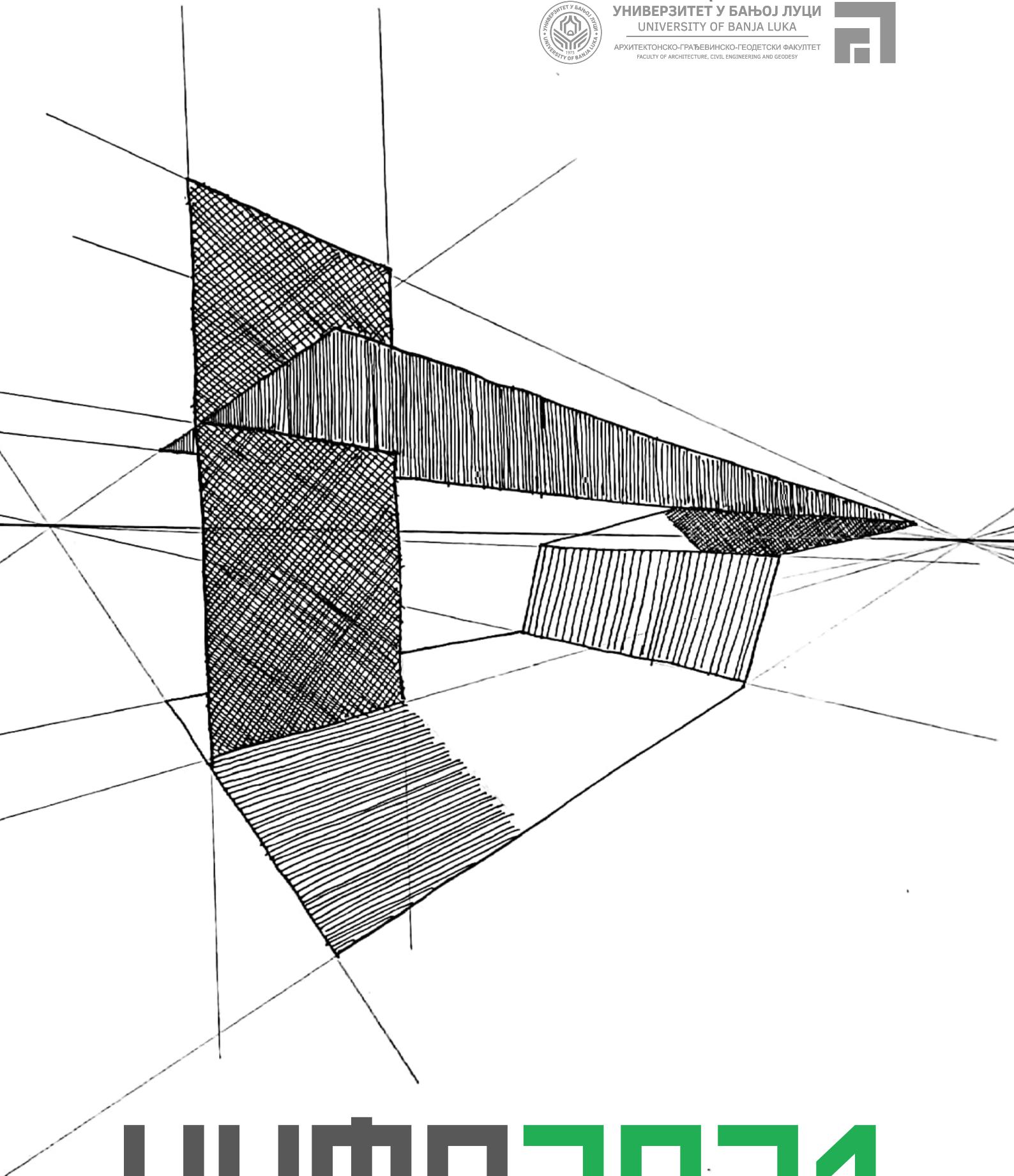




УНИВЕРЗИТЕТ У БАЊОЈ ЛУЦИ  
UNIVERSITY OF BANJA LUKA

АРХИТЕКТОНСКО-ГРАЂЕВИНСКО-ГЕОДЕЗЕТСКИ ФАКУЛТЕТ  
FACULTY OF ARCHITECTURE, CIVIL ENGINEERING AND GEODESY



# ИНФОРМАЦИЈА 2021

АРХИТЕКТУРА

ГРАЂЕВИНАРСТВО

ГЕОДЕЗИЈА

УСЛОВИ ПРИЈЕМА И СТУДИРАЊА НА АРХИТЕКТОНСКО-ГРАЂЕВИНСКО-ГЕОДЕЗЕТСКОМ ФАКУЛТЕТУ У БАЊАЛУЦИ



# **ИНФОРМАТОР**

за школску 2021/22. годину

Универзитет у Бањој Луци  
Архитектонско-грађевинско-геодетски факултет  
**Информатор за школску 2021/2022. годину**

*За издавача*  
Проф. др Саша Чворо

*Уредник*  
Проф. др Малина Чворо

*Техничко уредништво*  
Доц. др Маја Илић

*Аутори текстова  
За студијске програме*  
Проф. др Малина Чворо  
Проф. др Миодраг Регодић  
Доц. др Гордана Броћета

*Припрема испитних задатака  
Математика*  
Проф. др Сандра Косић-Јеремић  
Доц. др Сњежана Максимовић  
Небојша Ђурић, виши асист.

*Перцепција и презентација простора*  
Проф. др Сандра Косић-Јеремић  
Проф. др Малина Чворо  
Доц. др Маја Илић

*Дизајн корица*  
Студентски радови

*Лектор*  
Јелена Пажин

*Издавач*  
Универзитет у Бањој Луци  
Архитектонско-грађевинско-геодетски факултет

*Штампа*  
Електронско издање

## Садржај информатора

1.	Уводна ријеч.....	4
1.1	Радни простор и опрема.....	1
1.2	Структура факултета .....	1
2.	СТУДИЈСКИ ПРОГРАМИ .....	1
2.1	СТУДИЈСКИ ПРОГРАМ АРХИТЕКТУРА (СПА).....	1
2.1.1	Циљеви студијског програма.....	1
2.1.2	Профил и квалификација студијског програма.....	1
2.1.3	Исходи учења студијског програма.....	1
2.2	СТУДИЈСКИ ПРОГРАМ ГРАЂЕВИНАРСТВО (СПГ).....	3
2.2.1	Циљеви студијског програма Грађевинарство .....	3
2.2.2	Профил и квалификација студијског програма Грађевинарство .....	3
2.2.3	Исходи учења студијског програма Грађевинарство .....	3
2.3	СТУДИЈСКИ ПРОГРАМ ГЕОДЕЗИЈА (СПГд).....	5
2.3.1	Циљеви студијског програма Геодезија .....	5
2.3.2	Профил квалификације студијског програма Геодезија .....	6
2.3.3	Исходи учења студијског програма Геодезија .....	6
3.	Правилник о полагању пријемног испита .....	7
3.1	Упис на I циклус студија.....	7
3.2	Поступак полагања пријемног испита .....	8
3.3	Правила понашања кандидата и дежурног на пријемном испиту .....	8
3.4	Одржавање квалификационог испита и формирање ранг листе.....	9
4.	Садржај пријемног испита из МАТЕМАТИКЕ .....	11
4.1	Примјери задатака са рјешењима .....	12
4.1.1	Полиноми и рационални алгебарски изрази.....	12
4.1.2	Линеарне једначине и неједначине. ....	13
4.1.3	Проблеми који се своде на рјешавање линеарних једначина.....	15
4.1.4	Размјера и пропорција .....	16
4.1.5	Степеновање и корјеновање .....	17
4.1.6	Квадратне једначине и неједначине. Квадратна функција.....	18
4.1.7	Ирационалне једначине.....	20

4.1.8	Експоненцијална функција. Експоненцијалне једначине и неједначине.....	21
4.1.9	Логаритамска функција. Логаритамске једначине и неједначине. ....	22
4.1.10	Тригонометрија.....	24
4.1.11	Планиметрија .....	25
4.1.12	Стереометрија.....	26
4.1.13	Сличност троуглова .....	28
4.1.14	Права и кружница .....	29
4.2	Примјер теста за пријемни испит .....	31
5.	Садржај пријемног испита из ПЕРЦЕПЦИЈЕ И ПРЕЗЕНТАЦИЈЕ ПРОСТОРА.....	35
5.1	Примјери задатака са рјешењима.....	36
5.1.1	Ротација и прикази тијела у простору.....	36
5.1.2	Пресјеци и продори тијела .....	49
5.1.3	Оријентација у простору .....	56
5.1.4	Цртање по опису .....	58
5.2	Примјер теста за пријемни испит .....	66

# 1. Уводна ријеч

Будући студенти, добро дошли на наш Факултет!

Архитектонско-грађевинско-геодетски факултет Универзитета у Бањој Луци је међународно препознатљива институција која школује високостручне кадрове техничке струке из области архитектуре, грађевинарства и геодезије. Наш Факултет је институција на којој се образују и стасавају будући академски грађани широке лепезе знања, препознатљиви у свом професионалном дјеловању и у друштвеном животу Републике Српске. У својој историји која траје 25 година Факултет је прошао више развојних фаза и усавршавао се кроз сваку од њих, а постигнути резултати говоре о напорима које сви запослени улажу у образовни процес. Коначни резултат овог процеса усмјерен је на стручност и професионалност кандидата, њихову способност примјене стечених знања у пракси, као и могућност тимског и интердисциплинарног рада.

О успјеху мисије образовања наших студената свједочи њених 1830 дипломаца, 87 магистара и мастер дипломаца, 25 доктора наука као и велики број бивших и садашњих наставника и сарадника, који сви заједно подижу углед и доказују значај ове високошколске установе. Сва теоријска и практична знања која наши студенти стичу дио су професионално добрих и на науци заснованих стандарда и вриједности које се брижљиво и одговорно његују и примјењују на Архитектонско-грађевинско-геодетском факултету, почев од његовог оснивања. На три студијска програма четврогодишњем првом циклусу студија образујемо дипломиране инжењере архитектуре, грађевинарства и геодезије. У систему регулације и уређења простора и грађења, потреба за сва три занимања је велика, а спектар могућих послова широк.

Факултет организује и други циклус студија за стицање звања мастера на сва три наша студијска програма и једном комбинованом у трајању од једне године. Тренутно се изводи трећи циклус студија за стицање звања доктора наука из области Грађевинарства и у сарадњи са још три факултета Универзитета у Бањој Луци Комбиновани СП Обновљиви извори енергије и еколошко инжењерство. Наставни програми на Факултету су усклађени са Болоњском декларацијом, препознатљиви су и признати на европском образовном простору и омогућавају мобилност студената током студирања.

Приликом доношења одлуке за упис на наш Факултет добро оцијените ваша очекивања и могућности профила стручњака које ми образујемо, јер доносите важну одлуку у свом животу. Уколико се одлучите за студирање на нашем Факултету, очекује вас занимљиво путовање у свијет градитељства током којег ће са вама наставници и сарадници подијелити своја знања и искуства, укључити вас у различите облике сарадње са привредним субјектима, локалном заједницом и са факултетима са којима смо умрежени на међународном нивоу.

Проф. др Саша Чворо, дипл. инж. арх.  
Декан Архитектонско-грађевинско-геодетског факултета

## 1.1 Радни простор и опрема

За сада смо смјештени на двије локације у Првом и Другом студентском кампусу. Наставни процес се одвија у скромних 2.000 м<sup>2</sup> (четири учионице-предаваоне, четири вјежбаонице, један информатички кабинет, библиотека са читаоницом). Тиме је организација наставног процеса некада значајно отежана. Ипак, уз подршку Универзитета започели смо изградњу властитог простора, нове зграде Архитектонско – грађевинско - геодетског факултета у склопу Другог студентског кампуса. Када се остваре услови за прелазак у будућу зграду факултета, нове просторије за одвијање наставе омогућиће нам значајно унапређење образовног процеса.

## 1.2 Структура факултета

Основна функција факултета је образовна и научно-истраживачка дјелатност.

Образовна дјелатност на факултету остварује се кроз студије, као и кроз посебне облике студија за иновацију знања и стално стручно образовање и усавршавање.

Научно-истраживачки рад остварује се кроз основна, примјењена и развојна истраживања, која се обављају у циљу развоја науке и струке, подизања квалитета наставе, научног и стручног усавршавања, развоја научног и наставног подмлатка, увођења студената у научни рад, као и стварања материјалних услова за рад и развој факултета.

Факултет остварује програме образовања за профиле грађевинске, архитектонске и геодетске струке кроз студијске програме:

- Архитектура,
- Грађевинарство,
- Геодезија.

Одлуком Вијећа факултета број 14/3.174/16 од 12.02.2016. године, на факултету су активне сљедеће катедре:

- Катедра за архитектонске технологије,
- Катедра за архитектонско пројектовање,
- Катедра за геометрију и визуелизацију простора,
- Катедра за урбанизам,
- Катедра за историју и теорију архитектуре и заштиту градитељ. наслеђа,
- Катедра за механику и теорију конструкција,
- Катедра за материјале и конструкције,
- Катедра за геотехнику, саобраћајнице, хидротехнику и организацију и технологију грађења
- Катедра за геодезију.

Факултет је организационо подијељен у циљу обезбеђења потребне кадровске, експерименталне и административно-техничке подршке образовне дјелатности и омогућавања ефикасније реализације научног рада, основних, примјењених и развојних истраживања и стручних дјелатности.

Проф. др Бранкица Милојевић, дипл. инж. арх. изабрана је за декана рјешењем ректора број: 01/04.2-3678/16 од 05.12.2016. на мандат од 4 године који почиње са даном 01.12.2016.

## 2. СТУДИЈСКИ ПРОГРАМИ

### 2.1 СТУДИЈСКИ ПРОГРАМ АРХИТЕКТУРА (СПА)

Пријемни испит на студијском програму Архитектура је први изазов са којим се сусрећу будући архитекти. На нашем факултету желимо дати шансу младима који имају природне склоности за бављење овим послом. Предност дајемо оним кандидатима који имају развијену просторну перцепцију и цртачке способности, склоност ка геометрији и разумију културне и друштвене вриједности средине.

#### 2.1.1 Циљеви студијског програма

Темељни циљ студијског програма Архитектура је обучавање и цјеловито оснапољавање студента за самостални и тимски рад у домену архитектонске професије. Током студија, студенти се припремају да као будући свестрано образовани архитекти рјешавају различите проблеме у домену архитектуре, као и да својим радом допринесу одрживом развоју средине. У оквиру студија будући архитекти се образују да пруже свеобухватна рјешења различитих простора и структура, водећи рачуна о естетским, функционалним, техничким и другим критеријумима, уз поштовање захтјева изграђене и природне средине. Основне академске студије Архитектура трају четири године и вриједе 240 ECTS бодова (*EUROPIAN CREDIT TRANSFER SISTEM* - Европски систем преноса бодова). Сваки семестар студија је вреднован са 30 ECTS бодова. Након одбрањеног дипломског рада студенти стичу звање дипломираног инжењера архитектуре.

#### 2.1.2 Профил и квалификација студијског програма

Предложени студијски програм обезбиједиће стручан и квалфикован профил дипломираног инжењера архитектуре којег пропознаје инжењерска комора, који има могућност да се усавршава кроз праксу, односно да настави образовање прво на мастер студијама а затим и докторским академским студијама. Мобилност завршених студената захтијева препознавање појединачних диплома као потврде формалне едукације. У том смислу наши студенти са стеченим одређеним нивоом едукације могу наставити са усавршавањем у области архитектуре на другим факултетима у земљи и иностранству.

#### 2.1.3 Исходи учења студијског програма

Свршени студенти Архитектуре су способни да на одговарајући начин напишу и презентују резултате свог истраживачког рада, односно графичким средствима конкретизују и представе свој проектантски рад. Током студија се инсистира на коришћењу информационо - комуникационих технологија као и на оснапољавању студената да користе савремене програмске пакете за потребе пројектовања и графичке презентације. Студенти су након завршетка студија оснапољени да:

- Конципирају пројекте на основу задатог програма, раде на њиховој разради и координишу рад осталих укључених у процес.
- Организују рад пројектантског тима и припремају документацију за грађење,

- Надгледају или управљају процесом саме изградње објеката.
- Након завршетка студија студент стиче одговарајуће познавање урбанистичког пројектовања, планирања, као и вјештина укључених у планерски процес.
- Адекватно познавање индустрије, организације, регулативе и процедуре вазане за спровођење пројектантског рјешења у изграђени објекат или интеграцију плана у цјелокупни плански систем.

Академски садржај програма концептисан је између осталог и на размијевање архитектонске професије и улоге архитекте у друштву, а посебно у припреми пројеката који разматрају социјалне факторе. Завршетком основних академских студија студенти стичу и личне компетенције које им омогућавају: коришћење стручне литературе, способност критичког мишљења, способност анализе проблема, синтезе рјешења и рјешавања реалних проблема са којима се сусрећу у пракси. Стичу способност комуницирања и размјене информација и идеја о проблемима везаним за архитектуру са одговарајућим стручњацима унутар и ван струке. Након завршетка студија студенти имају изграђене вјештине учења неопходне за самостално настављање образовања и усавршавања уколико се за то опредјеле.

## 2.2 СТУДИЈСКИ ПРОГРАМ ГРАЂЕВИНАРСТВО (СПГ)

### 2.2.1 Циљеви студијског програма Грађевинарство

Циљ студијског програма је постизање компетенција и академских вјештина из области Грађевинарства, односно образовање стручњака који посједују довољно потребног знања из основа пројектовања и грађења објеката високоградње, хидротехнике и саобраћајница, као и општеобразовног знања. Такође, програм студија Грађевинарства конципиран је и са циљем да омогући развој креативних способности студената, да усаврши њихове способности критичког размишљања, учествовања у тимском раду, излагању и саопштавању својих резултата стручној и широј јавности, као и да овладају другим специфичним практичним вјештинама потребним струци.

### 2.2.2 Профил и квалификација студијског програма Грађевинарство

Основне академске студије Грађевинарства I циклуса профилишу се кроз три усмјерења и то: Конструкције, Хидротехника и Саобраћајнице. У оквиру студијског усмјерења "Конструкције" акценат се ставља на основе пројектовања и грађења бетонских, металних и дрвених конструкција. На усмјерењу "Хидротехника" студенти се оспособљавају за основне принципе пројектовања хидротехничких система у области водовода, канализације, мелиорација итд, док у оквиру студијског усмјерења "Саобраћајнице" студенти стичу основна знања из пројектовања путева и жељезница. Трајање студија је осам семестара (четири студијске године), при чему су прве три године заједничке за студенте свих усмјерења, док се у посљедњој, тј. четвртој години, студенти опредељују за једно од усмјерења. Сваки семестар студија је вреднован са 30 ECTS бодова (*EUROPIAN CREDIT TRANSFER SYSTEM* - Европски систем преноса бодова).

Након успјешно завршених студија стиче се академско звање дипломирани инжењер грађевинарства-240 ECTS, за област која одговара одабраном усмјерењу у четвртој години студија. Такође, заједно са дипломом о стеченом звању издаје се додатак дипломи, који садржи списак положених испита и њихове ECTS вриједности, те друге одредбе које нису наведене у дипломи, а важне су за разумијевање програма студија. Овим додатком приказују се објективни подаци о успјеху током студија, те се омогућава међународна транспарентност и упоредивост диплома.

Предметним студијским планом и програмом обезбијеђује се стручан и квалфикован профил дипломированог инжењера грађевинарства, којег препознаје Инжењерска комора и који има могућност да се усавршава кроз праксу, као и наставак образовања најприје на академским мастер студијама из области Грађевинарства и сродним областима, а затим и докторским академским студијама.

### 2.2.3 Исходи учења студијског програма Грађевинарство

Исходе процеса учења представљају одговарајућа образовна достигнућа студента у стицању очекиваних знања и вјештина које се изучавају, везано за теоријска знања и практичну примјену и употребу тих знања, након завршетка студијског програма, односно одабраног усмјерења.

Завршетком основних академских студија Грађевинарства, осим горенаведеног, студент стиче сљедеће компетенције:

\* личне компетенције

- посједовање основних знања (метода и техника истраживања) потребних за разумијевање процеса планирања, пројектовања, грађења и одржавања грађевинских објеката,
- строго придржавање закона, стандарда и моралних и етичких норми струке и
- способност комуницирања и размјене информација и идеја о проблемима везаним за грађевинску структу са одговарајућим стручњацима унутар и ван струке;

\* академске компетенције – стичу се основна знања из области планирања, пројектовања, грађења и одржавања грађевинских објеката нискоградње, хидроградње и високоградње, те могу обављати сљедеће послове:

- учешће у изради планске, студијске и техничке документације за изградњу грађевинских објеката,
- учешће у изградњи за све врсте грађевинских радова као самостални руководиоци,
- организовање рада грађевинске механизације и опреме и самостално обављање контроле извршених радова,
- стручни надзор при изградњи грађевинских објеката,
- израда пројекта, провођење истражних радова и координација послова везаних за истраживања из подручја механике тла и фундирања објеката и
- коришћење савремених рачунара и програма при прорачуну конструкција и изради писане и графичке документације.

## 2.3 СТУДИЈСКИ ПРОГРАМ ГЕОДЕЗИЈА (СПГд)

### 2.3.1 Циљеви студијског програма Геодезија

Успешним завршетком Основних академских студија I циклуса студент стиче звање Дипломирани инжењер геодезије и добија одговарајућу диплому (Bachelor of Geodesy). Основни циљеви Првог циклуса студија СПГд је стицање знања, способности и вјештина за рад на стваралачким, посебним и практичним пословима у државном премјеру и катастру непокретности и геодетским инжењерско-техничким областима. Осим наведног, СПГд доприније и остварењу следећих циљева:

- постизање неопходних знања, вјештина и способности из ужих научних области Геодезије;
- стицање неопходних практичних знања у рјешавању геодетских стручних проблема; развој склоности за тимски рад; обезбеђивање услова за наставак даљег школовања и усавршавања и
- припремање за запошљавање геодетских стручњака на домаћем и страном тржишту радне снаге.

Токови савременог високошколског образовања, прописи и програми у области геодетске дјелатности и Оквир високошколских квалификација у БиХ (2008), дефинишу опште циљеве Првог циклуса студија СПГд:

- разумијевање и савлађивање знања у области Геодезије, који се темеље, проширују и/или надограђују на средњешколско образовање;
- примјена знања, вјештина и способности у рјешавању проблема ширег и/или вишедисциплинарног садржаја који је повезан са области Геодезије;
- примјена стваралачког и научног размишљања, чиме се омогућава:
- критичко оцјењивање тренутног истраживачког и академског рада на највишем нивоу у Геодезији,
- оцјењивање различитих методологија, заузимање критичких мишљења и понуда другачијих рјешења;
- способност обједињавања знања и рјешавање сложених задатака, као и извођење закључака на основу непотпуних или ограничених почетних података и информација;
- преношење закључака, знања и размишљања слушаоцима и саговорницима - јасно и недвосмислено;
- способност подизања знања на виши ниво, разумијевање области студија и непрекидно развијање сопствених вјештина, кроз самостално учење и развој;
- овладавање вјештином учења, која омогућава наставак студија, углавном, самоусмјерено и самостално;
- стицање личних и вјештина тимског рада, примјерених различитим садржајима учења и дјелатностима и показивање способности вођења и/или покретања развоја и давање доприноса промјенама и развоју.

### 2.3.2 Профил квалификације студијског програма Геодезија

Стручна напредна знања, вјештине и способности (компетенције), који се стичу успешним завршетком првог циклуса (240 ЕСПБ/ECTS) академских студија Студијског програма Геодезија, омогућавају:

- извођење геодетских радова у одређивању геодетских референтних површи и у успостављању геодетских референтних система,
- извођење геодетских мјерења, метролошког обезбеђења, геодетског премјера, изравнивања резултата геодетских мјерења, геодетско-инжињерских радова и управљања геодетским радовима,
- успостављање, одржавање и управљање катастром непокретности, управљање непокретностима, уређење земљишта,
- успостављање, одржавање и управљање инфраструктуром просторних података,
- извођење геодетских радова у областима фотограметрије и даљинског истраживања,
- извођење геодетско-картографских радова у областима математичке, опште, тематске и дигиталне картографије.

### 2.3.3 Исходи учења студијског програма Геодезија

Квалификације које се стичу успешним завршетком првог циклуса (240 ЕСПБ/ECTS) академских студија Студијског програма Геодезија су:

- напредно знање, изузетно разумијевање и успешно рјешавање сложених инжењерских задатака и проблема,
- напредна примјена стечених знања и врхунско познавање и коришћење рачунарских система и модела при рјешавању сложених инжењерских проблема,
- способност прикупљања и тумачења одговарајућих података, информација, идеја и доношење закључака који обухватају и погледе на одговарајућа друштвена, етичка и научна питања,
- могућност преношења садржаја, задатака, идеја и рјешења упућеним и неупућеним слушаоцима и саговорницима и сарађивати у истраживању и раду стручних радних група и тимова,
- изграђене вјештине учења неопходне за самостално настављање образовања и усавршавања.

