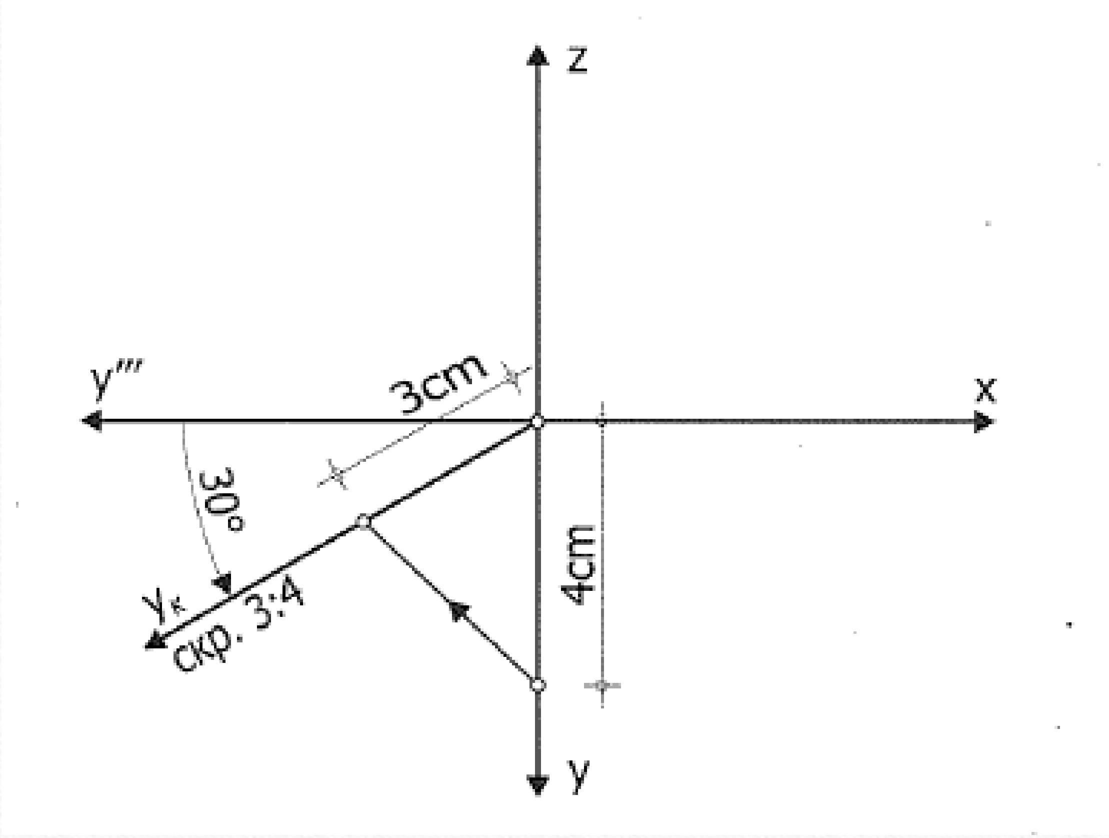
Kosa projekcija

- Kosa projekcija je paralelna projekcija kod koje su zraci projiciranja nagnuti pod nekim uglom prema projekcijskoj ravni.
- Ose x i z zadržavaju isti položaj kao kod ortogonalnih projekcija, dok se y osa pomjera pod nekim uglom α (30^0, 45^0 ili 60^0) prema x-osi i obilježava sa y_k
- Sve ivice tijela paralelne sa x i z osom se crtaju bez skraćenja (1 : 1), dok se ivice paralelne sa y_k mogu crtati bez skraćenja ili sa skraćenjem 1:2, 2:3, 3:4. (Primjer tačke u kosoj projekciji bez skraćenja je tačka A koja je nacrtana u prethodnom primjeru u prostornom prikazu).
- Frontalnica ostaje nedeformisana, dok se slike na H i P deformišu.