### 3. Правилник о полагању пријемног испита

#### 3.1 Упис на I циклус студија

У прву годину Студијских програма Архитектура, Грађевинарство и Геодезија, на конкурентској основи, може се уписати лице које има четврогодишње средњешколско образовање стечено у Републици Српској, Брчко дистрикту и Федерацији БиХ или еквивалентно образовање у иностранству.

Вредновање резултата кандидата врши се на основу резултата постигнутих у претходном средњешколском образовању и на пријемном испиту. Кандидат који је средње образовање стекао у иностранству може приступити полагању пријемног испита, под условом да је претходно извршио нострификацију дипломе средње школе. Кандидат има право да положе пријемни испит на језику који је у службеној употреби у БиХ.

Страни држављанин може да се упише на студијски програм АГГФ под истим условима као и домаћи држављанин. Трошкове школарине, страни држављанин плаћа у току цијelog школовања, осим ако, међународним или билатералним споразумом Универзитета у Бањој Луци, није другачије одређено.

Кандидати, приликом пријаве на конкурс, подносе оригинална документа, а уз пријавни лист предају и:

- свједочанства сва четири разреда средње школе или документе о еквивалентном школовању у иностранству;
- диплому о положеном завршном, односно матурском испиту;
- доказ о уплати накнаде за полагање пријемног испита, као и остале документе предвиђене Конкурсом.

Кандидати, који су школовање завршили у иностранству, дужни су доставити доказ о нострификацији дипломе и превод свих докумената на једном од службених језика БиХ.

Сви потребни формулари се могу набавити у Студентској служби Архитектонско-грађевинског факултета. Приликом предаје пријаве кандидату ће бити овјерена потврда о предатој пријави на конкурс и у њу ће бити уписан број пријаве. Ову потврду кандидат треба да сачува као доказ да је предао документа и да је носи са собом на полагање квалификационог испита.

Списак са подацима о кандидатима биће уређен по азбучном редосљеду и биће истакнут на огласној табли и вратима просторије у којој ће кандидат радити квалификациони испит и објављен на интернет страницама факултета [www.aggf.unibl.org](http://www.aggf.unibl.org) прије почетка пријемног испита.

Уколико се испостави да је неком од кандидата погрешно написано име или презиме ова грешка ће бити исправљена, али се неће формирати нова азбучна листа.

### 3.2 Поступак полагања пријемног испита

Полагање пријемног испита обавезно је, без обзира на број пријављених кандидата. Право на рангирање стиче кандидат који је положио пријемни испит.

За прву годину студија првог циклуса може конкурисати лице које има завршено средње образовање у трајању од четири године.

Максималан број остварених бодова на пријемном испиту је 50. Минимални број бодова за успјех на испиту на студијском програму сваке године прописује Сенат Универзитета.

Садржај пријемног испита утврђује се за сваки студијски програм који се изводи на АГГФ. Пријемни испит полаже се писмено. Мјерила бодовања задатака, као и број бодова по задатку, јасно су дефинисана у испитном материјалу.

Пријемни испит је анониман и ради се под шифром.

Пријемним испитом провјеравају се знања, вјештине и способности кандидата из слједећих области Студијских програма:

#### **Студијски програм Архитектура**

*/Кандидати бирају из које од двије понуђене области ће полагати пријемни испит/*

*Математика – 50 бодова или*

*Перцепција и презентација простора – 50 бодова*

#### **Студијски програм Грађевинарство**

*Математика – 50 бодова*

#### **Студијски програм Геодезија**

*Математика – 50 бодова*

Кандидати који конкуришу за упис у прву годину првог циклуса студија Архитектуре, полажу по избору пријемни испит из Математике или пријемни испит из Перцепције и презентације простора.

Пријемни испит из Математике је исти за све и омогућава упис на сва три студијска програма нашег факултета.

Кандидат у пријави наводи на који студијски програм се пријављује. Уколико кандидат на првом уписном року положи пријемни испит из Математике а због великог броја кандидата не успије да се упише на жељени студијски програм, може да изабере неки од друга два студијска програма АГГФ-а на којима су остала слободна мјеста.

### 3.3 Правила понашања кандидата и дежурног на пријемном испиту

На пријемни испит кандидати су дужни понијети документ за идентификацију (лична карта или пасош), потврду о пријави, овјерену приликом подношења документа, прибор за писање и цртање и калкулатор/дигитрон.

Текст задатка на пријемном испиту, кандидат добија од дежурног. По завршетку идентификације, личну карту или пасош кандидат треба обавезно склонити са стола, тако да на столу остане само прибор за писање и цртање, потврда о пријави и материјал добијен од дежурног. Прије почетка пријемног испита дежурни ће провјерити идентитет кандидата. Начин попуњавања и рјешавања задатака пријемног испита зависи од врсте задатка. Упутство за попуњавање треба бити описано у испитном материјалу.

Од тренутка подјеле задатака није дозвољен никакав разговор између кандидата. Уколико кандидати разговарају међусобно, или се користе недозвољеним средствима, биће удаљени са пријемног испита и искључени (дисквалификовани). На пријемном испиту је забрањен разговор кандидата са дежурним, а позивања на усмено добијена упутства неће бити уважавана. Када кандидат сматра да је завршио са испитом, позива дежурног дизањем руке. Дежурни узима образац за одговоре од кандидата и потписује потврду о пријави и текст задатка. Након тога кандидат може изаћи из сале за полагање пријемног испита. Потврду о пријави треба сачувати, јер је она доказ да је кандидат предао задатак. После почетка испита није дозвољен одлазак у тоалет. Излазак из сале је могућ, најраније, један сат послиje почетка испита, уз обавезну предају испитног материјала. Повратак у салу није могућ прије завршетка испита. По истеку предвиђеног рока за израду задатака, кандидат затвара добијен текст задатка, ставља га са стране стола и сачека дежурног да преузме задатак и потпише потврду о пријави. Након тога кандидат може изаћи из сале за полагање пријемног испита.

### 3.4 Одржавање квалификационог испита и формирање ранг листе

Датум одржавања квалификационог испита је одређен јавним Конкурсом за упис студената у прву годину основних студија на факултете и више школе у школској 2019/2020. години. Конкурс расписује Универзитет у Бањалуци у дневним новинама Глас Српске.

Вријеме одржавања квалификационог испита ће бити објављено у Конкурсу, на огласној табли Факултета и на интернет страници факултета: [www.aggf.unibl.org](http://www.aggf.unibl.org).

Избор кандидата за упис у прву годину студија обавља се према резултату постигнутом на пријемном испиту и према општем успјеху из средње школе. Под општим успјехом у средњој школи подразумијева се средња оцјена из свих предмета у првом, другом, трећем и четвртом разреду (заокружена на двије децимале), која се при бодовању множи са десет. Највећи број бодова, према општем успјеху кандидата, износи 50.

Редослијед кандидата за упис на студиј регулисан је ранг-листом. Она се утврђује на основу општег успјеха постигнутог у средњем образовању и резултата постигнутих на пријемном испиту. Кандидат може оставити највише 100 бодова. Комисија за пријемни испит утврђује број бодова на пријемном испиту, коначан број бодова кандидата и на основу њих прелиминарни редослијед (ранг листу) кандидата. Ранг листа са укупним бројем освојених бодова објављује се на интернет страници и огласној табли АГГФ.

Кандидат може поднијети приговор, у писаном облику, на оцјене резултата пријемног испита, у року дефинисаном у складу са Конкурсом, од објављивања прелиминарне ранг-листе на факултету. Начин рјешавања жалбеног поступка описан је у Правилнику о полагању пријемног испита и о упису кандидата на АГГФ УНИБЛ.

Број кандидата за упис на студијски програм, као и однос студената чије школовање се финансира из буџета и самофинасирајућих студената одређује ресорно Министарство. У случају да два кандидата имају једнак укупан број бодова, предност има кандидат који је остварио већи број бодова на пријемном испиту.

Кандидат може бити уписан на терет буџета, ако је положио пријемни испит и на коначној ранг-листи рангиран у оквиру броја одобреног за упис кандидата на терет буџета. Кандидат може бити уписан као суфинансирајући студент уколико је положио пријемни испит и на коначној ранг-листи рангиран у оквиру броја одобреног за упис.

Кандидат може бити уписан као самофинансирајући студент уколико је положио пријемни испит.

Ако кандидат, који је остварио право на упис, не изврши упис у року утврђеном у Конкурсу, умјесто њега се уписује сљедећи кандидат, према редосљеду утврђеном у коначној ранг листи.

## 4. Садржај пријемног испита из МАТЕМАТИКЕ

Бодови	50
Вријеме рјешавања теста	150 мин

Од кандидата се очекује да покаже елементарно знање из математике, првенствено из области који су обрађиване у већини средњих школа. Тражено предзнање из математике је основ за даље праћење градива из математике и неких стручних предмета који се изучавају на студијском програму грађевинарство. Такође, способност логичког закључивања и размишљања је важно у образовању свих будућих инжењера грађевине.

Области које се полажу на квалификационом испиту:

- Полиноми и рационални алгебраски изрази
- Линеарне једначине и неједначине
- Проблеми који се своде на рјешавање линеарних једначина
- Размјера и пропорција
- Степеновање и корјеновање
- Квадратна функција, квадратне једначине и неједначине.
- Ирационалне једначине.
- Експоненцијална функција,
- Експоненцијалне једначине и неједначине.
- Основна правила логаритмовања, логаритамске једначине и неједначине.
- Тригонометрија правоуглог троугла, основне тригонометријске идентичности, тригонометријске функције, тригонометријске једначине и неједначине,
- Планиметрија (троугао, квадрат, паралелограм, ромб, правоугаоник, трапез).
- Стереометрија (призма, паралелопипед, коцка, пирамида, купа, ваљак).
- Сличност троуглова.
- Једначине праве и кружнице и њихови графици.

Литература: Вене I, II, III и књиге за први, други и трећи разред средњег усмјerenog образовања.

Начин бодовања и оцјењивања задатака

На тесту се даје 10 задатака из наведених области. Сваки задатак носи по 5 бодова. Бодују се и половично или дјелимично урађени задаци.

## 4.1 Примјери задатака са рјешењима

### 4.1.1 Полиноми и рационални алгебарски изрази

1. Одредити реалан број а тако да полином  $P(x) = 2ax^3 - 4x^2 + ax - 2a$

а) буде дјељив са  $x-2$       б) да остатак буде -8.

2. Раставити на факторе полиноме:

а)  $a^3 - 27b^3$     б)  $a^6 - 64b^6$       в)  $2a^3 - 8a^2 - 10a$

3. Упростити израз:

$$\left( \frac{x^3}{y} - \frac{y^3}{x} \right) : \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} \right)$$

4. Скратити разломак:

$$\frac{a^2 + 10a + 25}{a^2 + 3a - 10}$$

5. Скратити разломак:

$$\frac{a^4 + 1 - 2a^2}{1 - a - a^2 + a^3}$$

6. Упростити израз:

$$\left( \frac{a}{a^2 - 2a + 1} - \frac{a}{1 - a^2} - \frac{2}{a + 1} \right) : \frac{4a^2 - 1}{a^3 - a^2 - a + 1}$$

7. Упростити израз:

$$\left( \frac{a+1}{a^2 - 4} + \frac{1-a^2}{a^3 + 8} \right) : \frac{1}{(a-1)^2 + 3}$$

8. Упростити израз:

$$\left( \frac{3a-15}{a^2 - a - 20} \right)^{-1} : \frac{a+4}{27}.$$

9. Упростити израз:

$$\frac{1}{x^2 - x} + \frac{2}{1 - x^2} + \frac{1}{x^2 + x}$$

10. Упростити израз:  $\left( 3 - \frac{(a+b)^2}{ab} \right) : \frac{a^3 + b^3}{ab}$

11. Упростити израз:  $\left(1 - \frac{3x^2}{1-x^2}\right) : \left(\frac{x}{x-1} + 1\right)$ .

**РЈЕШЕЊА:**

1. а) Услов је да је остататак 0. Кад подијелимо полиноме и остатак изједначимо са 0 добијамо да је  $a=1$ .  
б) Изједначити остатак са -8, одакле се добија да је  $a=1/2$ .
2. а)  $(a-3b)(a^2+3ab+9b^2)$       б)  $(a-2)(a+2)(a^2+2a+4)(a^2-2a+4)$  в)  $2a(a+1)(a-5)$
3. Након сређивања вриједност израза је:  $-xy \cdot (x^2 + y^2)$ .
4.  $\frac{a+5}{a-2}$
5.  $1+a$
6.  $\frac{2}{2a+1} \left( a \neq -1, a \neq 1, a \neq \frac{1}{2}, a \neq -\frac{1}{2} \right)$ .
7.  $\frac{a+1}{a-2} \left( a \neq -2, a \neq 2, \dots \right)$
8. Дати израз се своди на  $\frac{(a-5)(a+4)}{3(a-5)} \cdot \frac{27}{a+4} = 9$
9. Рјешење: 0
10.  $-\frac{1}{a+b}, \quad a, b \neq 0$
11.  $\frac{1+2x}{1+x} \left( x \neq -1, x \neq 1, x \neq \frac{1}{2} \right)$

#### 4.1.2 Линеарне једначине и неједначине.

Ријешити једначине:

1.  $1-4x(x+3)(2x+9)+(2x+5)^3=0$

2.  $\frac{x}{x-2} - \frac{2x+3}{x+2} = \frac{x^2}{4-x^2}$

3.  $2|x+1| + x = 3$

4.  $|x+2| + |x-3| = 5$

Ријешити неједначине:

5.  $\frac{1}{x} > \frac{1}{x-1}$

6.  $\frac{x+1}{2x-3} < \frac{2}{3}$

7.  $\frac{2x-3}{4-x} > 3$

8.  $\frac{x+1}{x-1} > 1$

9.  $\frac{x+1}{x+2} < \frac{x-1}{x-2}$

10.  $\left| \frac{x}{x-2} \right| < 2$

11.  $\frac{x-1}{x+3} < \frac{x+1}{x-3}$

12.  $\frac{1}{x+2} < \frac{1}{x-2}$

13.  $\frac{10-x^2}{x^2-9} \geq -1$

**РЈЕШЕЊА:**

1.  $-3$

2. Једначина је дефинисана за  $x \neq 2$  и  $x \neq -2$ . Нема рјешења (дебије се да је  $x = -2$ , а то не може бити рјешење јер за  $x = -2$  једначина није дефинисана).

3.  $x = -5 \vee x = 1/3$

4.  $-2 \leq x \leq 3$

5.  $\frac{1}{x} > \frac{1}{x-1} \Leftrightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} > 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{x(x-1)} > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x(x-1)} < 0$

Рјешење посљедње неједначине је:  $x \in (0,1)$ .

6.  $\frac{x+1}{2x-3} - \frac{2}{3} < 0 \Leftrightarrow \frac{9-x}{3 \cdot (2x-3)} < 0$

Рјешење посљедње неједначине је:  $x \in (-\infty, 3/2) \cup (9, +\infty)$

7.  $\frac{2x-3}{4-x} - 3 > 0 \Leftrightarrow \frac{5 \cdot (x-3)}{4-x} > 0$

Рјешење посљедње неједначине је:  $x \in (3,4)$ .

8.  $\frac{x+1}{x-1} > 1 \Leftrightarrow \frac{x+1-x+1}{x-1} > 0 \Leftrightarrow \frac{2}{x-1} > 0$

Рјешење посљедње неједначине је:  $x \in (1, +\infty)$ .

9.  $\frac{x+1}{x+2} < \frac{x-1}{x-2} \Leftrightarrow \frac{-2x}{(x+2) \cdot (x-2)} < 0$  Рјешење посљедње неједначине је:  $x \in (-2,0) \cup (2, +\infty)$ .

10. Дата неједначина је еквивалентна неједначини  $-2 < \frac{x}{x-2} < 2$

Коначно рјешење:

$$x \in \left(-\infty, \frac{4}{3}\right) \cup (4, +\infty)$$

11.  $\frac{x-1}{x+3} < \frac{x+1}{x-3} \Leftrightarrow \frac{-8x}{(x+3)(x-3)} < 0$

$$x \in (-3,0) \cup (3, +\infty)$$

12.  $\frac{1}{x+2} < \frac{1}{x-2} \Leftrightarrow \frac{-4}{(x+2)(x-2)} < 0$

$$x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$$

13.  $x \in (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$

#### 4.1.3 Проблеми који се своде на рјешавање линеарних једначина

- Брод је био на путу 3 дана. Првог дана је прешао  $2/5$  пута, а другог  $1/3$  пута, а трећег још 56 km. Колики је пут прешао брод у та три дана?
- При производњи неког производа има 5% производа са грешком. Колико производа треба производити да се добије 61 560 комада без грешке?
- Цијена неког производа је повећана за 15%, а затим та нова цијена за још 8% тако да сада износи 1863 KM. Колика је почетна цијена производа?
- Конопац дужине 1389m подијелили на три дијела тако да је сваки дио већи од претходног за 15%. Одреди дужине свих дијелова.
- Једна лађа плови уз воду брзином од 3 m/s, а друга низ воду брзином од 5 m/s. Кад ће се лађе сусрести ако су пошли истовремено једна другој у сусрет из два мјеста чије је растојање 64 km? (резултат изразити у сатима, минутама и секундама)

6. Мјерило географске карте је 1: 1 200 000. Колико см износи удаљеност на карти између два мјеста чија је удаљеност 480 km?
7. Удаљеност између два мјеста на карти омјера 1: 1 500 000 износи 30 cm. Колика је стварна удаљеност између та два мјеста, у km?
8. Дуж цијеле полице, која је дугачка 72 cm, поређано је (усправно) 26 књига. Неке књиге су дебеле 32 mm, а остале 25 mm. Колико има дебљих, а колико тањих књига на тој полици?

**РЈЕШЕЊА:**

1. Поставити једначину:  $\frac{2}{5}x + \frac{1}{3}x + 56 = x \Rightarrow x = 210 \text{ km}$
2.  $\frac{95}{100}x = 61560 \Rightarrow x = 64800$
3. Поставити једначину:  $x \cdot 1.15 \cdot 1.08 = 1863 \Rightarrow x = 1500$
4. Поставити једначину:  $x + x \cdot 1.15 + x \cdot 1.15 \cdot 1.15 = 1389 \Rightarrow x = 400$
- Дужине тражених дијелова су: 400m, 460m и 529m.
5. Поставити једначину:  $3t + 5t = 64000 \Rightarrow t = 8000 \text{ s} . t = 2 \text{ h } 13 \text{ min } 20 \text{ s.}$
6.  $x = \frac{480000}{1200000} \text{ m} = 0.4 \text{ m tj. } 40 \text{ cm.}$
7.  $x = 30 \cdot 1500000 \text{ cm} = 45000000 \text{ cm} = 450 \text{ km}$
8. Поставити систем једначина:  $\begin{aligned} x + y &= 26 \\ 32x + 25y &= 72 \end{aligned}$

Након рјешавања система добијамо да дебљих књига има 10, а тањих 16.

#### 4.1.4 Размјера и пропорција

1. Греда дужине 4 m, ширине 30 cm и дебљине 130 mm кошта 26 KM. Колико ће коштати греда дужине 5 m, ширине 33 cm и дебљине 140 mm?
2. Мјерило географске карте је 1: 1 200 000. Колико см износи удаљеност на карти између два мјеста чија је удаљеност 480 km?
3. Ивице квадра се односе као 1: 2: 3. Запремина квадра износи  $384 \text{ dm}^3$ . Колика је површина квадра? Изразити површину у  $\text{cm}^2$ .
4. 65 радника ископа неки канал за 23 дана. Послије 15 дана 13 радника напусти посао. Колико дана треба онима који су остали да заврше осататак посла?
5. Мјерило географске карте је 1: 500 000. Колико см износи удаљеност на карти између два мјеста чија је удаљеност 150 km?
6. Удаљеност између два мјеста на карти омјера 1: 500 000 износи 60 cm. Колика је стварна удаљеност између та два мјеста, у km?

**РЈЕШЕЊА:**

1. Запремина прве греде је  $V_1=156000 \text{ cm}^3$ , а друге  $V_2= 231 000 \text{ cm}^3$ .

Поставимо пропорцију:  $x : 26 = 231 000 : 156 000$ , одакле добијамо да је  $x = 38.5 \text{ KM}$ .

$$2. \quad x = \frac{480000}{1200000} \text{m} = 0.4 \text{m} \quad \text{tj. } 40 \text{ cm}$$

3.  $a : b : c = 1: 2: 3$ . Iz proporcije је  $a=k$ ,  $b=2k$ ,  $c=3k$ .  $V=abc$ ,  $P = 2(ab+ac+bc)$

$384=6k^3$ , a odavde добијамо да је  $k=4 \text{ dm}$ , па је  $a=4 \text{ dm}$ ,  $b=8 \text{ dm}$ ,  $c=12 \text{ dm}$ .

$$P=2(32+48+96)=352 \text{ dm}^2 = 35200 \text{ cm}^2$$

$$4. \quad \begin{array}{c} 65 \text{ радника} \\ \downarrow \\ 52 \text{ радника} \end{array} \quad \begin{array}{c} 8 \text{ дана} \\ \uparrow \\ X \text{ дана} \end{array} \quad \text{дакле слиједи пропорција } x : 8 = 65 : 52, x=10 \text{ дана.}$$

$$5. \quad d = \frac{150000}{500000} = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

$$6. \quad 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}$$

$$0.6 \cdot 500 000 = 300 000 \text{ m} = 300 \text{ km}$$

#### 4.1.5 Степеновање и корјеновање

$$1. \quad \text{Израчунати: } \left( \left( 1\frac{1}{3} \right)^{-1} - 2^{-2} \right)^{-3} + 0,25^{-2}$$

$$2. \quad \text{Израчунати вриједност израза: } 25^{-\frac{1}{2}} - \left( \frac{1}{27} \right)^{-\frac{2}{3}} + 1000^{\frac{1}{3}}$$

$$3. \quad \text{Упростити израз: } \left( \left( \frac{5x-5}{2y^{-2}} \right)^{-2} \cdot \left( \frac{y^{-1}}{5x^{-1}} \right)^{-3} \right) : 10x^2y^{-3}$$

4. Упростити израз:

$$\left( \frac{1}{1+\sqrt{a}} + \frac{2\sqrt{a}}{1-a} \right) \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{a}} - 1 \right), \quad (a>0, a \neq 1)$$

$$5. \quad \text{Упростити израз: } \frac{\frac{a^2+b^2}{b}-a}{\frac{b}{b^{-1}-a^{-1}}} : \frac{a^3+b^3}{a^2-b^2} \cdot a^{-\frac{1}{2}} \quad a,b \neq 0, \quad a \neq \pm b$$

па израчунати вриједност добијеног израза за  $a = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$

$$6. \quad \text{Израчунати: } \left( \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{8}+\sqrt{12}} \right) : \frac{1}{\sqrt{3}}$$

**РЈЕШЕЊА:**

1.  $\left( \left( 1\frac{1}{3} \right)^{-1} - 2^{-2} \right)^{-3} + 0,25^{-2} = \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \right)^{-3} + \left( \frac{1}{4} \right)^{-2} = 8 + 16 = 24$

2.  $6/5$

3.  $2x^5y^2$

4.  $\frac{1}{\sqrt{a}}$

5. Након сређивања вриједност израза је:  $a\sqrt{a}$ .

$$a = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \cdot \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = 3 - 2\sqrt{2}$$

Након уврштавања дате вриједности добијамо:  $\sqrt{a} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt{2}-1$ , па је  
 $a\sqrt{a} = 5\sqrt{2}-7$

6.  $\left( \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{8}+\sqrt{12}} \right) : \frac{1}{\sqrt{3}} = \left( \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{2}{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}} \right) \cdot \sqrt{3} = 6$

#### 4.1.6 Квадратне једначине и неједначине. Квадратна функција

1. Ријешити једначину:  $(x-2)^2 + (2x+3)^2 = 13 - 4x$

$$\frac{1}{x^2 - 3x} + \frac{x-2}{2x-6} = -\frac{1}{x}$$

3. Одредити скуп рјешења система:

$$\frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{21}{10}$$

$$x^2 - y^2 = 21$$

4. Одредити вриједности реалног параметра  $k$  тако да једначина  $2x^2 + (k - 5)x + 8 = 0$  има једнака и реална рјешења.

5. Одредити вриједности реалног параметра  $m$  тако да једначина

$$mx^2 - 2\sqrt{2} \cdot x - m + 3 = 0$$
 има реална рјешења.

6. Одредити вриједности реалног параметра  $m$  за које је функција

$$f(x) = mx^2 + 2(m+2) \cdot x + 2m + 4$$
 позитивна за свако  $x \in R$ .

7. Ријешити неједначину:

$$\frac{3x}{x-1} - \frac{1}{x} \leq 1$$

8. Ријешити неједначину:

$$\frac{3x^2 - 2}{x^2 - 1} - \frac{x+1}{x-1} \leq \frac{x-1}{x+1}.$$

9. Скицирати график функције:

$$y = x^2 - |x|$$

10. У једначини  $x^2 - (m+3) \cdot x + m + 2 = 0$  одредити вриједности реалног параметра  $m$  тако да рјешења једначине задовољавају услов  $x_1^2 + x_2^2 < 5$ .

11. Одредити вриједности реалног параметра  $m$  тако да једначина  $x^2 - 2m \cdot x + m + 2 = 0$  има реална и различита рјешења.

12. Одредити вриједности реалног параметра  $m$  тако да једначина  $mx^2 - 2\sqrt{2} \cdot x - m + 3 = 0$  нема реалних рјешења.

13. Ријешити неједначину:  $\frac{1}{1-x^2} < 1$

14. Ријешити неједначину:  $\frac{2}{4-x^2} \geq \frac{1}{2}$

15. Ријешити систем једначина:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 2x + 2y &= 2 \\ x + y + 2 &= 0 \end{aligned}$$

16. Одредити вриједност реалног параметра  $k$  за које су рјешења једначине реална:

$$x^2 - 4x + k - 2 = 0$$

### **РЈЕШЕЊА:**

1.  $x_1 = 0, x_2 = -2.4$

2.  $x_1 = -2, x_2 = 2$

3.  $\frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{21}{10} \Leftrightarrow \frac{x^2 - y^2}{xy} = \frac{21}{10} \Leftrightarrow \frac{21}{xy} = \frac{21}{10} \Rightarrow xy = 10$

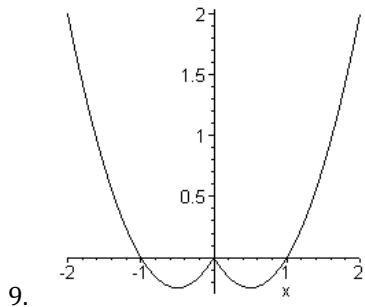
Изразимо  $y = \frac{10}{x}$

па након уврштавања у другу једначину добијамо биквадратну једначину:

$x^4 - 21x^2 - 100 = 0$ . Уводимо смјену:  $x^2 = t$ , па добијамо квадратну једначину:  $t^2 - 21t - 100 = 0$ .

Рјешење:  $x_1 = -5, x_2 = 5$ .

4. Услов: дискриминанта  $D = 0$ , одакле добијамо квадратну једначину  $k^2 - 10k - 39 = 0$ . Рјешења:  $k_1 = -3$ ,  $k_2 = 13$ .
5. Дата једначина има реална рјешења под условом да је  $D \geq 0$ , одакле добијамо рјешење  $m \in (-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$ .
6. Функција је позитивна за свако  $x \in \mathbb{R}$  ако су испуњени услови  $m > 0$  и  $D < 0$ , одакле добијамо рјешење  $m \in (2, +\infty)$ .
7. Неједначина се своди на неједначину:  $\frac{2x^2 + 1}{x \cdot (x - 1)} \leq 0 \Leftrightarrow x \cdot (x - 1) \leq 0$
- Рјешење посљедње неједначине је:  $x \in (0, 1)$
8. Након сређивања дата неједначина се своди на неједначину  $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} \leq 0$  чије рјешење је  $x \in [-2, -1) \cup (1, 2]$ .



- 9.
10. Услов:  $x_1^2 + x_2^2 < 5$  је еквивалентан са  $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 < 5$ . Одавде помоћу Виетових формул добијамо неједначину:  $m^2 + 4m < 0 \Rightarrow m \in (-4, 0)$ .
11. Услов:  $D > 0$ .  $m^2 - m - 2 > 0 \Rightarrow m \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$
12. Услов:  $D < 0$ .  $m^2 - 3m + 2 < 0 \Rightarrow m \in (1, 2)$
13. Неједначина се своди на:  $\frac{x^2}{1 - x^2} < 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
14. Неједначина се своди на:  $\frac{x^2}{4 - x^2} \geq 0 \Rightarrow x \in (-2, 2)$
15.  $\{(1, -3), (-1, -1)\}$
16.  $k \leq 6$

#### 4.1.7 Ирационалне једначине

1. Ријешити:  $x + \sqrt{-1 - x} = 1$
2. Ријешити:  $1 + \sqrt{1 - x} = \sqrt{x} + 2$

**РЈЕШЕЊА:**

1.  $x + \sqrt{-1-x} = 1 \Rightarrow \sqrt{-1-x} = 1 - x \Rightarrow -1 - x = (1 - x)^2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0.$

Како су рјешења једначине  $x_1=2$ ,  $x_2=1$ , која не припадају домену, закључујемо да једначина нема рјешења.

2.  $1 + \sqrt{1-x} = \sqrt{x} + 2 \Rightarrow \sqrt{1-x} = \sqrt{x} + 1 \Rightarrow 1 - x = x + 2\sqrt{x} + 1 \Rightarrow \sqrt{x} - x = 0$  Даље имамо да је  $x=0$  или  $x=1$ . Оба рјешења припадају домену, тако да су то заиста рјешења једначине.

#### 4.1.8 Експоненцијална функција. Експоненцијалне једначине и неједначине.

1. Скицирати график функције:  $y = 2^x - 2$

2. Ријешити једначину:

$$2 \cdot 3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 450$$

3. Ријешити једначину:

$$0,2 \cdot \sqrt{5^{|2-x|}} = 25^{x-1}$$

4. У скупу реалних бројева ријешити једначину:  $4^{x-1} - 5 \cdot 2^{x-2} = 6$

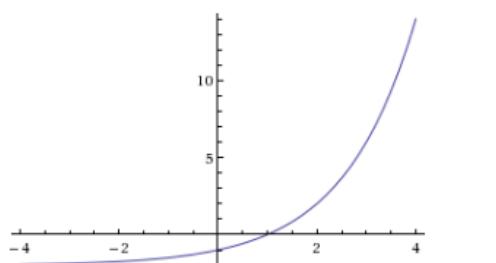
5. Ријешити једначину:  $2^{4x} + 2^{4x-1} + 4^{2x-1} + 2^{4x-3} = 62 - 16^{x-1}$

6. Ријешити неједначину:

$$121^{\frac{1}{x}} < \left(\frac{1}{11}\right)^{\frac{1}{3-x}}$$

7. У скупу реалних бројева ријешити једначину:  $0,04 \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{125}\right)^{2-x} = 25^{1-x}$

8. У скупу реалних бројева ријешити једначину:  $0,04^{3-x} \cdot \sqrt{125} = \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{-x}$

**РЈЕШЕЊА:**

1.

2.  $2 \cdot 3^x \cdot 3 - 4 \cdot 3^x \cdot \frac{1}{9} = 450 \Leftrightarrow 3^x \cdot \left(6 - \frac{4}{9}\right) = 450$

3.  $3^x = 3^4$ , одакле добијамо рјешење  $x = 4$ .

4. Након сређивања неједначина се своди на:  $5^{\frac{|2-x|}{2}-1} = 5^{2(x-1)}$ , а одавде добијамо једначину  $\frac{|2-x|}{2}-1 = 2(x-1) \Rightarrow x = \frac{4}{5}$ . Једначина се своди на  $2^{2x} - 5 \cdot 2^x - 24 = 0$ , која се смјеном  $2^x = t$  ( $t > 0$ ) своди на квадратну одакле добијамо рјешење:  $x = 3$ .

5. Једначина се своди на  $2^{4x} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}\right) = 62 \Leftrightarrow 2^{4x} = 2^5 \Rightarrow x = \frac{5}{4}$

$$121^{\frac{1}{x}} < \left(\frac{1}{11}\right)^{\frac{1}{3-x}} \Leftrightarrow 11^{\frac{2}{x}} < 11^{-\frac{1}{3-x}} \Leftrightarrow \frac{2}{x} < -\frac{1}{3-x}$$

6.  $x \in (-\infty, 0) \cup (3, 6)$

7. Једначина се своди на:  $5^{-2-5+\frac{5}{2}x} = 5^{2-2x} \Rightarrow x = 2$

8. Једначина се своди на:  $5^{-2(3-x)+3/2} = 5^{1/2x} \Rightarrow x = 3$

#### 4.1.9 Логаритамска функција. Логаритамске једначине и неједначине.

1. Одредити домен, нуле и скицирати график функције:

$$y = \log_2(x+2)$$

2. Одредити домен и нуле функције:

$$y = \log(2x^2 - x)$$

$$0,25^{2x-1} = \frac{\log 81}{\log 3}.$$

3. Ријешити једначину:

4. Ријешити једначину:

$$\frac{1}{2} \log(2x+5) + \log\sqrt{2x-4} = \log 2x$$

5. Ријешити неједначину

$$\log_{0.5}(x-0.5) + \log_{0.5}(x-1) \geq 1.$$

6. Ријешити систем једначина:  $100^{\log x} = y^2 + xy - 5$   
 $5^{x+y} = (0,2)^{x-2y}$

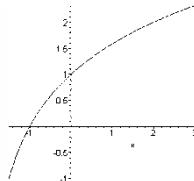
7. Ријешити систем једначина:  $2^{2x-3} \cdot 5^{y+2} = 1000$   
 $\log_{\sqrt{2}}(x-y) = 2$

8. Ријешити једначину (не користити дигитрон):  $\sqrt{8^{3-x}} = 4^{\log_3 \frac{\sqrt{3}}{9}}$

9. Ријешити једначину (не користити дигитрон):  $\sqrt[3]{9^{x+1}} = 3^{\log_2 \frac{4}{\sqrt{2}}}$

10. Ријешити једначину:  $\log_{27} x + \log_3 \frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \log_9 x$

**РЕШЕЊА:**



1. Домен функције:  $x \in (-2, +\infty)$ ; Нула:  $x = -1$

2. Услов:  $2x^2 - x > 0$  Домен функције:  $x \in (-\infty, 0) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ . Нуле:  $x_1 = -\frac{1}{2}$ ,  $x_2 = 1$

3.  $0,25^{2x-1} = \log_3 81 \Leftrightarrow 0,25^{2x-1} = 4 \Rightarrow x = 0$

4. Дата једначина је дефинисана за  $x \in (2, +\infty)$ , па је једначина еквивалентна једначини:

$$\log(2x+5) \cdot (2x-4) = \log 4x^2 \Leftrightarrow (2x+5) \cdot (2x-4) = 4x^2 \Rightarrow x = 10 \in D.$$

5. Дата неједначина је дефинисана за  $x \in (1, +\infty)$ , па је неједначина еквивалентна неједначини:

$$\log_{0,5}(x-0,5) \cdot (x-1) \geq \log_{0,5} 0,5, \text{ а одавде је}$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot (x-1) \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x^2 - 3x \leq 0 \Rightarrow x \in \left[0, \frac{3}{2}\right].$$

У пресјеку са доменом рјешења, коначно рјешење неједначине је:  $x \in \left[1, \frac{3}{2}\right]$ .

6. Прва једначина је дефинисана за  $x \in (0, +\infty)$

Након сређивања друга једначина се своди на:  $y = 2x$ . Прва једначина, након уврштавања  $y = 2x$ , се своди на:  $\log x^2 = \log(6x^2 - 5) \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$ , па је  $y = 2$ .  $R_s = \{(1, 2)\}$

7. Услов:  $x - y > 0$ . Из друге једначине добијамо да је  $x - y = 2$ . Уврштавајући у прву једначину добијамо експоненцијалну једначину одакле добијамо да је  $x = 3, y = 1$ .

$$8. \log_3 \frac{\sqrt{3}}{9} = -\frac{3}{2}$$

$$2^{\frac{3-x}{2}} = 2^{-3} \Rightarrow x = 5$$

$$9. \log_2 \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2}$$

$$3^{\frac{2 \cdot \frac{x+1}{3}}{3}} = 3^{\frac{3}{2}} \Rightarrow x = \frac{5}{4}$$

$$10. x = \frac{1}{3}$$

#### 4.1.10 Тригонометрија

1. Наћи сва рјешења једначине:  $\cos x + 2 = 2 \cdot \sin^2 x$ .
2. Наћи сва рјешења једначине:  $\sin x + \cos 2x = 1$ .
3. Наћи сва рјешења једначине:  $(\sin x - \cos x)^2 = \sin 2x$ .
4. Ако је  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$  израчунати  $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha$  без употребе дигитрона.
5. Из тачке О види се спрат А под углом  $30^\circ$  и спрат В под углом  $60^\circ$ , ако је тачка О од зграде удаљена 100m, колико је удаљеност од спрата А до спрата В.
6. Наћи сва рјешења једначине:  $\left(\frac{\sin x + 1}{\cos x}\right)^2 = \frac{1}{3}$
7. Наћи сва рјешења једначине:  $\left(\frac{\cos x + 1}{\sin x}\right)^2 = \frac{1}{3}$
8. Ријешити једначину:  $\cos(2x) = 1/2$
9. Доказати једнакост:  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\cos 2x}{2}$

**РЈЕШЕЊА:**

1. Неједначина се након сређивања своди на:  $2\cos^2 x + \cos x = 0$ .

$$x_1 = \frac{\pi}{2} + k\pi, x_2 = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, x_3 = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

2. Неједначина се након сређивања своди на:  $\sin x - 2\sin^2 x = 0$ .

$$x_1 = k\pi, x_2 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, x_3 = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

3. Једначина се своди на  $\sin 2x = \frac{1}{2}$

$$\text{Рјешења: } x_1 = \frac{\pi}{12} + k\pi \quad x_2 = \frac{5\pi}{12} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

4.  $\cos \alpha = 4/5, \sin 2\alpha = 24/25, \cos 2\alpha = 7/25$

5. Означимо висину спрата А са a, те висину спрата В са b. Из тригонометрије правоуглог троугла добијамо

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{a}{100} \Rightarrow a = \frac{100}{\sqrt{3}}, \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{b}{100} \Rightarrow b = 100\sqrt{3}.$$

Па добијамо да је тражена висина  $h = b - a = 115.47$ .

6. Једначина се своди на:  $2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0 \Rightarrow \sin x = -1, \sin x = -\frac{1}{2}$  па је

$$x_1 = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, x_2 = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, x_3 = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$

7. Једначина се своди на:  $2 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -1, \cos x = -\frac{1}{2}$  па је

$$x_1 = \pi + 2k\pi, x_2 = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, x_3 = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$$

8.  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

9.  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \sin 2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\cos 2x}{2}$

#### 4.1.11 Планиметрија

- Површина једног правоугаоника је за  $125 \text{ cm}^2$  већа од површине квадрата над мањом страницом. Одредити странице правоугаоника ако се разликују за 5 см.
- У троуглу се основица и висина односе као 4 : 3. Ако те двије величине повећамо са 2 см, површина порасте за  $16 \text{ cm}^2$ . Колике су основица и висина?
- У правоуглом трапезу висина је 7 см, а крак 11 см. Површина трапеза је  $49\sqrt{2} \text{ cm}^2$ . Израчунати основице трапеза.
- Површина ромба је  $24 \text{ cm}^2$ , а једна дијагонала има дужину 6 см. Израчунати полупречник уписане кружнице ромба.
- Странице троугла ABC су  $BC=15 \text{ cm}$ ,  $AC=13 \text{ cm}$  и  $AB=4 \text{ cm}$ . Израчунати висину која одговара страници AB.
- У једнакокраки правоугли троугао уписан је квадрат тако да му два тјемена припадају хипотенузи, а по једно катетама. Ако је дужина катете троугла 12 см, израчунај површину квадрата.
- Странице троугла односе се као  $5 : 7 : 8$ , а површина му износи  $90\sqrt{3}$ . Израчунати полупречник уписаног и описаног круга.
- У троуглу ABC дати су сљедећи елементи: страница  $a=2 \text{ cm}$  и углови  $\gamma=60^\circ$  и  $\beta=75^\circ$ . Одредити остале основне елементе троугла и полупречник описаног круга.

#### РЈЕШЕЊА:

- Површина правоугаоника је  $P_p = P_k + 125 \text{ cm}^2$ , одавде је  $a \cdot b = b^2 + 125 \dots (*)$ . Странице правоугаоника се разликују за 5 см, па је  $a - b = 5$ , одакле је  $a = b + 5$ . Уврштавањем a у једначину (\*) добијамо да је страница  $b = 25 \text{ cm}$ , па је  $a = 30 \text{ cm}$ .

$$c:h = 4:3 \Rightarrow c = \frac{4}{3}h \quad (1)$$

$$P_1 = P + 16, \text{ па је } \frac{(c+2) \cdot (h+2)}{2} = \frac{c \cdot h}{2} + 16, \text{ па када уврстимо } c \text{ из (1) добићемо: } 14h = 84 \Rightarrow h = 6 \text{ cm, } c = 8 \text{ cm.}$$

$$3. \text{ Површина трапеза је } P = \frac{a+c}{2} \cdot h \Leftrightarrow \frac{a+c}{2} \cdot 7 = 49\sqrt{2} \Rightarrow a+c = 14\sqrt{2} \quad (1)$$

Из Питагорине теореме имамо:  $(a-c)^2 = 11^2 - 7^2 = 72$ , па је  $a - c = 6\sqrt{2}$  (2). Рјешавањем система једначина (1) и (2) добијамо да основицетрапеза износе:  $a = 10\sqrt{2}$ ,  $c = 4\sqrt{2}$ .

$$4. \quad P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} = 24 \Rightarrow d_2 = 8 \text{ cm} \quad \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = a^2 \Rightarrow a = 5 \text{ cm} \quad P = a \cdot h \Rightarrow h = \frac{24}{5} \Rightarrow r = \frac{12}{5} = 2,4 \text{ cm}$$

5. Помоћу Херонове формуле  $P = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$   $s = \frac{a+b+c}{2} = 16$  налазимо да површина датог троугла износи  $24 \text{ cm}^2$ , па је тражена висина  $h = 12 \text{ cm}$ .

6. Користити сличност троуглова. Дужина хипотенузе је  $c = 12\sqrt{2} \text{ cm}$ , а странице уписаног квадрата  $x = 4\sqrt{2} \text{ cm}$ . Површина квадрата износи  $P = 32 \text{ cm}^2$ .

7. Искористити Херонову формулу за површину троугла. Дужине странице троугла су  $a = 15 \text{ cm}$ ,  $b = 21 \text{ cm}$ ,  $c = 24 \text{ cm}$ . Полупречник описаног круга:  $R = \frac{abc}{4P} \Rightarrow R = 7\sqrt{3} \text{ cm}$

$$r = \frac{P}{s} \Rightarrow r = 3\sqrt{3} \text{ cm} \quad \text{полупречник уписаног круга.}$$

8.  $\alpha = 45^\circ$ , из синусне теореме:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$  добијамо да је  $b = \sqrt{3} + 1 \text{ cm}$   
 $c = \sqrt{6} \text{ cm}$ ,  $R = \sqrt{2} \text{ cm}$ .

#### 4.1.12 Стереометрија

1. Колике су странице правоугаоника који ротацијом око једне странице опише тијело површине  $120\pi$ , а око друге тијело површине  $168\pi$ ?
2. Израчунати запремину усправне купе чија изводница је за 1 см дужа од висине, а полупречник основе је 3.
3. Ивице правоуглог паралелопипеда (квадра) су  $a = 9 \text{ cm}$ ,  $b = 7 \text{ cm}$  и  $c = 10 \text{ cm}$ . За колико треба сваку од њих смањити да се површина тијела смањи за  $98 \text{ cm}^2$ ?
4. Израчунај запремину правилне четворостране пирамиде којој је висина 18 см, а површина дијагоналног пресјека  $378 \text{ cm}^2$ .
5. Обим основе квадра износи 42 см. Дијагонални пресјек квадра је квадрат површине  $225 \text{ cm}^2$ . Израчунај површину и запремину квадра.
6. Основне ивице квадра односе се као 1 : 2. Бочне стране развијене у равнину чине квадрат површине  $144 \text{ cm}^2$ . Израчунај површину и запремину тог квадра.
7. Ако се бочне стране правилне тростране призме развију у равнину добије се квадрат површине  $144 \text{ cm}^2$ . Израчунати површину и запремину те призме.
8. Основне ивице квадра односе се као 1 : 2. Бочне стране развијене у равнину чине квадрат површине  $144 \text{ cm}^2$ . Израчунај површину и запремину тог квадра.

9. Ако се бочне стране правилне тростране призме развију у равнину добије се квадрат површине  $144 \text{ cm}^2$ . Израчунати површину и запремину те призме.
10. Ако се дужина катета једнакокраког правоуглог троугла повећа за 4, површина се повећа за 32. Одредити хипотенузу датог троугла.
11. Основне ивице квадра су 5 и 12 см. Колика је ивица сако је дијагонални пресек том ивицом квадрат? Израчунати површину и запремину квадра.

**РЈЕШЕЊА:**

1. Тијела која се добијају ротацијом око страница правоугаоника су ваљци. Површина ваљка је  $P=2\pi r(r+H)$

$$\begin{aligned} a^2 + ab &= 60 \\ \text{Добијамо систем једначина: } ab + b^2 &= 84 \end{aligned}$$

Рјешавањем система добијају се рјешења:  $a=5 \text{ cm}$ ,  $b=7 \text{ cm}$ .

2.  $s^2 = H^2 + r^2 \Leftrightarrow (H+1)^2 = H^2 + 9$ . Из пољедње једначине налазимо висину  $H = 4 \text{ cm}$ .

Запремина купе износи  $V = 12\pi \text{ cm}^3$ .

3.  $P = 2 \cdot (ab + bc + ac)$ ,  $P_1 = P - 96$

$$(9-x) \cdot (7-x) + (7-x) \cdot (10-x) + (9-x) \cdot (10-x) = 174$$

$$3x^2 - 52x + 49 = 0, \text{ а одавде је } x = 1 \text{ см.}$$

Одговарајуће странице паралелопипеда треба смањити за 1 см.

4. Из површине дијагоналног пресека налазимо да дијагонала основе износи  $d = 42 \text{ cm}$ , одакле добијамо ивицу основе пирамиде  $a = 21\sqrt{2} \text{ см}$ . Запремина пирамиде је  $V = \frac{B \cdot H}{3}$ ,  $V = 5292 \text{ cm}^3$

5.  $O=2(a+b)=42 \text{ cm}$ , одавде је  $a + b = 21$ .

Површина дијагоналног пресека:  $c^2=225 \Rightarrow c = 15 \text{ см.}$

Из услова задатка је дијагонала основе  $d = c$ , па је  $d = 15 \text{ см.}$

Из Питагорине теореме имамо да је  $a^2 + b^2 = c^2$ .

Дакле, добијамо систем једначина:  $a^2 + b^2 = 225$   $a + b = 21$

Рјешавањем система добијамо:  $a_1 = 12 \text{ см}$ ,  $b_1 = 9 \text{ см}$ .  $a_2 = 9 \text{ см}$ ,  $b_2 = 12 \text{ см.}$

$$P = 846 \text{ cm}^2, V = 1620 \text{ cm}^3$$

6.  $c=2(a+b)$ ,  $2a = b$ .

Из услова задатка је  $c^2=144$ , одакле је  $a + b = 6$ .  $a = 2 \text{ см}$ ,  $b = 4 \text{ см}$ ,  $c = 12 \text{ см.}$

$$V=abc=96 \text{ cm}^3, P = 2(ab + bc + ac) = 160 \text{ cm}^2$$

7.  $H = 3a$ .  $(3a)^2 = 144$ , па је  $a = 4 \text{ см}$ ,  $H = 12 \text{ см}$ .  $P = \sqrt{3}a^2 + 3aH = (16\sqrt{3} + 144) \text{ cm}^2$

$$V = B \cdot H = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 \cdot 3a = \frac{3\sqrt{3}}{2} 64 = \frac{192\sqrt{3}}{2} = 96\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

8.  $c=2(a+b)$ ,  $2a = b$ . Из услова задатка је  $c^2=144$ , одакле је  $a + b = 6$ .  $a = 2 \text{ см}$ ,  $b = 4 \text{ см}$ ,  $c = 12 \text{ см.}$

$$V=abc=96 \text{ cm}^3, P = 2(ab + bc + ac) = 160 \text{ cm}^2$$

9.  $H = 3a$ .  $(3a)^2 = 144$ , па је  $a = 4$  см,  $H = 12$  см.  $P = \sqrt{3}a^2 + 3aH = (16\sqrt{3} + 144)cm^2$

10. Катета је 6, а хипотенуза  $6\sqrt{2}$ .

11.  $c = 13$  см,  $P = 562$  см $^2$ ,  $V = 780$  см $^3$

#### 4.1.13 Сличност троуглова

- Троуглови ABC и DEF су слични, при чему је AB=3, DE =6. Површина првог торугла је 12. Израчунати површину другог троугла.
- Троуглови ABC и DEF су слични, при чему су обими дати редом  $O_1=12$ ,  $O_2=36$ . У ком односу су површине датих троуглова.
- Правоугли троуглови ABC и DEF су слични , при чему су катете другог троугла у односу 3:4. Ако је хипотенуза првог троугла 5, колико је му је површина.
- Обим једнакокраког троугла је 64, а крак је за 8 дужи од основице. Израчунати дужину обима  $O_1$  њему сличног троугла чија је дужина основице 12.
- Катете правоуглог троугла су  $a=3$ ,  $b=4$ . Израчунати површину њему сличног троугла ако је коефицијент сличности  $k = 2/3$ .