Veza kose i ortogonalne projekcije tačke

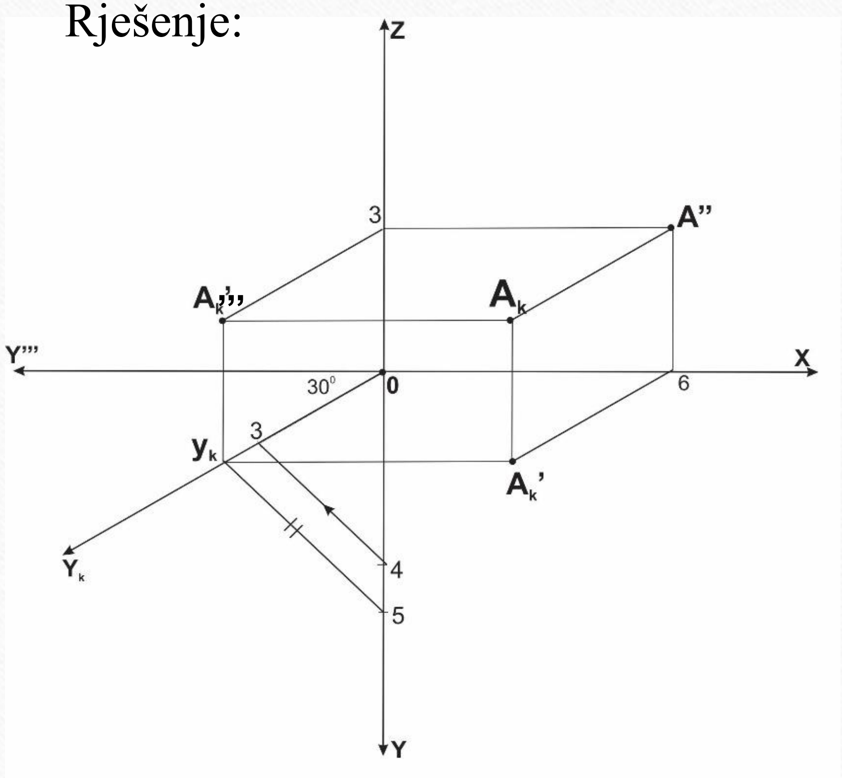
$y_k : y = 3 : 4$

$y_k = \frac{3}{4} y$



Primjer 2. Nacrtati tačku A(6, 5, 3) u kosoj projekciji ako je $\angle(-x, y)=30^0$ i skraćenje 3 : 4.

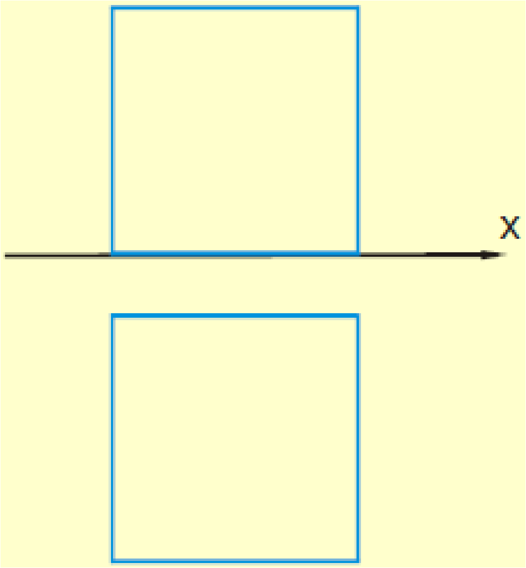
Rješenje:

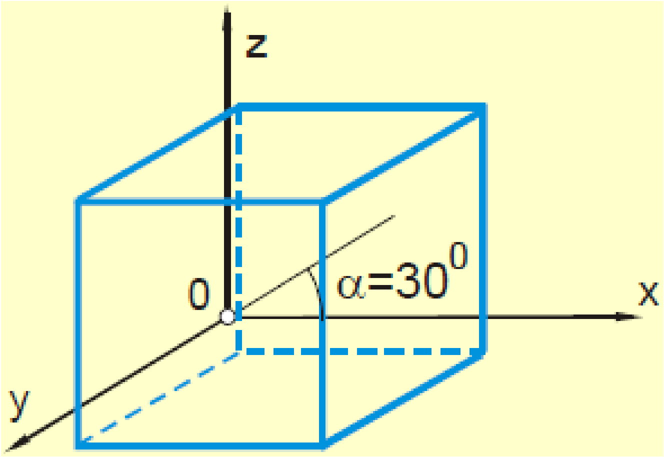


Na istom crtežu se ucrta koordinatni sistem u oborenom položaju, Oxyz, pa zatim se još ucrta osa y_k pod uglom od 30^0.
Na y-osu se nanese dužina 4cm, a na y_k dužina od 3 cm.
Dakle, u kosoj projekciji sa skraćenjem 3 : 4 duži od 4 cm, odgovara duž od 3 cm.
Zatim se na y-osu nanese data koordinata y=5, pa se iz te tačke povuče duž paralelna sa duži $\overline{34}$.
Na osnovu Talesove teoreme, vrijedi $\overline{Oy_k} : \overline{O5} = \overline{O3} : \overline{O4}$.

Tako smo konstruktivnim postupkom dobili y_k.
A_k’(6, y_k), A_k’’(6, 3), A_k’(y_k, 3).

Kosa projekcija kocke





Najljepši prikazi su ako je skraćenje 1:2 i ugao $\alpha=30^0$.

Primjer 1: Nacrtati sve tri projekcije tačaka: A(1; 1; 2), B(3, -3, 3), C(5, -3, -3), D(6.5; 3, -5), E(8; 4; 0), G(11; 0; 4).
Tačke predstaviti i u prostoru. (u kosoj projekciji, 1:1).

Primjer 2: Nacrtati sve tri projekcije kvadrata ABCD koji je paralelan sa profilnicom ako je njegova dijagonala A(4, 4, 5), C(4, 1.5, -3). Nacrtati kvadrat u kosoj projekciji. –xy= 30^0 , skraćenje 1 : 1.