#### **РЈЕШЕЊА:**

1.  $P_1 = 12$ , те искористимо да је однос  $P_1 : P_2 = AB^2 : DE^2$ . Према томе  $12 : P_2 = 9 : 36$ , па коначно добијамо да је  $P_2 = 48$ .

2. Искористимо однос који вриједи за сличне торуглове,  $O_1 : O_2 = AB : DE$ ,  $P_1 : P_2 = AB^2 : DE^2$ . Закључујемо да је  $P_1 : P_2 = 1 : 9$ .

3. Из сличности закључујемо да је  $a:b = 3:4$ , те искористимо питагорину теорему па добијамо

$$a^2 + b^2 = c^2, \text{ односно } \frac{25b^2}{16} = 25 \Rightarrow b = 4.$$

Па закључујемо да је површина  $P = 6$ .

4. Како је троугао једнакокраки имамо  $a + (a+8)+(a+8) = 64$ , односно  $a = 16$ . Из услова да је  $a : a_1 = O : O_1$ , па закључујемо да је  $O_1 = 48$ .

5. Површина првог троугла је  $P = \frac{ab}{2} = 6$ . Како је  $P : P_1 = a^2 : a_1^2$  добијамо да је

$P : P_1 = 4 : 9$ , односно  $P_1 = 27/2$ .

#### 4.1.14 Права и кружница

1. Одредити параметар  $m$  тако да права

$y = \frac{m}{m^2 - 2} \cdot x + 3m$  са x-осом заклапа угао од  $45^\circ$ . За нађено  $m$  скицирати праву.

2. Написати једначину праве која пролази кроз тачку пресека правих:

$$3x - y + 4 = 0 \text{ и } 4x - 6y + 3 = 0 \text{ и нормална је на правој р: } 5x + 2y + 6 = 0.$$

3. Одредити све вриједности реалног параметра  $k$  за које је права

$$y = \frac{5-5k}{1-3k} \cdot x - 3$$

4. Написати једначину кружнице чији је центар тачка  $C(-3,4)$  и које пролази кроз координатни почетак.

5. Одредити једначину кружнице којој је дуж  $AB$  пречник, где је  $A(2,6), B(-4,-2)$ .

6. Написати једначину кружнице који садржи тачку  $A(9,-5)$ , а центар му се налази у пресеку правих  $2x+y-15=0$  и  $x-3y+17=0$ .

7. Наћи једначине тангенте кружнице конструисаних из тачке  $M(-4,3)$  на кружницу

$$k: x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0.$$

8. Одредити једначину нормале кружнице  $k: x^2 + y^2 + 4x - 4y - 17 = 0$  у његовој тачки  $A(2,5)$ .

Написати једначину кружнице која садржи тачку  $A(8,-3)$ , а центар јој се налази у пресеку правих  $2x - y + 1 = 0$  и  $3x + 2y - 16 = 0$ . Скицирати кружницу у правоуглом координатном систему.

9. Одредити једначину кружнице којој је дуж  $AB$  пречник, где је  $A(2,-2), B(8, 6)$ . Скицирати кружницу у правоуглом координатном систему. Одредити затим пресек кружнице са правом  $x - y + 2 = 0$ .
10. Написати једначину кружнице чији је центар у пресеку правих  $2x + y - 15 = 0$  и  $x - 3y + 17 = 0$ , а садржи тачку  $A(9, -5)$ .

#### РЈЕШЕЊА:

1. Услов:

$$\frac{m}{m^2 - 2} = \operatorname{tg} 45^\circ \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$m_1 = -1, m_2 = 2$$

Рјешења су праве:  $y = x - 3, y = x + 6$

2. Рјешавањем система једначина добијамо пресечну тачку датих правих  $P(-3/2, -1/2)$ .

Једначину праве  $r$  изразимо у експлицитном облику:  $y = -5/2x - 3$ , па из услова да тражена права треба окомита на дату праву  $r$  добијамо да је коефицијент правца тражене праве  $k = 2/5$ . Једначина праве кроз дату тачку:  $y - y_0 = k(x - x_0)$ , одакле добијамо коначно да је једначина тражене праве  $4x - 10y + 1 = 0$ .

- Услов да права буде опадајућа: Одредити све вриједности реалног параметра  $k$  за које је права
3.  $\frac{5-5k}{1-3k} < 0$   
Рјешење:  $k \in \left(\frac{1}{3}, 1\right)$
  4. Пошто координатни почетак  $O(0,0)$  припада кружници, то значи да је  $r=OC$ , односно  $r = \sqrt{(-3-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{25} = 5$  па једначина круга је  $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$
  5. Како је  $AB$  пречник круга центар круга  $C(p,q)$  се налази на средини дужи:  

$$p = \frac{2 + (-4)}{2} = -1; q = \frac{6 + (-2)}{2} = 2.$$
 Даље добијамо  

$$r = \sqrt{(-4+1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{25} = 5$$
 па једначина кружнице гласи  

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$$
  6. Координате центра круга добијамо решавањем система:  $2x+y-15=0$ ,  $x-3y+17=0$  чија су рјешења  $x=4, y=7$ , односно центар кружнице је  $C(4,7)$ . Полупречник кружнице је растојање центра од дате тачке на кружници  $A(9,-5)$ :  

$$r = \sqrt{(9-4)^2 + (-5-7)^2} = \sqrt{169} = 13$$
 према томе једначина кружнице гласи  

$$(x-4)^2 + (y-7)^2 = 169$$
  7. Координате тачке  $M(-4,3)$  задовољавају једначину праве, односно  $n = 4k + 3$ . Из општег облика једначине кружнице добијамо да се центар налази у тачки  $C(1,-2)$ , те  $r^2=5$ . Из услова тангентности добијамо:  $5(1+k^2) = (k+2+4k+3)^2$  те једначина се своди на  $2k^2 + 5k + 2 = 0$  односно  $k_1=-2, k_2=-1/2$ . Па једначине тангенте гласе:  $t_1: y = -2x - 5, t_2: y = -\frac{1}{2}x + 1$ .
  8. Нормала на кружницу је права нормална на тангенту у датој тачки, па је  $k_n = -1/k_t$ . Координате тачке  $M$  задовољавају једначину праве, па имамо  $n = 5-2k$ . Из општег услова кружнице можемо одредити центар  $C(-2,2)$ , те полупречник  $r=5$ . Из услова тангентности добијамо да је  $9k^2 + 24k + 16 = 0$  односно  $k_{1/2} = -4/3$ . Па једначина нормале гласи  
 $n: y = \frac{3}{4}x + 7/2$ .
  9.  $C(2, 5), r = 10 \text{ cm}, (x-2)^2 + (y-5)^2 = 100$
  10.  $C(5, 2), r=5, (x-5)^2 + (y-2)^2 = 25$  Пресјечне тачке са правом:  $P_1(0, 2), P_2(5, 7)$
  11.  $(x-4)^2 + (y-7)^2 = 13^2$

## 4.2 Примјер теста за пријемни испит

## МАТЕМАТИКА

Укупан број бодова (попуњава комисија)

Ријешити дате задатке. Рјешења задатака написати хемијском оловком на овом листу уз текст задатка у предвиђени простор за рјешење. Празне печатирани листове у прилогу користити за израду задатака и прорачун и приложити уз тест. За рад користити хемијску оловку.

**ЗАДАТAK 1.** Упростити израз:  $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^{-1} : \frac{ab}{a^2 - b^2}$

бодови

Рјешење (5 бодова):



**ЗАДАТAK 2.** Ријешити неједначину:

$$\frac{2x}{x-3} < 1$$

бодови

Рјешење (5 бодова):



**ЗАДАТAK 3.** Ријешити једначину:

$$(x-2)^2 - 1 = 0$$

бодови

Рјешење (5 бодова):



**ЗАДАТAK 4.** Ријешити једначину:

$$8^{2x-5} = \left(\frac{1}{4}\right)^{3-x}$$

бодови

Рјешење (5 бодова):

**ЗАДАТAK 5.** Наћи сва рјешења једначине:

$$\sin x + \sin 2x = 0$$

бодови

Рјешење (5 бодова):

**ЗАДАТAK 6.** Без кориштења дигитрона израчунати:

$$\sin 135^\circ ; \cos 210^\circ$$

бодови

Рјешење (5 бодова):

**ЗАДАТAK 7.** У трапезу један угао на основици је прав, висина је 3 см, а крак 5 см.

Површина трапеза је 12 см<sup>2</sup>. Израчунати основице трапеза.

бодови

Рјешење (5 бодова):

**ЗАДАТAK 8.** Ивице квадра односе се као 2:1:3. Израчунати запремину тог квадра ако је његова површина 352 см<sup>2</sup>.

бодови

Рјешење (5 бодова):

**ЗАДАТAK 9.** Одредити једначину кружнице којој је дуж АВ пречник, где је А(2,-2), В(8,6). Скицирати кружницу у правоуглом координатном систему, а затим одредити пресек те кружнице са правом  $x - y + 2 = 0$ .

бодови

Рјешење (5 бодова):

**ЗАДАТAK 10.** Израчунати без употребе дигитрона:

$$\log_{\sqrt{2}} 8 + \log_3 27 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$$

бодови

Рјешење (5 бодова):

## 4.3 Пријемни испит из Математике (2020. година)

## МАТЕМАТИКА

Укупан број бодова (попуњава комисија)

Ријешити дате задатке. Рјешења задатака написати хемијском оловком на овом листу уз текст задатка у предвиђени простор за рјешење. Празне печатирани листове у прилогу користити за израду задатака и прорачун и приложити уз тест. За рад користити хемијску оловку.

**ЗАДАТAK 1.** Упростити израз:  $\left( \frac{(a+b)^3}{3ab} - (a+b) \right) : \left( 1 + \frac{(a-b)^2}{ab} \right)$

бодови

Рјешење (5 бодова):  $\frac{a+b}{3}, a, b \neq 0$

**ЗАДАТAK 2.** Одредити вриједност реалног параметра  $k \neq 0$  тако да рјешења једначине  $kx^2 - (2k+1)x + 1 = 0$

задовољавају услов  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 5$ .

бодови

Рјешење (5 бодова):  $k = 2$

**ЗАДАТAK 3.** Ријешити неједначину:

$$\frac{x+3}{x^2+4x} \geq 0.$$

бодови

Рјешење (5 бодова):  $x \in (-4, -3] \cup (0, +\infty)$

**ЗАДАТAK 4.** Ријешити једначину:

9.  $9^{x-1} + 7 = 4(3^{x-1} + 1)$

10.

бодови

Рјешење (5 бодова):  $x_1 = 1, x_2 = 2$

**ЗАДАТAK 5.** Ријешити једначину:

$$\cos\left(\pi - \frac{x}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

бодови

Рјешење (5 бодова):  $x = \frac{5\pi}{3} + 4k\pi \vee x = \frac{7\pi}{3} + 4k\pi, k \in \mathbb{Z}$

**ЗАДАТAK 6.** Дате су странице троугла  $a = 2, b = 1 + \sqrt{3}, c = \sqrt{6}$ . Израчунати угао наспрам странице  $c$  (угао  $\gamma$ ), па затим израчунати и остале углове троугла.

бодови

Рјешење (5 бодова):  $\alpha = \frac{\pi}{4}, \beta = \frac{\pi}{3}, \gamma = \frac{5\pi}{12}$

**ЗАДАТAK 7.** Ако смањимо дужине страница правоугаоника  $a = 40 \text{ cm}, b = 28 \text{ cm}$  за исту вриједност, добићемо правоугаоник чија се површина односи према површини првог правоугаоника као  $2:5$ . Колике су странице мањег правоугаоника?

бодови

Рјешење (5 бодова):  $a = 28 \text{ cm}, b = 16 \text{ cm}$

**ЗАДАТAK 8.** Ријешити систем једначина:

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 4x &= 6 \\x - y + 2 &= 0\end{aligned}$$

бодови

Рјешење (5 бодова):  $\{(-1,1), (1,3)\}$

**ЗАДАТAK 9.** Правоугли троугао катета чије су дужине  $15\text{cm}$  и  $20\text{cm}$  ротира око мање катете. Израчунати површину и запремину добијеног обртног тијела.

бодови

Рјешење (5 бодова):  $P = 900\pi, V = 2000\pi$

**ЗАДАТAK 10.** Написати једначину кружнице чији је центар на  $O_x$  оси, а садржи тачке  $A(0, -2)$  и  $B(2, 4)$ .

бодови

Рјешење (5 бодова):  $(x - 4)^2 + y^2 = 20$

## 5. Садржај пријемног испита из ПЕРЦЕПЦИЈЕ И ПРЕЗЕНТАЦИЈЕ ПРОСТОРА

Бодови	50
Вријеме рјешавања теста	150 мин

Од кандидата се уопштено очекује да покаже способност менталне манипулације тијелима у простору кроз уочавање и препознавање елемената пропорције, перспективе, паралености и симетрије. Такође, од кандидата се очекује да покаже и разноликост и креативност при рјешавању просторних задатака, те вјештине цртања и презентације замишљеног на папиру. Такве компетенције испитиваће се кроз типове задатака који показују:

- способност замишљања и цртања тијела у простору из различитих погледа и у различitim просторним положајима
- способност замишљања и цртања пресјека и међусобних продора тијела у простору
- способност визуелизације и приказа простора на основу описа
- способност оријентације у простору

### Начин бодовања и оцјењивања задатака

Задаци могу бити различите комплексности за сваки сегмент испитивања способности. Број бодова које задатак носи наведени су поред текста задатка. Дио задатака из ове области дат је у форми задатака са понуђеним одговорима.

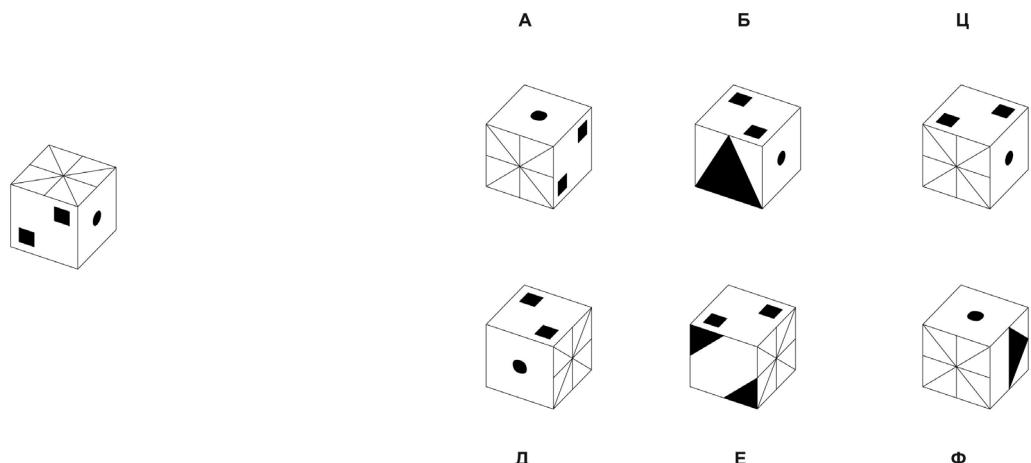
Код задатака код којих се од кандидата тражи да сами понуде рјешење, бодови ће се додијелити у складу са нивоом показаних способности које се од кандидата очекују.

## 5.1 Примјери задатака са рјешењима

### 5.1.1 Ротација и прикази тијела у простору

#### Задатак 1 (2 бода)

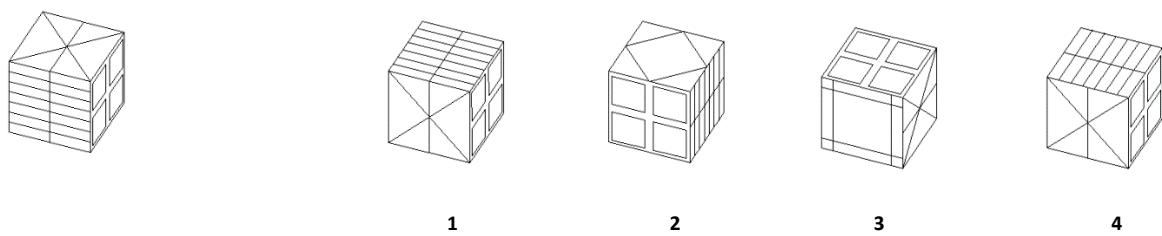
На слици лијево приказана је коцка на чијим странама је нацртана мустра. Десно су дате коцке са различитим мустрама и у различитим просторним положајима. На једној од ових слика се може налазити коцка са слике 1. Заокружити ознаку слике која одговара коцки са слике лијево.



**Рјешење:** Тачно рјешење је Д.

#### Задатак 2 (2 бода)

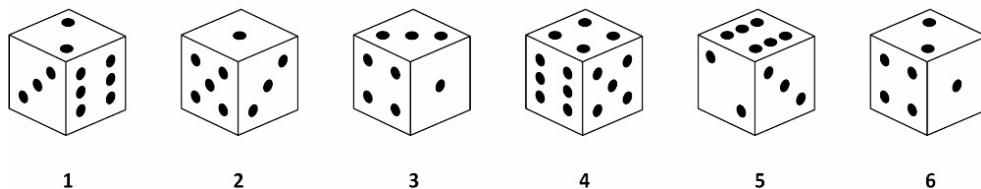
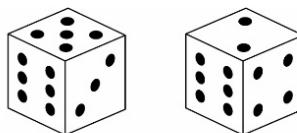
На слици лијево приказана је коцка на чијим странама је нацртана мустра. Десно су дате коцке са различитим мустрама и у различитим просторним положајима. На једној од ових слика се може налазити коцка са слике 1. Заокружити ознаку слике која одговара коцки са слике лијево.



**Рјешење:** Тачно рјешење је 3.

**Задатак 3 (4 бода)**

На слици горе дата су два изгледа једне коцке. Које од датих рјешења на слици доле представља изглед дате коцке сагледане из другог угла? Заокружити број испод тачног рјешења.

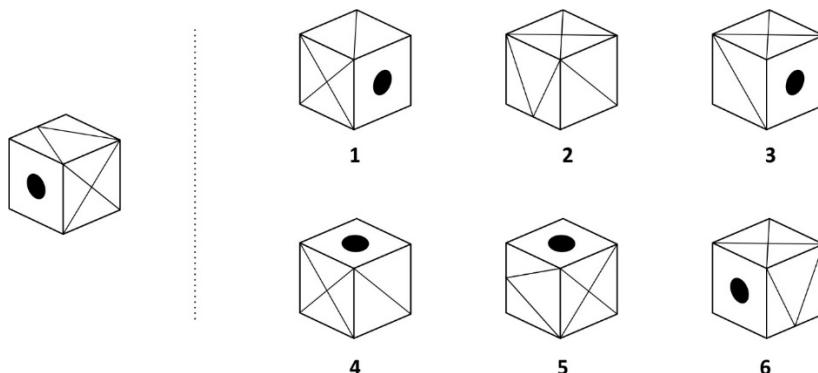


1                    2                    3                    4                    5                    6

**Рјешење:** Тачно рјешење је 5.

**Задатак 4 (2 бода)**

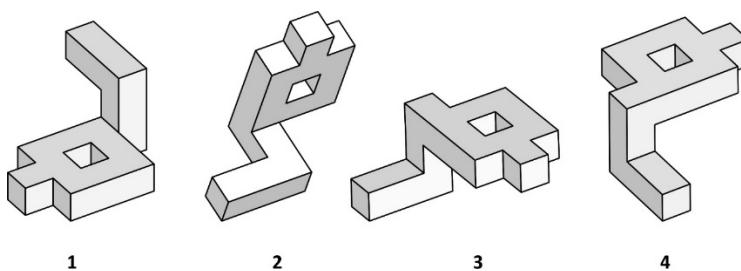
На слици лијево дат је изглед једне коцке. Све странице коцке имају различите симболе. Које од датих рјешења на слици десно представља изглед дате коцке сагледане из другог угла?



**Рјешење:** Тачно рјешење је 1.

**Задатак 5 (2 бода)**

Које од датих тијела се разликује од осталих? Заокружити број испод тачног рјешења.

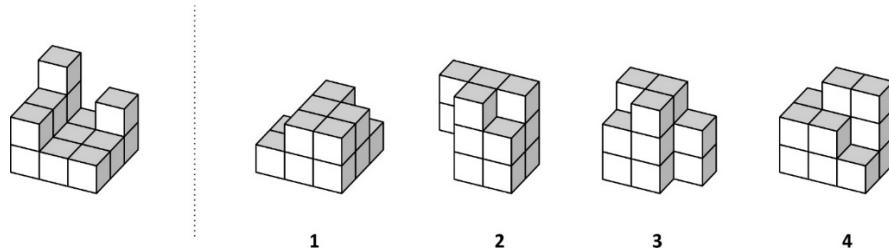


1                    2                    3                    4

**Рјешење:** Тачно рјешење је 1.

**Задатак 6 (4 бода)**

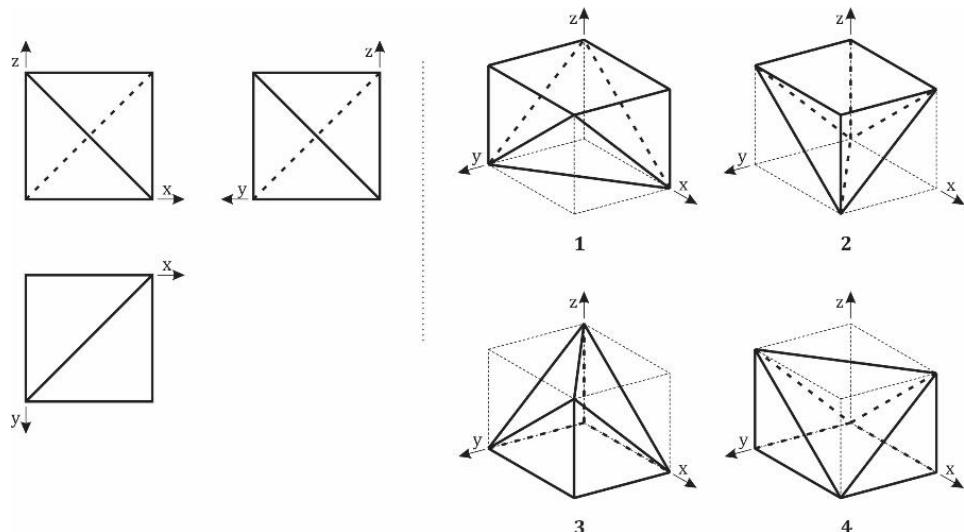
Које од тијела на слици десно заједно са тијелом на слици лијево заједно чине коцку димензија  $3 \times 3 \times 3$ ? Заокружити број испод тачног рјешења.



**Рјешење:** Тачно рјешење је 3.

**Задатак 7 (4 бода)**

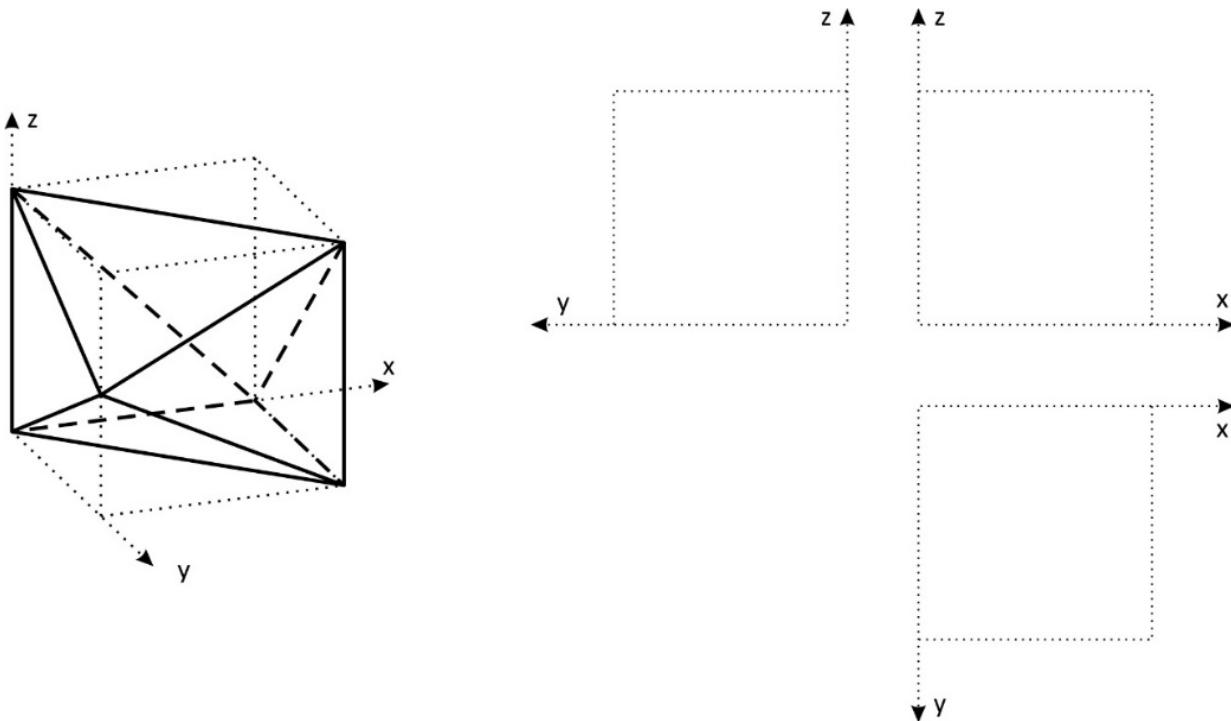
На слици лијево дата су три изгледа једног објекта који је настао исјецањем коцке - поглед одозго и два погледа са стране. На слици десно заокружити број који одговара тачном просторном изгледу тог објекта.



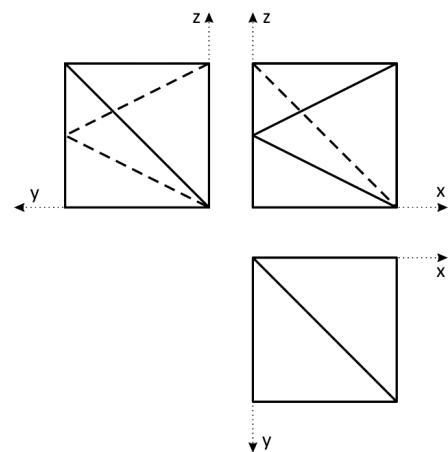
**Рјешење:** Тачно рјешење је 4.

**Задатак 8 (6 бодова)**

На слици лијево дат је изглед тијела добијеног исијецањем коцке. На слици десно уцртати како тијело изгледа из задатих праваца посматрања. Невидљиве ивице објекта нацртати испрекиданом линијом.

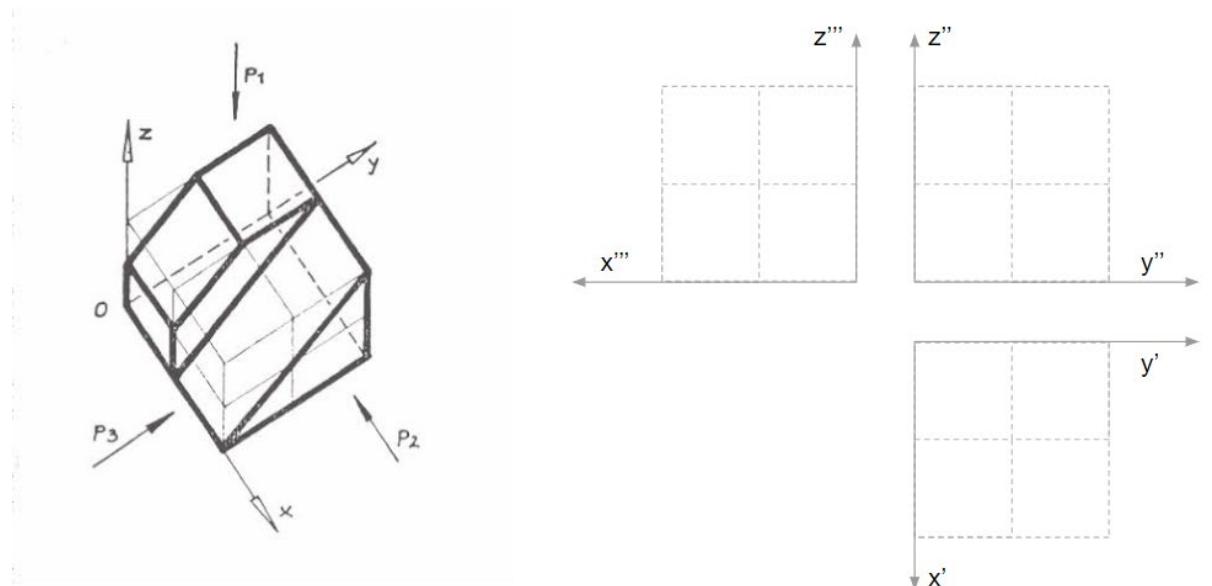


**Решење:** За дјелимично тачна рјешења бодови се додјељују у складу са нивоом показаног разумијевања геометрије објекта и броја тачно уцртаних ивица објекта.

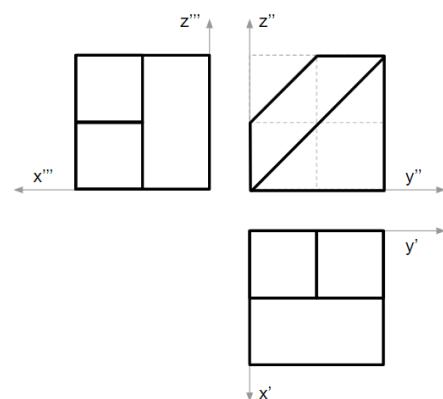


**Задатак 9 (6 бодова)**

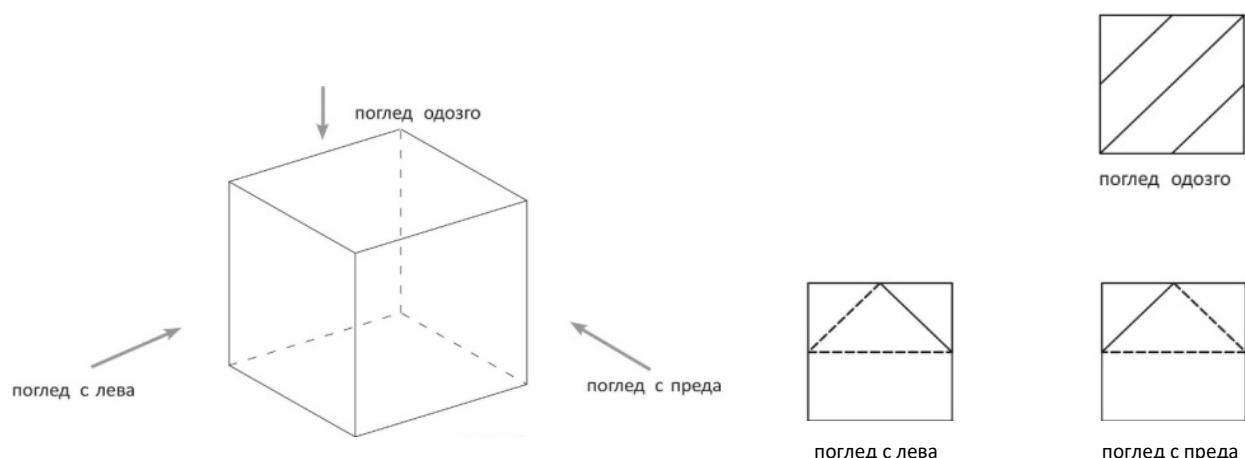
Дат је простори приказ тијела. На десном дијелу цртежа треба нацртати како изгледа ова тијело уколико се посматрај у правцу P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub> и P<sub>3</sub> односно одредити I, II и III пројекцију датог тијела.



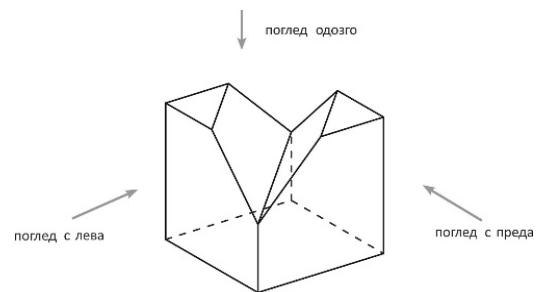
**Решење:** За дјелимично тачна рјешења бодови се додјељују у складу са нивоом показаног разумијевања геометрије објекта и броја тачно уцртаних ивица објекта.

**Задатак 10 (8 бодова)**

На слици десно дата су три изгледа једног објекта који је настало исјецањем коцке. На слици лијево, у оквиру дате коцке, треба нацртати просторни изглед овог објекта. Невидљиве ивице објекта нацртати испрекиданом линијом.

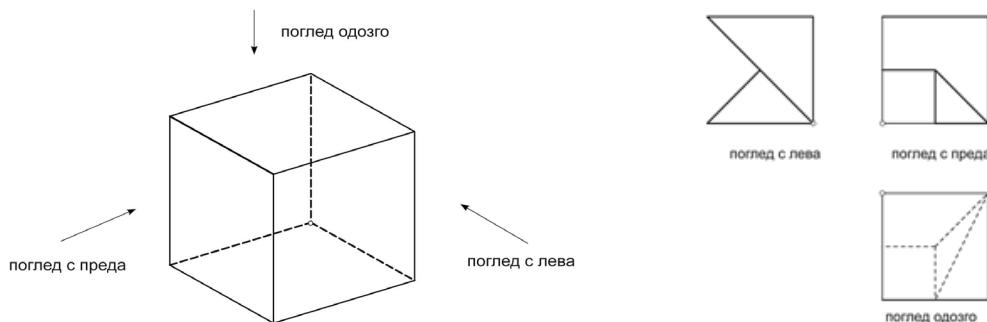


**Решење:** За дјелимично тачна рјешења бодови се додјељују у складу са нивоом показаног разумијевања геометрије објекта и броја тачно уцртаних ивица објекта.

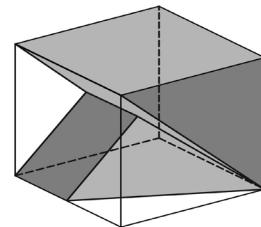


### Задатак 11 (8 бодова)

На слици десно дата су три изгледа једног објекта који је настао исјецањем коцке. На слици лијево, у оквиру дате коцке, треба нацртати просторни изглед овог објекта. Невидљиве ивице објекта нацртати испрекиданом линијом.

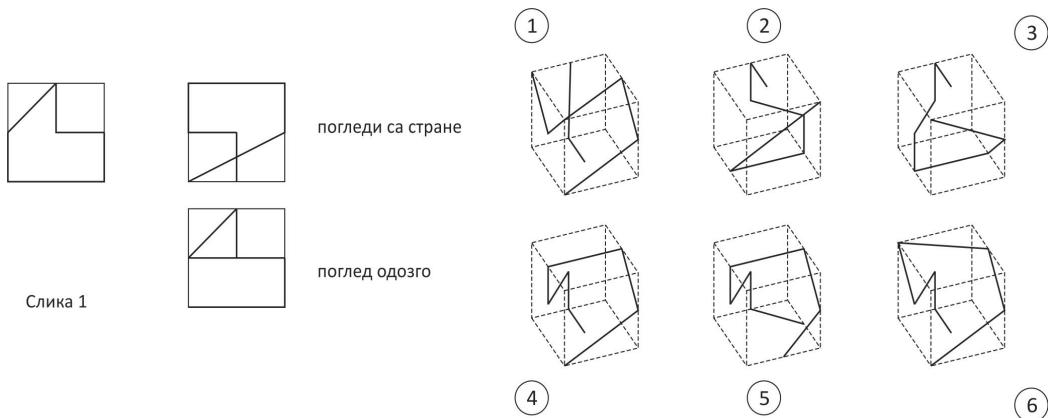


**Решење:** За дјелимично тачна рјешења бодови се додјељују у складу са нивоом показаног разумијевања геометрије објекта и броја тачно уцртаних ивица објекта.



### Задатак 12 (4 бода)

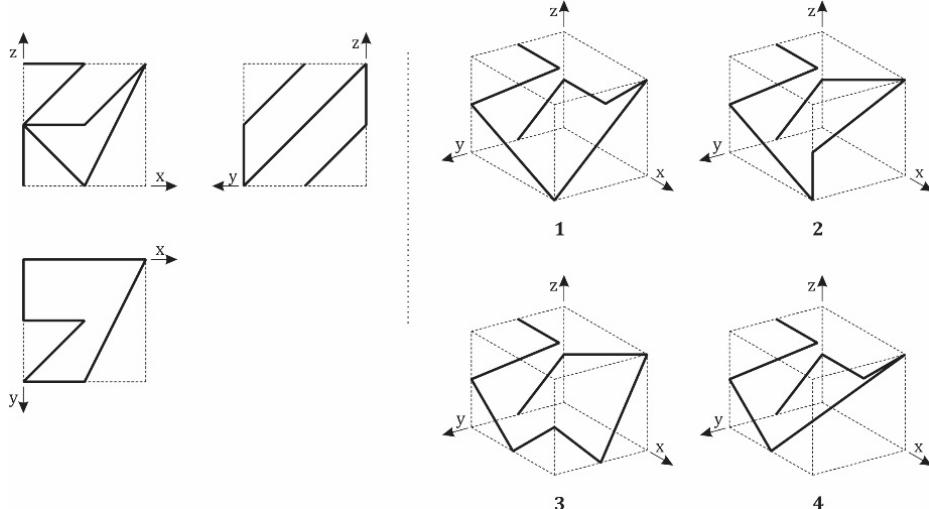
На слици 1 су дата три положаја савијене жице - поглед одозго и два погледа са стране. Означити прецртавањем редног броја, који се налази поред одговарајућег изгледа, који просторни модел одговара изгледима жице са слике 1.



**Решење:** Тачно рјешење је 4.

**Задатак 13 (4 бода)**

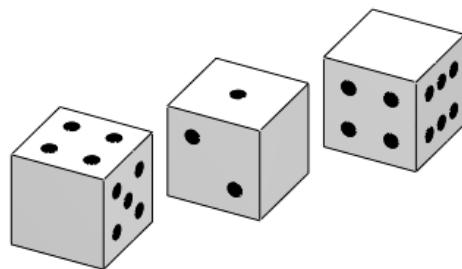
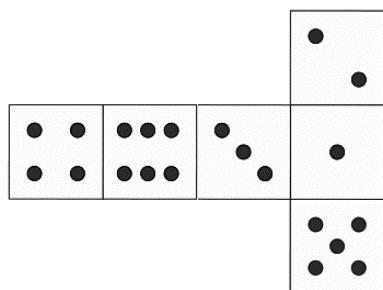
На слици лијево дата су три положаја савијене жице - поглед одозго и два погледа са стране. На слици десно заокружити број који одговара тачном просторном изгледу савијене жице.



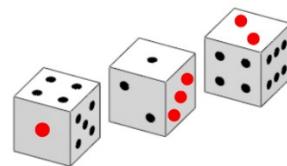
**Решење:** Тачно рјешење је 4.

**Задатак 14 (3 бода)**

Дата је мрежа коцке која по свакој својој преломљеној површини има уцртане црне тачке. На три дата цртежа десно, који приказују исту коцку виђену из различитих правца, доцртати црне тачке које недостају водећи рачуна о њиховој оријентацији.

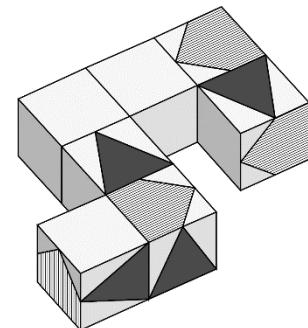
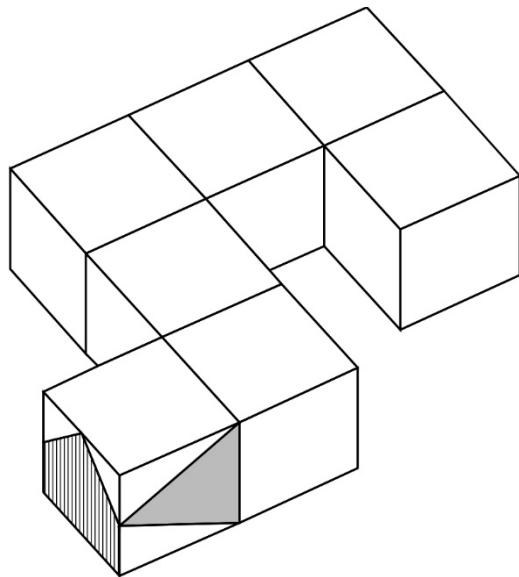


**Решење:** Свака тачно уцртана ознака укључујући и оријентацију ознаке бодује се са 1 бод.



**Задатак 15 (6 бодова)**

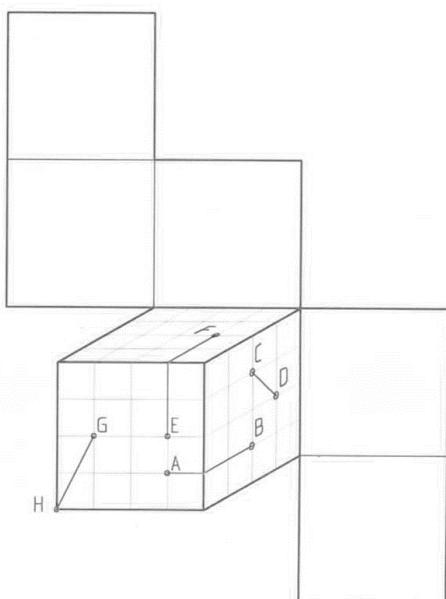
На поду се налази коцка која превртањем по хоризонталној равни заузима положаје дате на слици и која на својим двијема плохамаима уцртава симболе. Уцртати те симболе на странама коцке током њеног превртања.



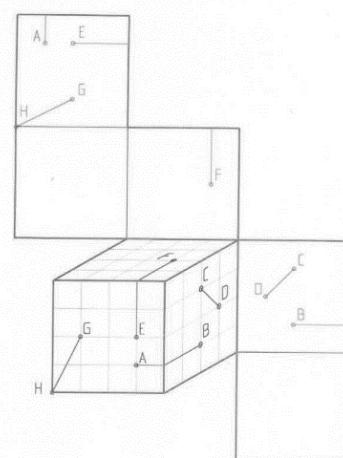
**Решење:** Свака тачно уцртана ознака укључујући и оријентацију ознаке бодује се са 1 бод.

**Задатак 16 (5 бодова)**

На странама коцке се налазе печати. Како изгледа отисак ових печата на мрежи коцке?

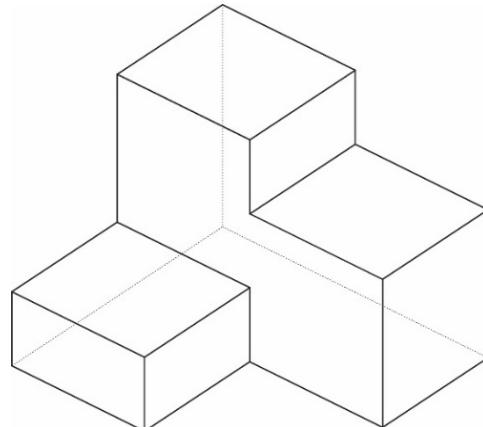
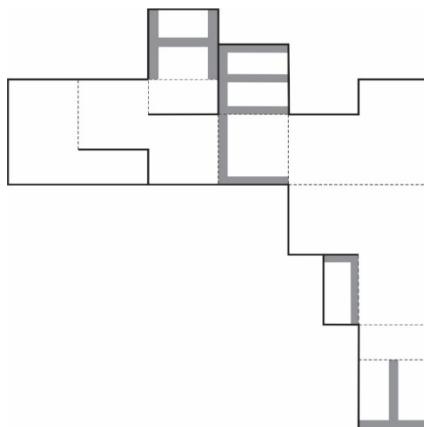


**Решење:** Свака тачно уцртана ознака укључујући и оријентацију ознаке бодује се са 1 бод.

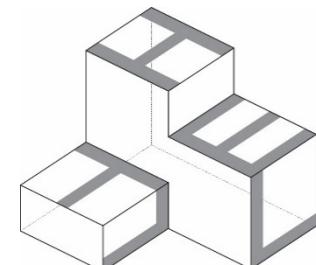


**Задатак 17 (5 бодова)**

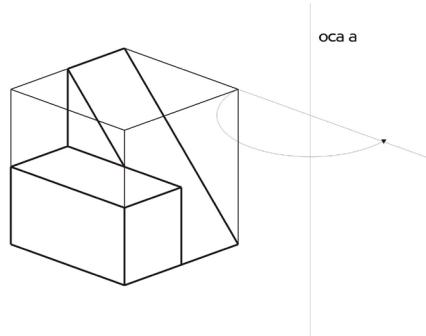
На слици лијево дата је мрежа објекта који је приказан на слици десно. Пуне линије представљају мјесто где се папир сијече, а испрекидане где се папир савија. На мрежи објекта различитим словима обиљежене су пљошти објекта. На слици десно на видљивим странама објекта, нацртати слова са мреже узимајући у обзир да се слова налазе на вањском омотачу објекта. Приликом уцртавања слова узети у обзир њихов положај и оријентацију.



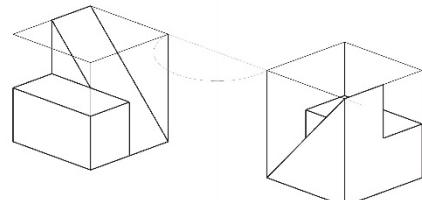
**Рјешење:** Свако тачно уцртано слово укључујући и оријентацију слова бодује се 1 бод.

**Задатак 18 (4 бода)**

На слици је дато тијело и оса а. Представити дато тијело у новом положају послије ротације око осе а за угао од 180°. Невидљиве ивице представити испрекиданим линијама.

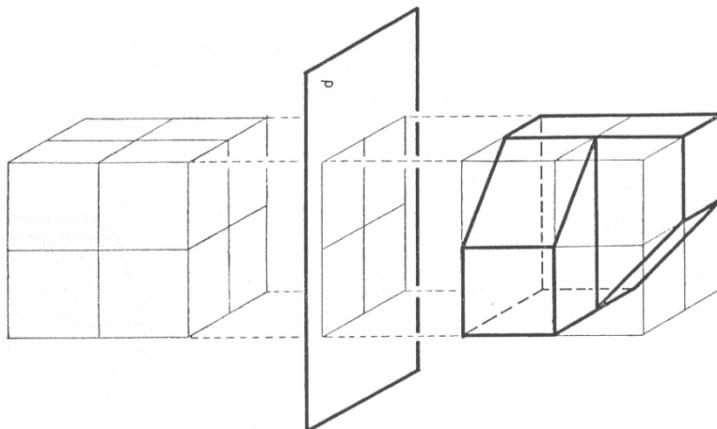


**Рјешење:** За дјелимично тачна рјешења бодови се додјељују у складу са нивоом показаног разумијевања геометрије објекта и броја тачно уцртаних ивица објекта.

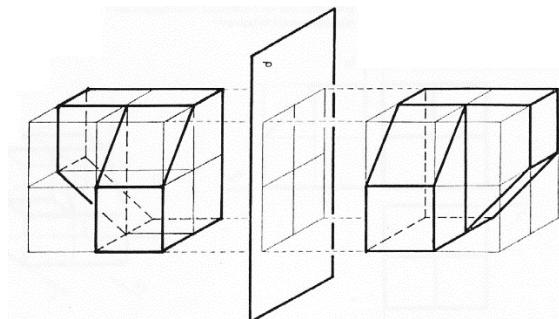


**Задатак 19 (4 бода)**

Како изгледа тијело ако се огледа у огледалу?

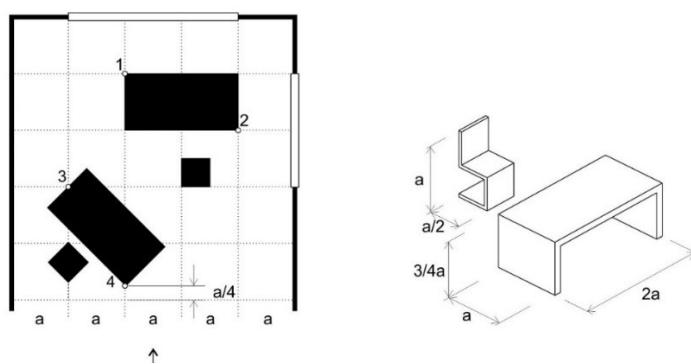
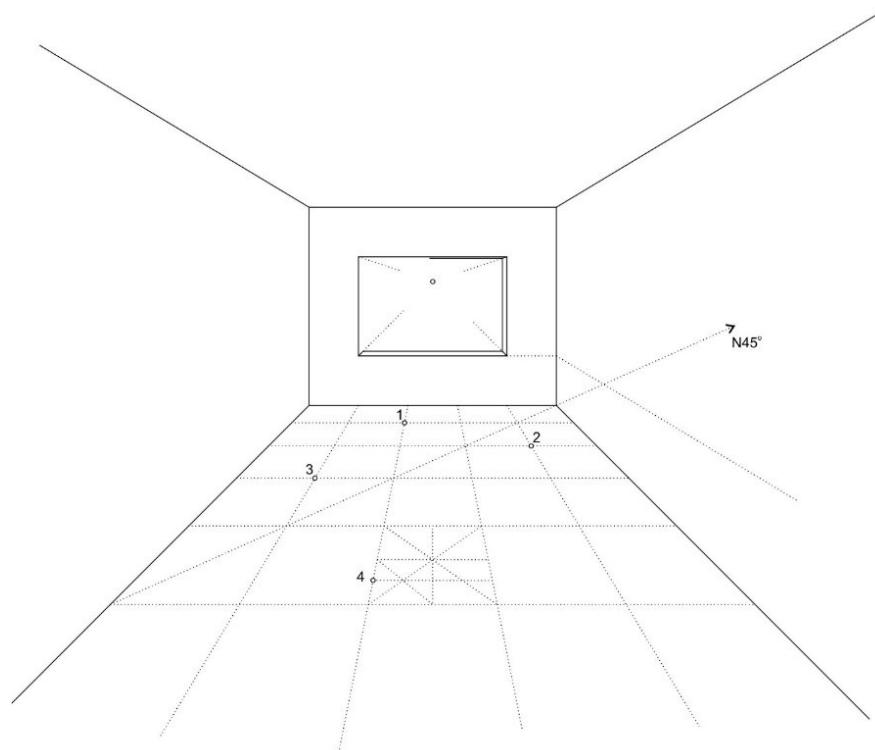


**Решење:** За дјелимично тачна рјешења бодови се додјељују у складу са нивоом показаног разумијевања геометрије објекта и броја тачно уцртаних ивица објекта.

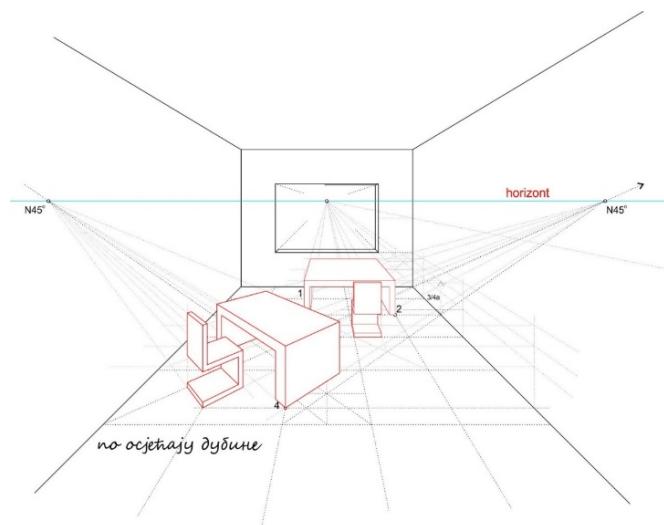


**Задатак 20 (10 бодова)**

Дата је основа просторије и у њој уцртана диспозиција два стола о двије стoliце чије су мјере дате у скици са стране. Доцртајте на горњој скици простроје намјештаја и прозоре задржавајући њихов распоред и пропорције.

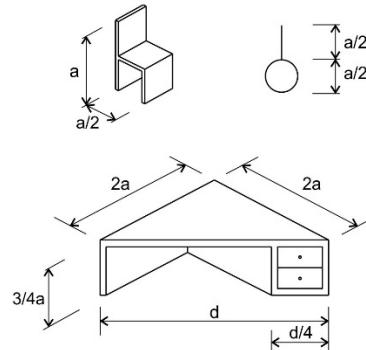
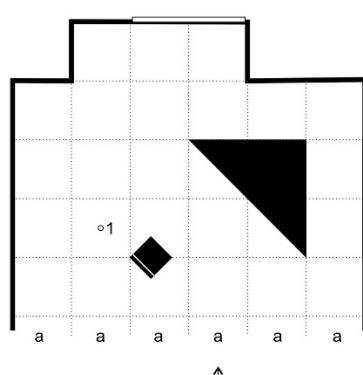
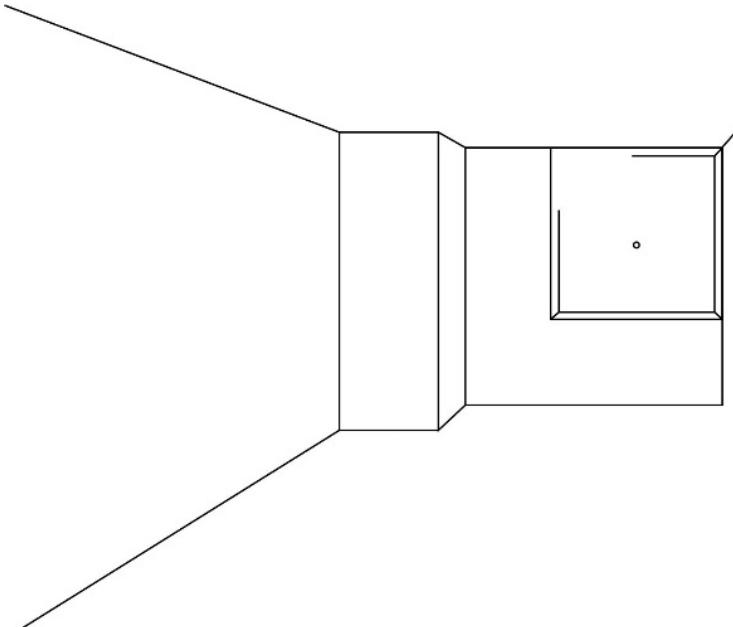


**Рјешење:** Помоћу недогледа за углове од 45 степени, могуће је направити ситнију подјелу задатог растера. Висине намјештаја могуће је наћи на фронталном зиду.

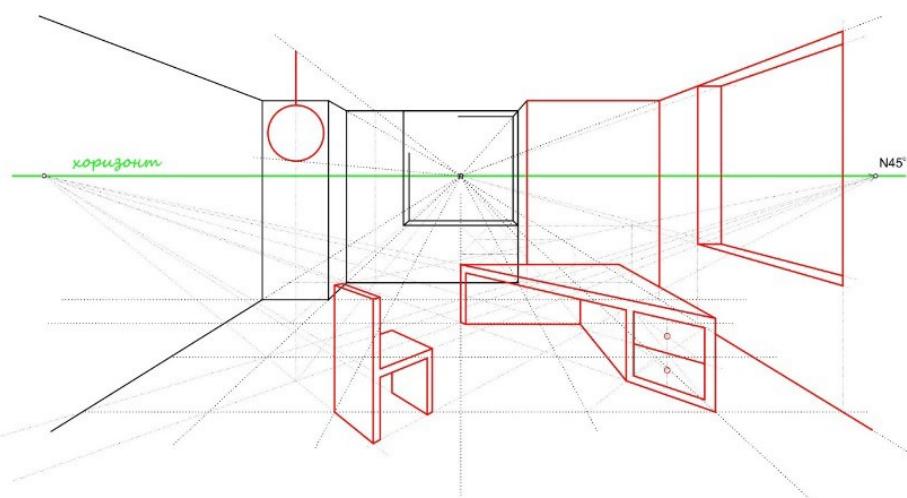


**Задатак 21 (10 бодова)**

Дата је основа просторије и у њој уцртана диспозиција стола, столице и лампе чије су мјере дате у скици са стране. Доцртајте на горњој скици просторије намјештај и прозоре задржавајући њихов распоред и пропорције. Лампа виси у тачки 1. Висина собе је 3a. Прозори су на једнаким висинама и истих димензија.



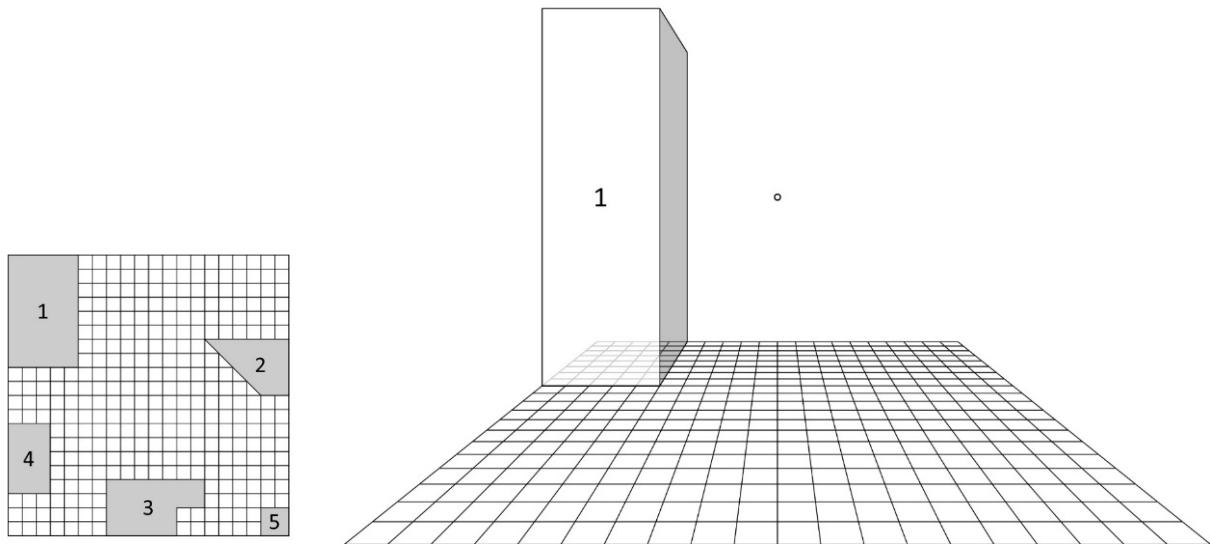
**Рјешење:** Помоћу недогледа за углове од 45 степени, могуће је направити ситнију подјелу задатог растера. Висине намјештаја могуће је наћи на фронталном зиду.



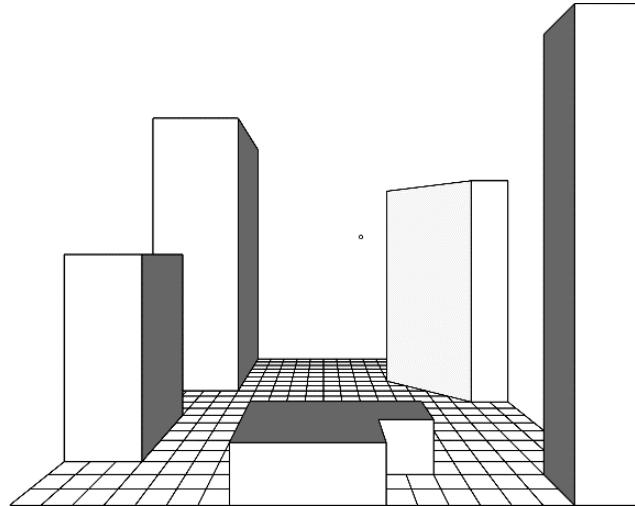
**Задатак 22 (4 бода)**

На слици горе су бројевима 1, 2, 3, 4, 5 дати положаји објеката. На слици доле доцртати објекте који недостају у перспективи. Уцртати и невидљиве ивице објекта испрекиданом линијом. Висине објекта су дате сљедећим текстом:

- висина објекта 2 је три четвртине висине објекта 1
- висина објекта 3 је четвртина висине објекта 4
- висина објекта 4 је половина висине објекта 1
- висина објекта 5 је иста као висина објекта 1.



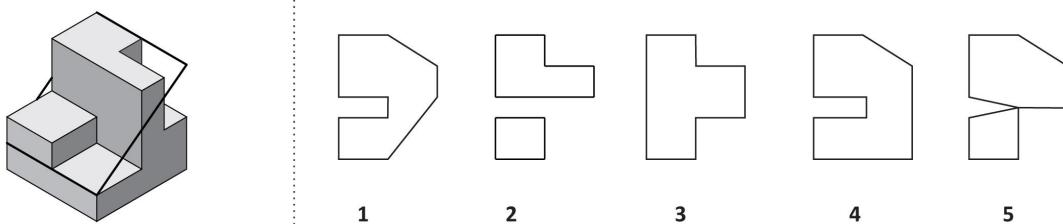
**Решење:** Помоћу дијагонала на странама датог објекта могуће је одредити висине осталих објеката. Сваки тачно уцртан објекат се бодује са 1 бод.



### 5.1.2 Пресјеци и продори тијела

#### Задатак 1 (1 бод)

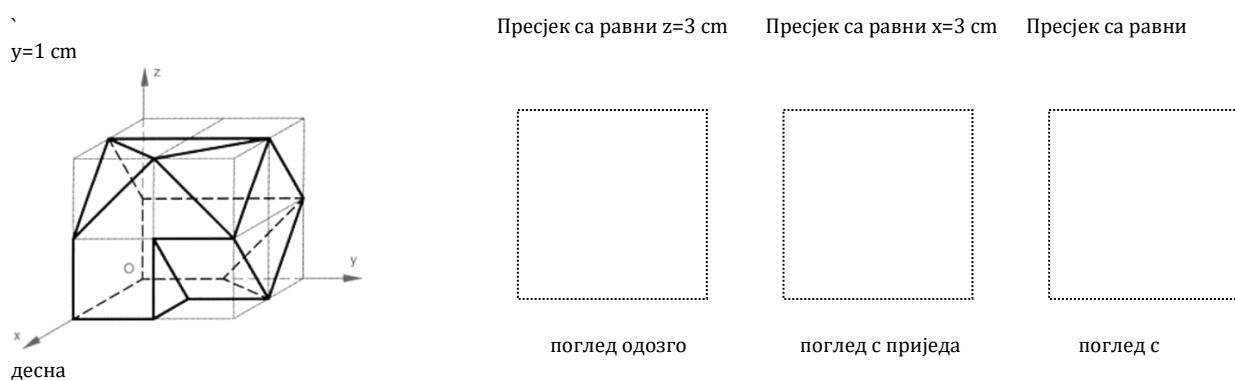
Задато је тијело пресјечено са равни, како је приказано на слици лијево. Који од понуђених рјешења десно приказује тачан пресек? Заокружити број испод тачног рјешења.



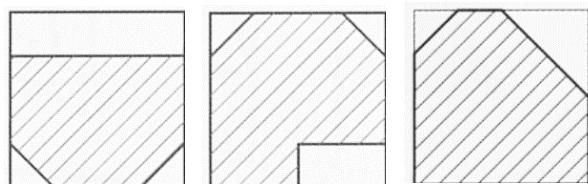
**Рјешење:** Тачно рјешење је 2.

#### Задатак 2 (6 бодова)

На слици лијево дато је тијело добијено исијецањем коцке чија је ивица 4 см. На slikama десно потребно је уцртати како изгледа пресијек тијела када се пресијече са равнима како је то назначено.



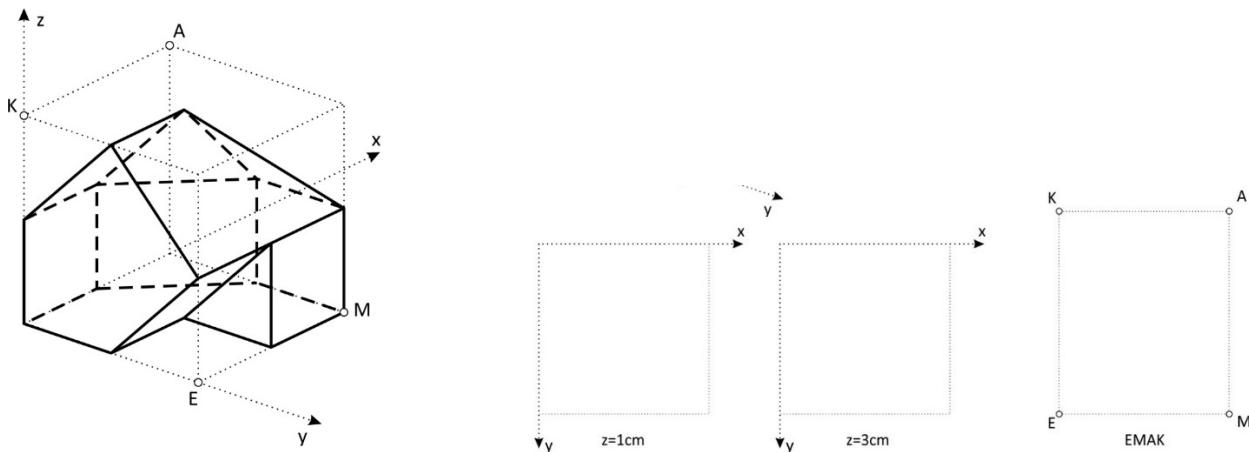
**Рјешење:** Свако тачно рјешење носи два бода.



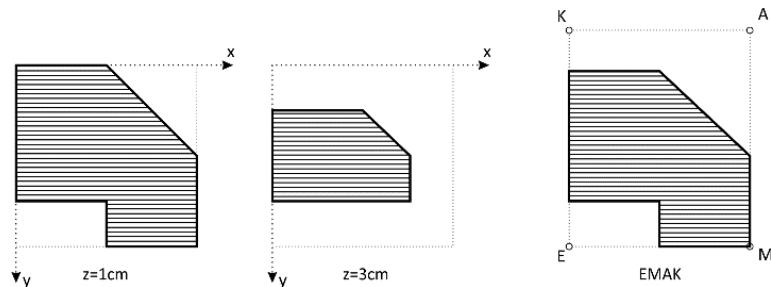
**Задатак 3 (8 бодова)**

На слици лијево дато је тијело уписано у коцку ивице 4 см. Испод нацртати како изгледа пресјек овог тијела када би се оно пресјекло

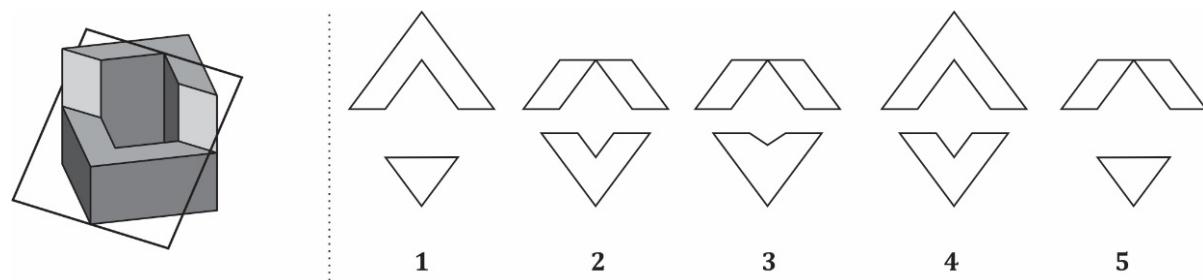
- 1) хоризонталном XY равни на висини од 1 см,
- 2) хоризонталном XY равни на висини од 3 см и
- 3) равни која пролази кроз тачке EMAK.



**Рјешење:** Прва два тачна рјешења се бодују са по два бода, а треће са 4 бода.

**Задатак 4 (4 бода)**

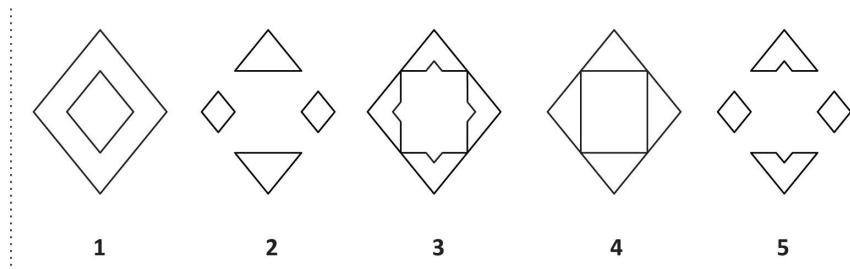
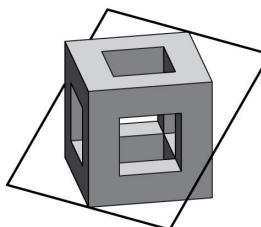
Задато је тијело пресјечено са равни, како је приказано на слици лијево. Који од понуђених рјешења десно приказује тачан пресјек? Заокружити број испод тачног рјешења.



**Рјешење:** Тачно рјешење је 2.

**Задатак 5 (4 бода)**

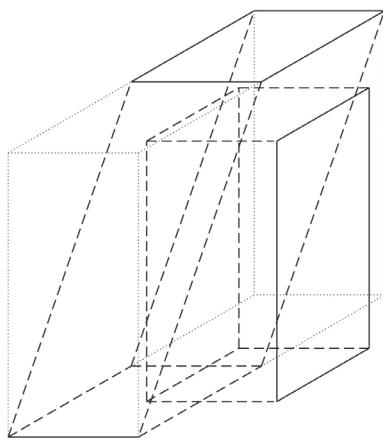
Задато је тијело пресјечено са равни, како је приказано на слици лијево. Који од понуђених рјешења десно приказује тачан пресјек? Заокружити број испод тачног рјешења.



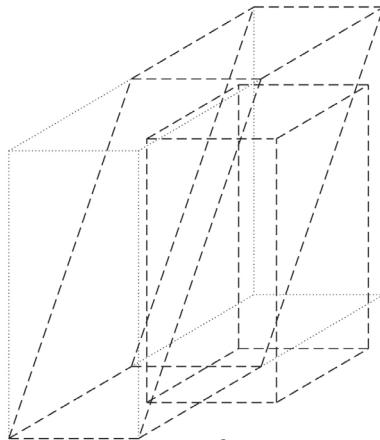
**Рјешење:** Тачно рјешење је **2.**

**Задатак 6 (6 бода)**

На слици су дата два рогљаста тијела (коси и вертикални квадар) чије доње базе леже у истој равни. На слици 1 нацртати како би изгледала ова два тијела ако би се сјединила. На слици 2 нацртати дио тијела који је заједнички за оба квадра. Испрекиданим линијама нацртати невидљиве ивице.

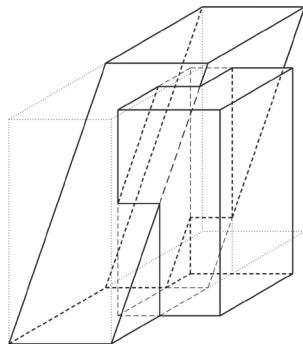


слика 1

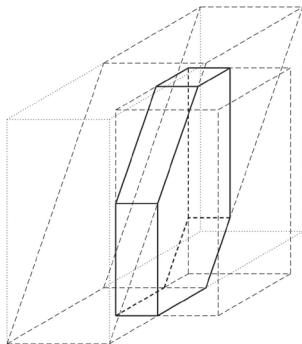


слика 2

**Рјешење:** Свако у потпуности тачно рјешење носи 3 бода.



слика 1



слика 2

**Задатак 7 (8 бодова)**

Дате су дviјe коцke koje se međusobno prodijuru.

Na sliци 1 treba učrtati dio tijela koji je zajednicki za obe kozke.

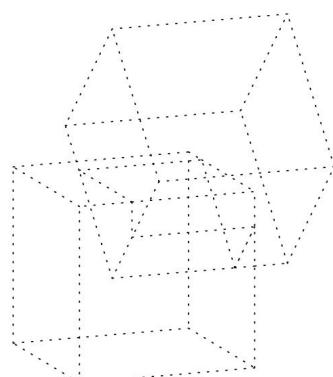
Na sliци 2 treba učrtati dio tijela koji bi našao ukoliko bi se od doњe kozke oduzela gorњa kozka.

Na slići 3 treba učrtati dio tijela koji bi našao ukoliko bi se od gorњe kozke oduzela doњa kozka.

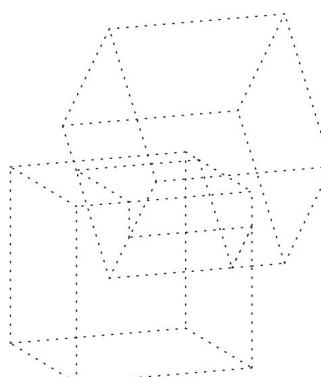
Na slići 4 treba učrtati kako bi izgledalo tijelo ukoliko bi se dva tijela sjediniila.

Prilikom rješavaњa užeti u obzir da je doњoj kozki gorњa površ vidljiva.

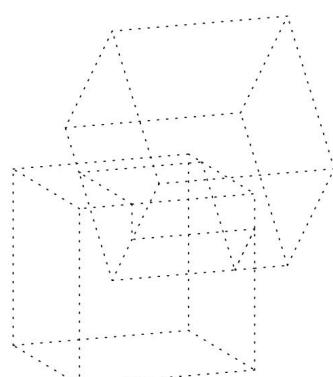
Isprekidanim linijama učrtati nevidljive ivице objekta.



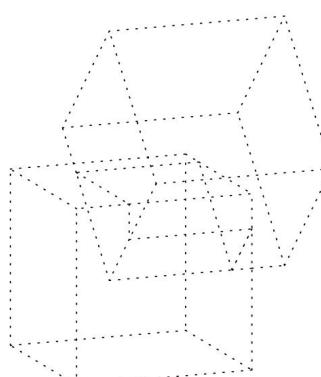
слика 1



слика 2

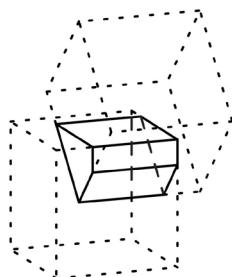


слика 3

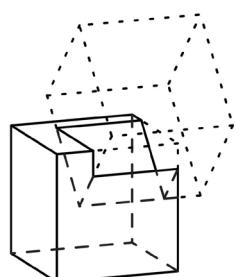


слика 4

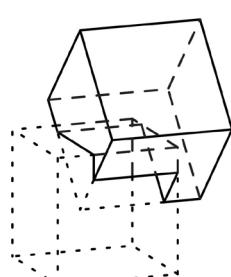
**Рјешење:** Свако у потпуности тачно рјешење носи по 2 бода.



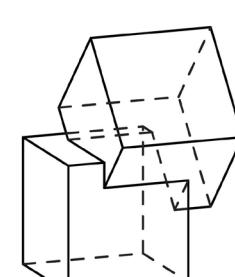
слика 1



слика 2



слика 3



слика 4

**Задатак 8 (8 бодова)**

На слици су дата два тијела (коцка и пирамида) која се међусобно продиру.

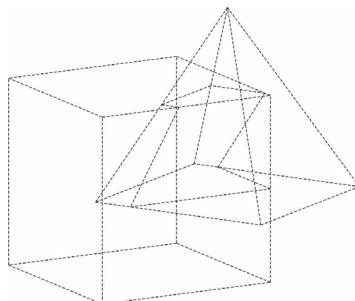
На слици 1 уцртати како би изгледала ова два тијела ако би се сјединила.

На слици 2 уцртати дио који је заједнички за оба тијела.

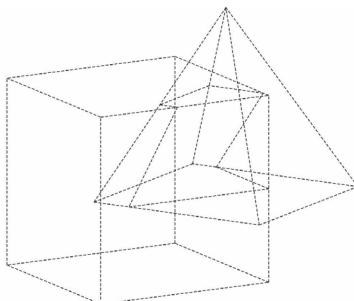
На слици 3 уцртати дио тијела који настаје одузимањем пирамиде од коцке.

На слици 4 уцртати дио тијела који настаје одузимањем коцке од пирамиде.

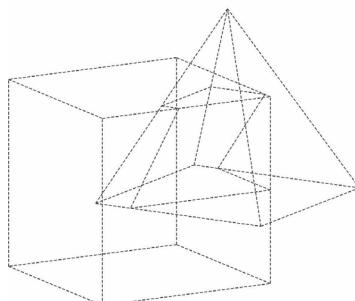
Испрекиданим линијама нацртати невидљиве ивице.



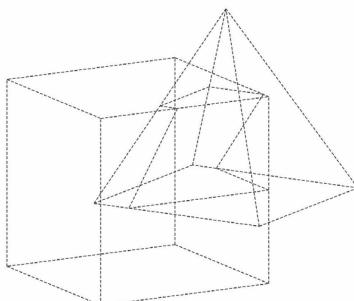
слика 1



слика 2

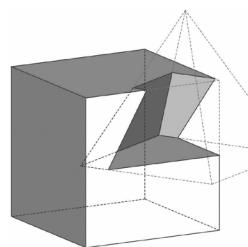


слика 3

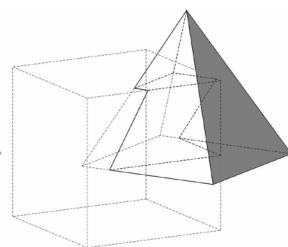


слика 4

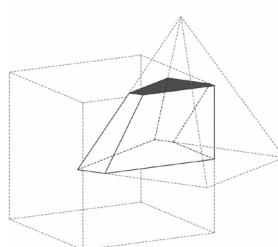
**Решење:** (десно) Свако у потпуности тачно рјешење носи 2 бода.



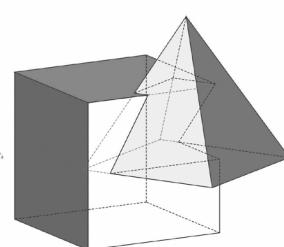
слика 1



слика 2



слика 3



слика 4

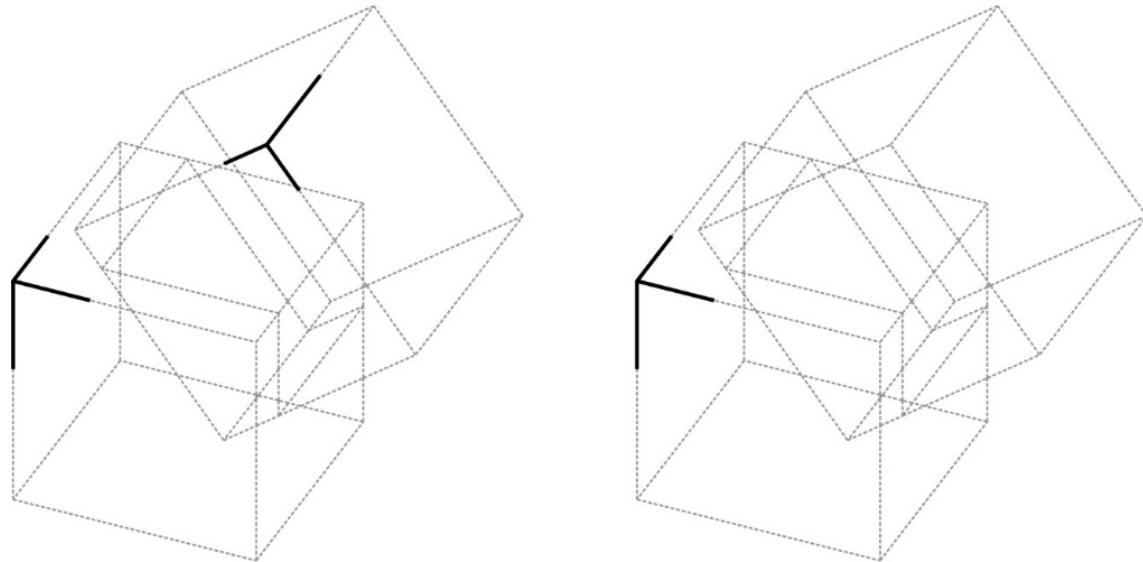
**Задатак 9 (6 бодова)**

На сликама су дате двије коцке које се међусобно прориду.

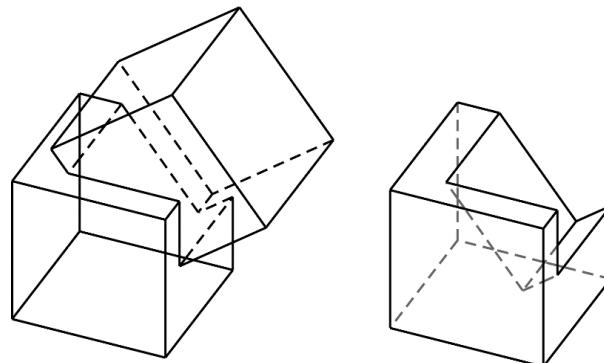
На слици лијево уцртати како би изгледало тијело уколико би се та два тијела сјединила.

На слици десно уцртати дио тијела који би настао уколико би се од доње коцке одузела горња коцка.

Испрекиданим линијама нацртати невидљиве ивице тијела.

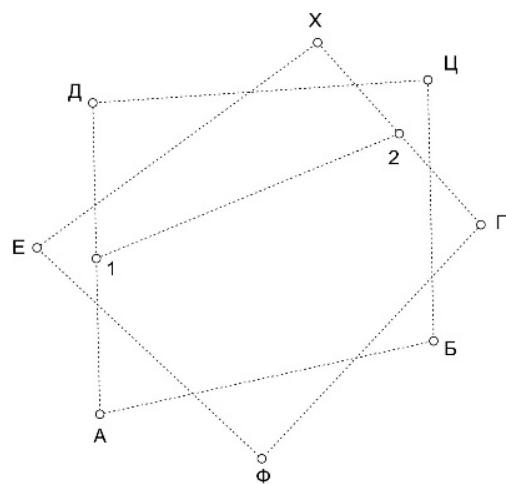
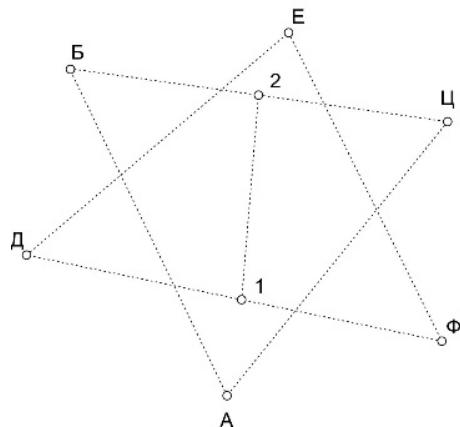


**Решење:** Свако у потпуности тачно рјешење носи по 3 бода.

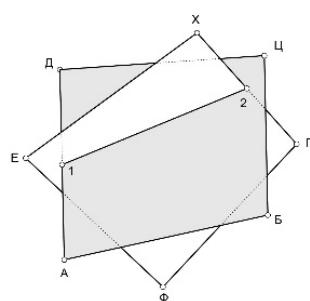
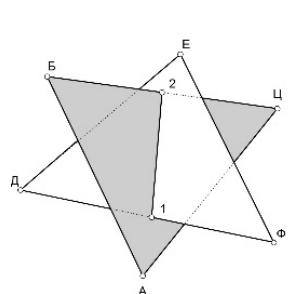


**Задатак 10 (4 бода)**

Међусобни пресјек два картонска троугла и два четвороугла је дуж 12. У оба случаја ивица АБ је најближа оку посматрача. Одредити видљивост линија (задебљати видљиве линије).



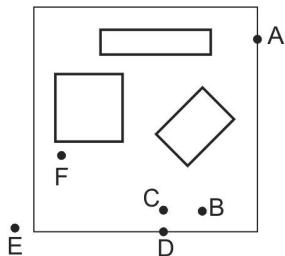
**Решење:** Свако у потпуности тачно рјешење носи 1 бод.



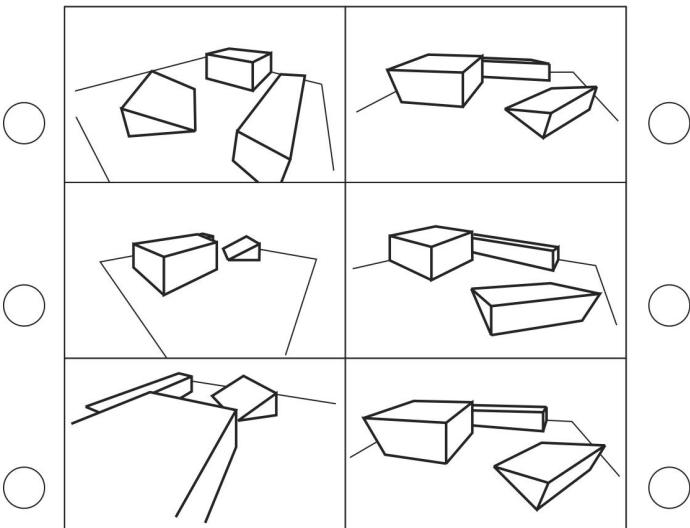
### 5.1.3 Оријентација у простору

#### Задатак 1 (3 бода)

На слици 1 су словима ABCDEF дати положаји посматрача, који посматра дату просторну композицију. На слици 2, у кружићима уписати ознаке положаја посматрача, који одговара датој перспективној слици.

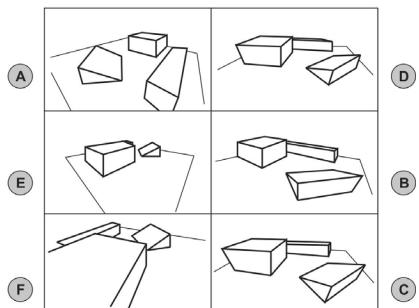


Слика 1



Слика 2

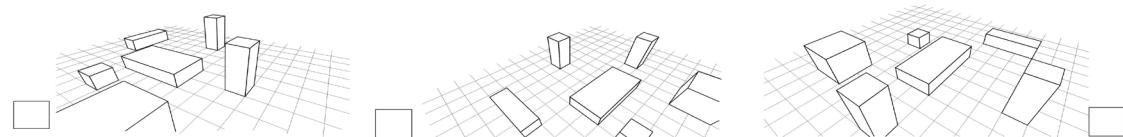
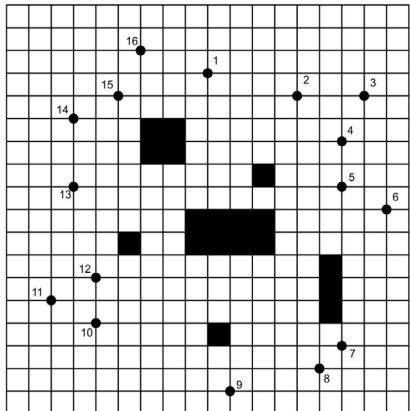
**Решење:** Свако тачно рјешење бодује се са 0.5 бода.



Слика 2

**Задатак 2 (3 бода)**

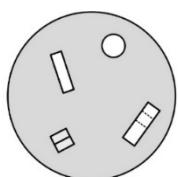
На слици горе, дат је изглед групе објекта и бројевима од 1-16 су означене позиције посматрача. У квадратићу поред перспективних слика треба уписати број позиције на којој стоји посматрач да би сагледао дату групацију објеката која је на перспективној слици.



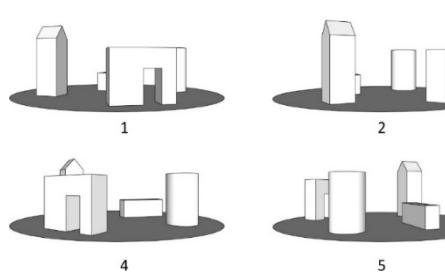
**Решење:** Тачна рјешења су 14, 5 и 10 редосљедом с лијева на десно. Свако тачно рјешење бодује се са 1 бод.

**Задатак 3 (2 бода)**

Посматрач стоји у положају А као на слици горе (поглед одозго) и окренут је према датим објектима. Шта ће посматрач видјети ако се креће у смијеру казаљке на сату и обиђе објекте за угао од 180 степени и 270 степени: Уписати у квадрате број слике која одговара погледу у том положају.



180°       270°



**Решење:** 5 и 4. Свако тачно рјешење бодује се са 1 бод.

### 5.1.4 Цртање по опису

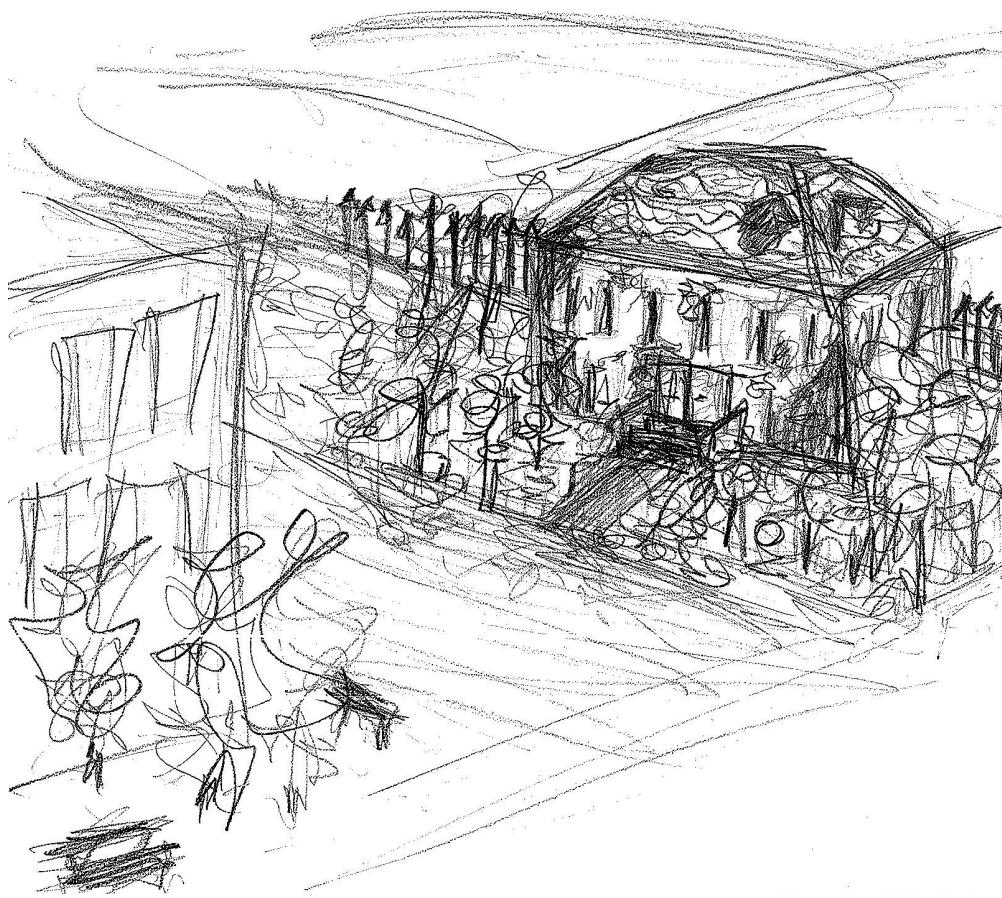
#### Задатак 1 (10 бодова)

Дат је текст из романа Антона П. Чехова у коме је описана једна зграда и њено окружење. Испод текста кандидат треба да нацрта слику коју је замислио док је читao текст. Циљ овог задатка је да студент покаже способност имагинације простора који је описан и понуди своји графичку интерпретацију. Цртеж треба да буде на нивоу брзе скице графитном оловком, а битно је приказати описане елементе и доћарати атмосферу и емоцију коју слика носи. Машта је у овом задатку и више него пожељна! Предвиђено вријеме за рад је 15 мин..

*У болничком дворишту стоји омања зграда, окружена целом шумом чичка, коприве и дивље конопље. Кров јој је зарђао, димњак се напола срушио, степенице на улазу су иструнуле и обрасле травом, а од малтера на зидовима остали су само трагови. Предњим прочељем та зграда гледа на болницу, а стражњим у поље, од ког је одваја стара болничка ограда, поврх које су чавли. Ти чавли окренути су шиљцима према горе, па ограда и ова зграда имају онај посебни, уклети изглед, какав се код нас виђа само у болничким и казнионичким грађевинама.*

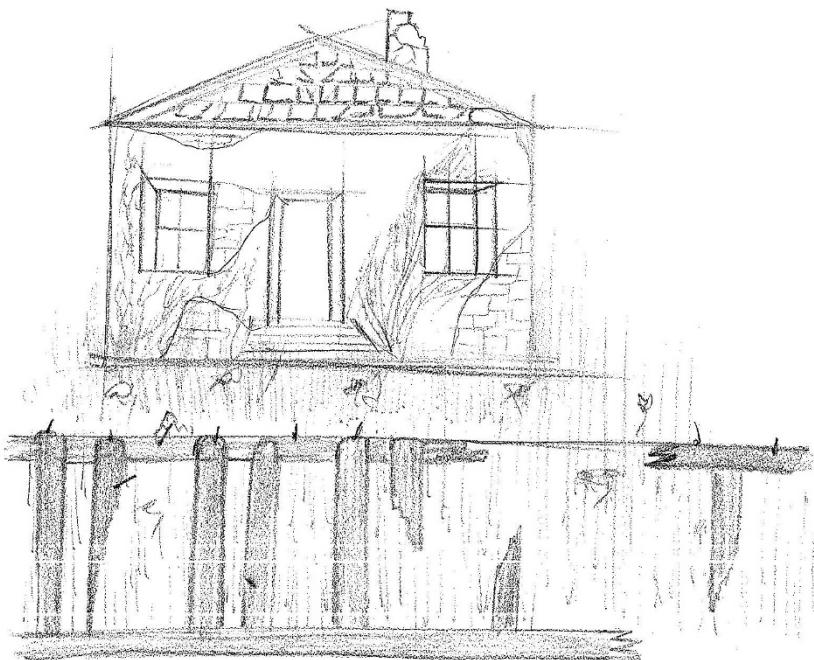
Антон П. Чехов, Павиљон бр. 6

Решења:



Рад је освојио 8 бодова.

Јасна представа просторног размјештаја објекта, као и наговјештај природе и поља у окружењу. Занимљиво изабран угао перспективе где се дијелом види болница и однос једног објекта према другом. Превише линија на цртежу са намјером да се прикаже запуштеност објекта ипак је више резултовала нејасношћу цртежа.



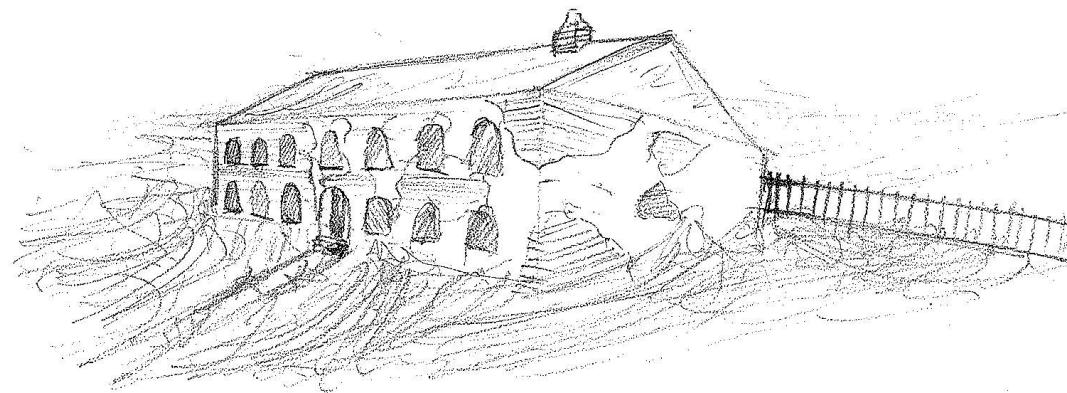
Рад је освојио 8 бодова.

Кандидат је најјасније приказао карактер различитих материјала у простору. Из цртежа се јасно чита запуштеност зграде али и ограде која се издваја својом детаљношћу од цртежа осталих кандидата. Ипак, одабир централне перспективе ослабио је представу тродимензионалности простора.



Рад је освојио 7 бодова.

Успешно представљени описани елементи. Инсистирањем на детаљима (као што је птица на крову објекта) настоји се нагласити атмосфера. Пропорција између зграде и ограде логична а перспектива тачна са погрешним одабиром позиције посматрача.



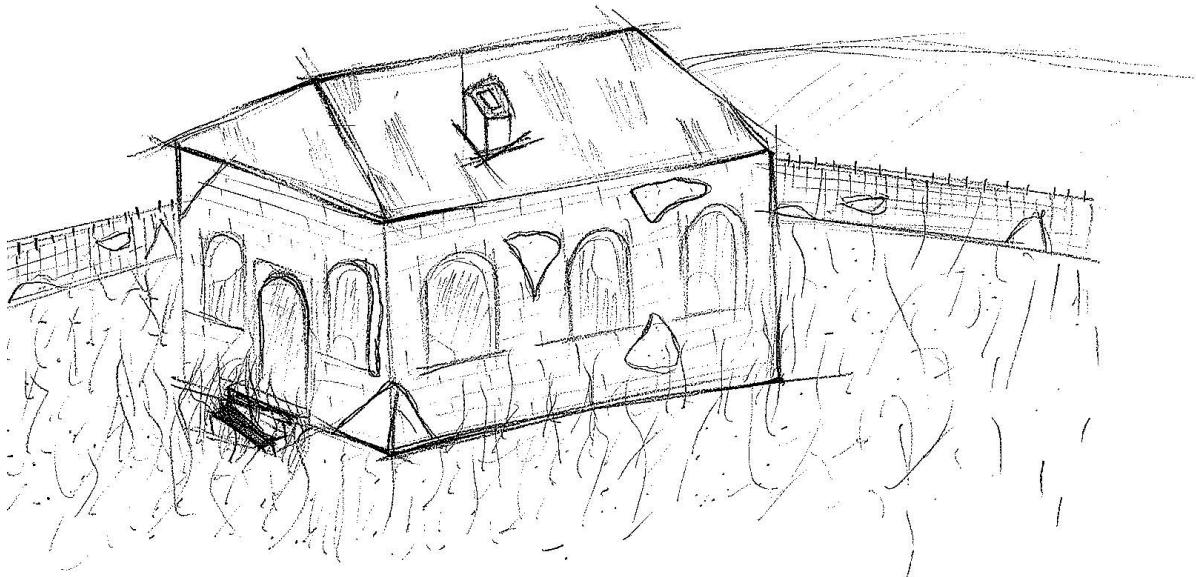
Рад је освојио 7 бодова.

Цртежом јесу представљени сви описани елементи (иако болница није представљена, имамо утисак да је зграда оријентисана према њој), али је перспектива у неким дијеловима нетачна. Зграда као да тоне својим задњим дијелом. Добар одабир форме објекта, који заиста јесте зграда могућа у описаним условима. Правцем линија које ковитлају јасно је приказана запуштеност објекта и карактер материјала. Недостаје атмосфера уклетости.



Рад је освојио 5 бодова.

Цртеж има дубину иако је ограда нацртана у погрешној перспективи. Оронулост и запуштеност зграде су видни али недостаје изражajниji нагласак сабласности мјesta. Сва три елемнта на цртежу представљена су једнако, те нема домимантног елемента.



Рад је освојио 4 бода.

Аутор је јасно приказао зграду и пропорцијски добро поставио ограду. Лош одабир погледа и недостатак перспективе. Детаљи малтера на згради су пренаглашени, чак банални, па се не добија утисак запуштености или сабласности.

### **Задатак 2 (10 бодова)**

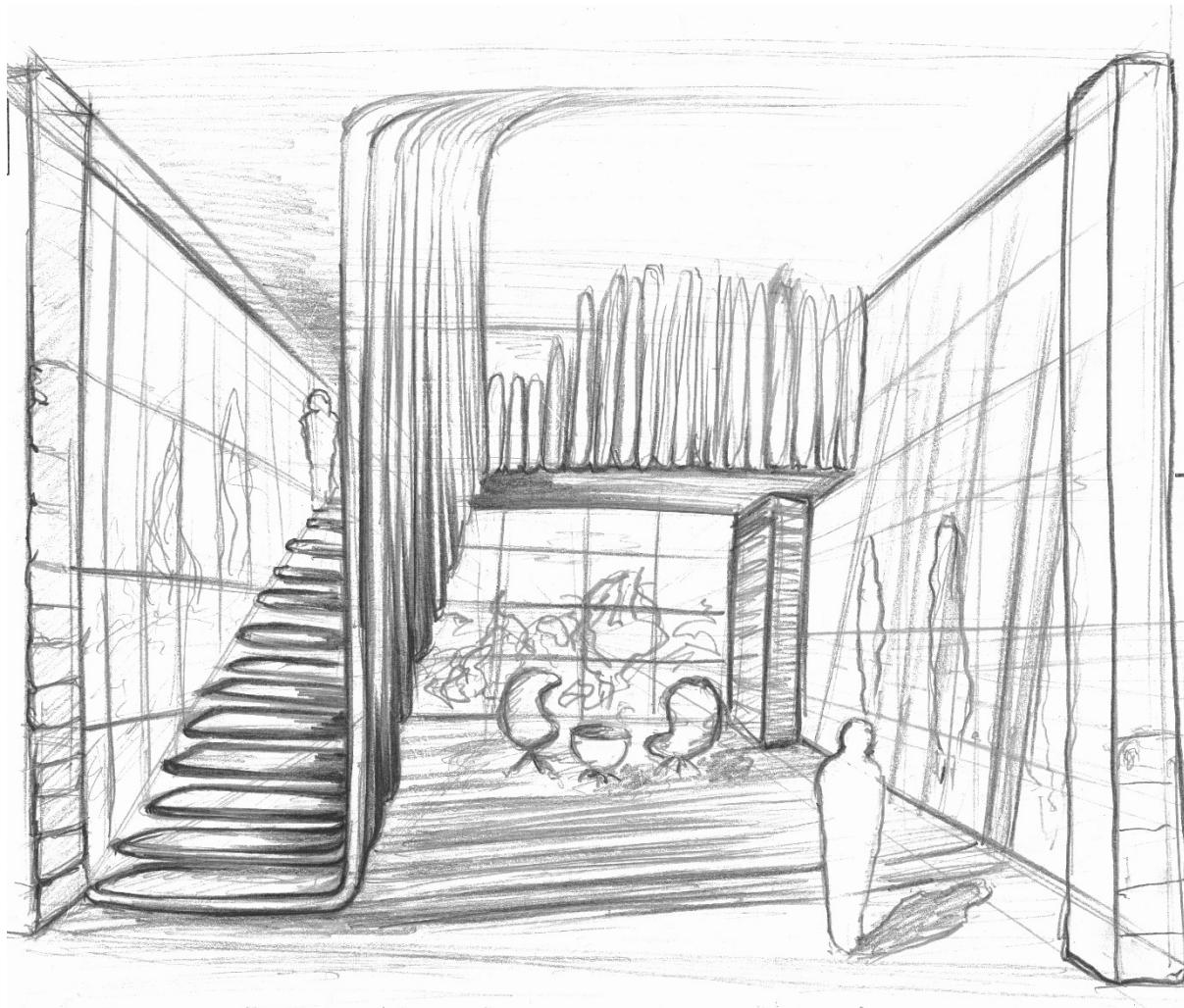
Дат је текст Зигфрида Гидиона (Sigfried Giedion) у коме је описан унутрашњи простор куће Маиреа. На сљедећем листу кандидат треба да нацрта простор који је замислио док је читao текст. Циљ овог задатка је да кандидат покаже способност имагинације простора који је описан и понуди своју графичку интерпретацију. Цртеж треба да буде на нивоу брзе перспективне скице графитном оловком, а битно је приказати описане елементе и дочарати атмосферу коју описани простор носи.

#### **КУЋА МАИРЕА, АЛВАР АЛТО**

*У тренутку када се ступи на висину главног простора за дневни боравак, витки стубови неравномерно распоређени с обе стране дрвеног степеништа очарају нас тиме што одвајају степенице од главног простора, а онем допуштају пројсимиање простора. Начин на који је степениште уклопљено у просторну организацију једне куће показује врло често и способност архитекте у савлађивању просторних односа. У овом случају противу лаке дрвене степенице кроз главни простор, наговештавају постојање осталих просторија и упркос томе успевају да сачувају свој сопствени значај. Третирање су као провидна скулптура. У кући Маиреа остварено је нешто што се ретко постиже: осећај непрекинутог тока простора кроз целу кућу не губи се никада, а ипак је сачуван осећај интимности ма где се налазили.*

„Простор, време и архитектура“, Зигфрид Гидион

Рјешења:



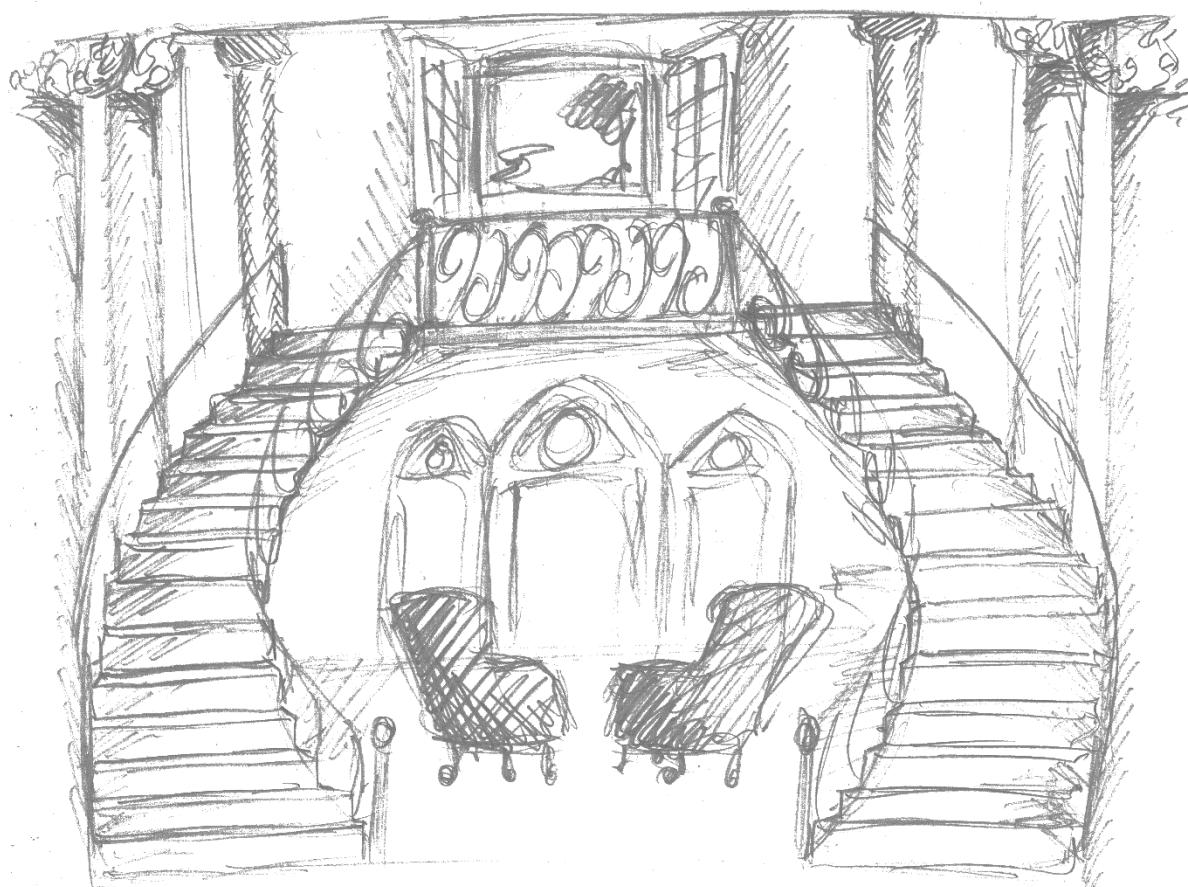
Рад је освојио 10 бодова.

Начин на који су овдје приказани сви просторни елементи описаны текстом веома је успешан. Цјелокупан простор одаје утисак континуитета а степениште има описану лакоћу. Пропорција елемената је логична као и њихова просторна поставка. Перспектива је тачна а посебно добро се чита остварена дубина простора и природно окружење куће.



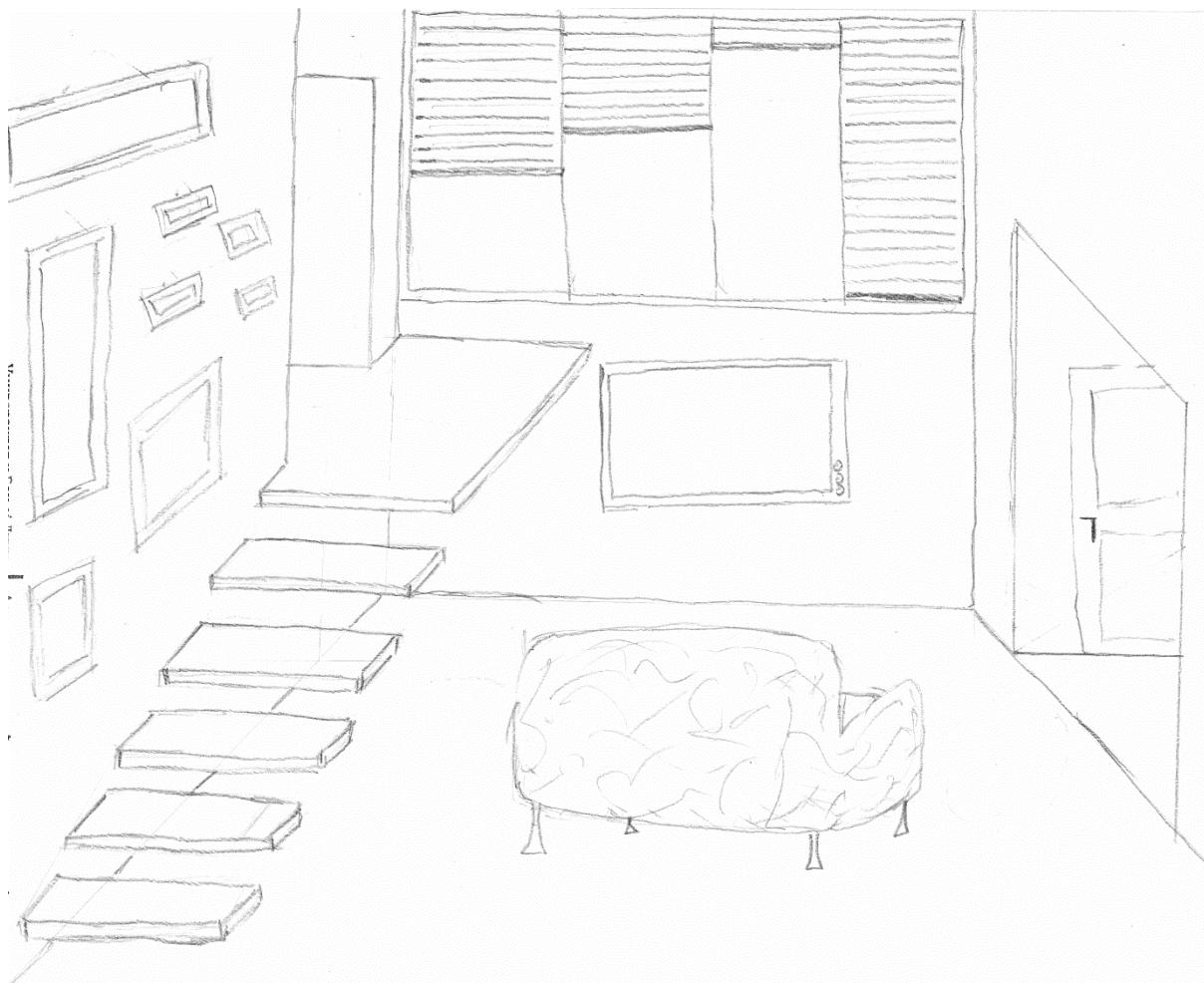
Рад је освојио 8 бодова.

Перспектива из висине очне тачке човјека даје цртежу увјерљивост. На цртежу се чита пријатна атмосфера дневног боравка приватне куће, што је постигнуто приказом великог броја детаља. Коректна је и пропорција између просторних елемената.



Рад је освојио 7 бодова.

Степениште и стубови који га одвајају од главног простора куће третирани су монументално. Недостаје им у тексту описана лакоћа. Изостао је наговјештај осталих просторија куће, иако је детаљност приказаних елемената задовољавајућа.



Рад је освојио 3 бода.

Цртеж је више аксонометријски приказ простора него перспективни, који је захтијеван. Детаљи су занимљиви али им недостаје увјерљивости и просторности у самом приказу. Степенице имају описану лакоћу али су изостављени стубови. Цртежу недостаје дубина.

## 5.2 Примјер теста за пријемни испит

### ПЕРЦЕПЦИЈА И ПРЕЗЕНТАЦИЈА ПРОСТОРА

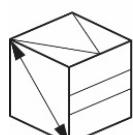
Укупан број бодова (попуњава комисија)

Упутство: Слободан простор на папиру дозвољено је користити за скице графитном оловком, а коначно рјешење задатака потребно је уцртати хемијском оловком или фломастером.

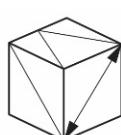
**Задатак 1** (2 бода)

На слици лијево дат је изглед једне коцке. Све странице коцке имају различите симболе. На слици десно дата су могућа рјешења дате коцке сагледане из другог угла. Заокружити број испод тачног рјешења.

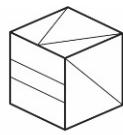
бодови



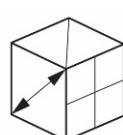
⋮



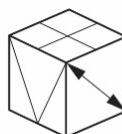
1



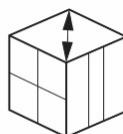
2



3



4

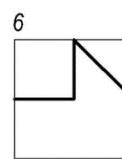
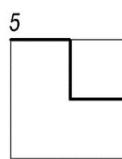
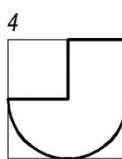
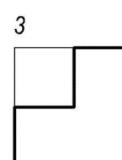
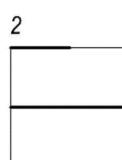
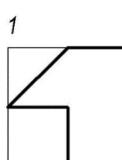
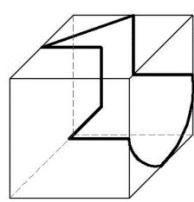


5

**Задатак 2** (2 бода)

Дата је стаклена коцка у коју је постављена црна трака. Која од шест понуђених слика (1-6) представља изглед сприједа?

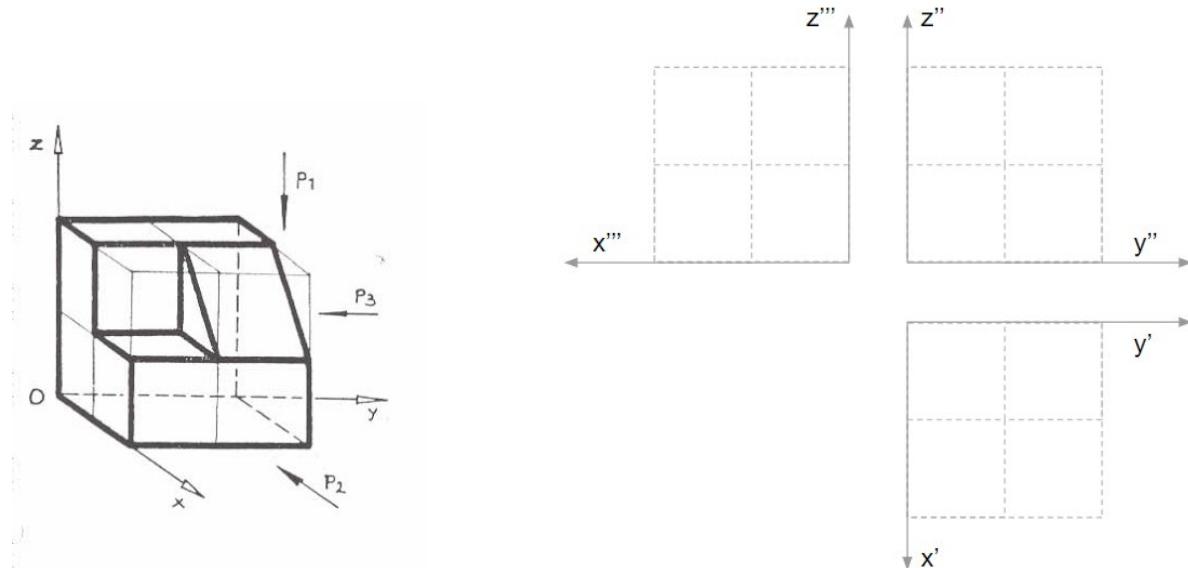
бодови



**Задатак 3 (6 бодова)**

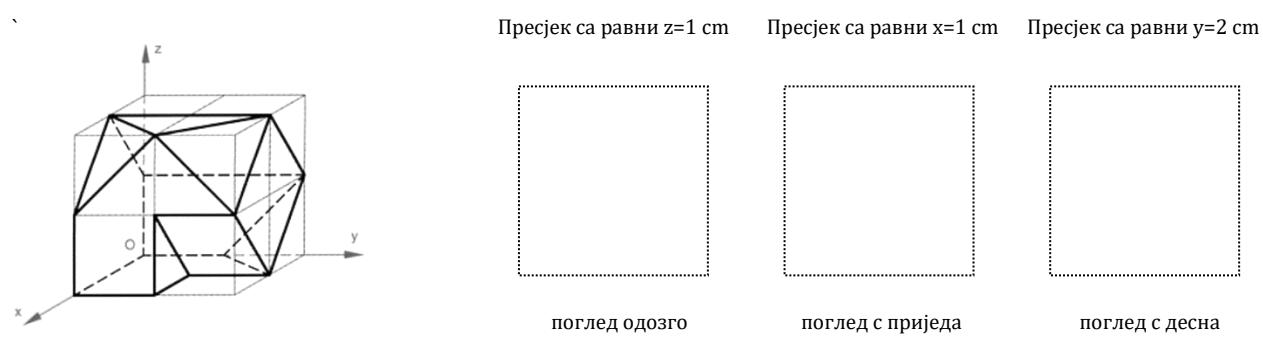
Дат је просторни приказ тијела. На десном дијелу цртежа треба нацртати како изгледа ова тијело уколико се посматрај у правцу  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_3$  односно одредити I, II и III пројекцију датог тијела.

бодови

**Задатак 4 (6 бодова)**

На слици лијево дато је тијело добијено исијецањем коцке чија је ивица 4 см. На сликама десно потребно је уцртати како изгледа пресијек тијела када се пресијече са равнима како је то назначено.

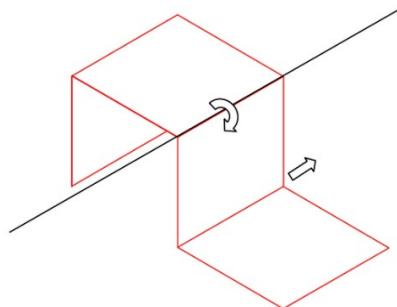
бодови



**Задатак 5 (4 бода)**

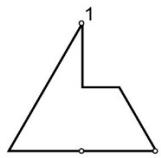
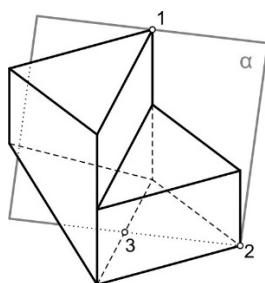
На слици је дат просторни скуп сачињен од два једнака отворена просторна елемента. Извршити трансляцију десног елемента у назначеном смјеру за дужину основног елемента. Лијеви елемент ротирати око означене осе за угао од 90 степени у назначеном смјеру. Десно на листу нацртати просторни скуп након извршених трансформација.

бодови

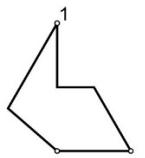
**Задатак 6 (3 бода)**

На слици лијево дато је тијело добијено исијецањем коцке. Тијело је пресјечено равни  $\alpha$ . Тачке 1, 2 и 3 су заједничке тачке за тијело и раван. На слици десно заокружити слово испод рјешења које приказује пресек ова два тијела.

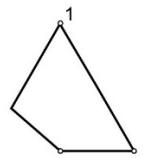
бодови



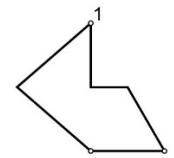
A



Б



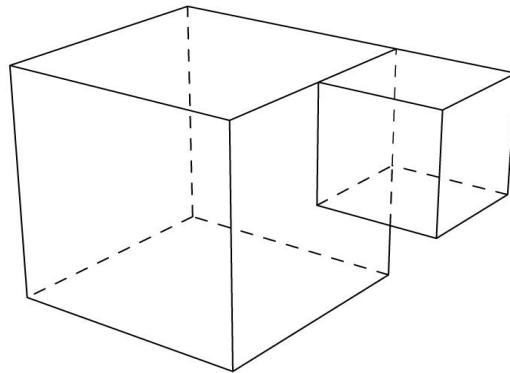
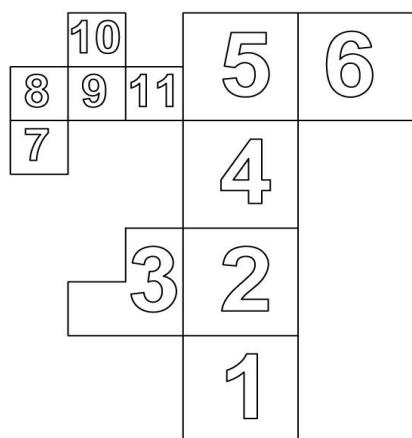
В



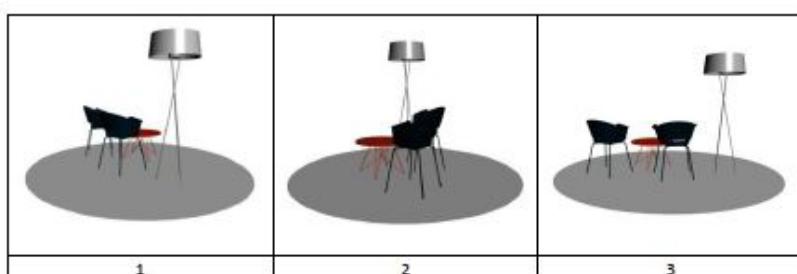
Г

**Задатак 7 (6 бодова)**

На слици лијево је дата мрежа објекта који је приказан на слици десно. На мрежи објекта су бројевима од 1-11 обележене пљошти објекта са слике 2. На слици 2, на видљивим странама објекта, дописати недостајајуће ознаке са мреже узимајући у обзир да се бројеви налазе на спољном омотачу објекта. Приликом уцртавања бројева узети у обзир положај и оријентацију слова са мреже.

**Задатак 8 (3 бода)**

На слици 1 је приказано оно што посматрач види испред себе. Исписати бројеве (1-3) правилног редоследа слика које посматрач види ако се креће у смјеру супротно од смјера кретања казаљке на сату, почевши од почетне позиције. Први број треба да одговара слици коју посматрач прву види кад крене, док посљедњи број треба да одговара слици коју посматрач последњу види на својој путањи.

**РЕШЕЊЕ:**

**Задатак 9 (8 бодова)**

На слици су дата два тијела (већа и мања коцка) која се међусобно продиру.

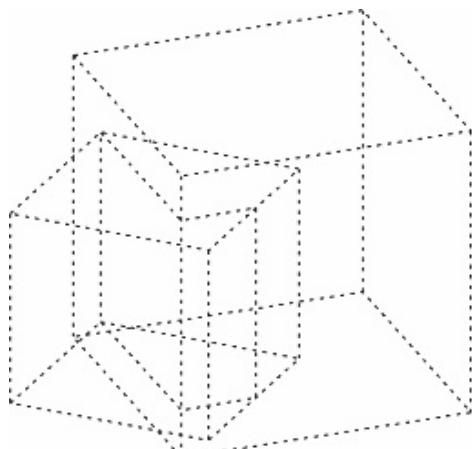
На слици 1 уцртати како би изгледала ова два тијела ако би се сјединила.

На слици 2 уцртати дио тијела који настаје одузимањем мање коцке од веће коцке.

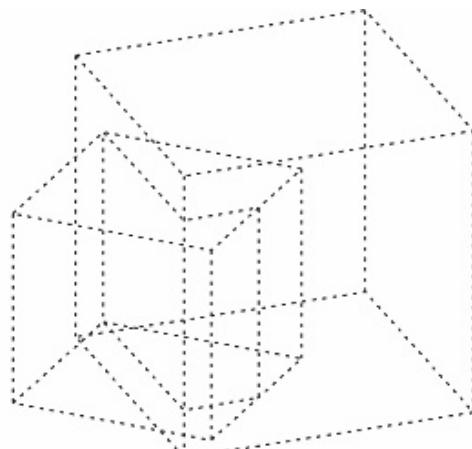
На слици 3 уцртати дио тијела који настаје одузимањем веће коцке од мање коцке.

На слици 4 уцртати дио који је заједнички за оба тијела.

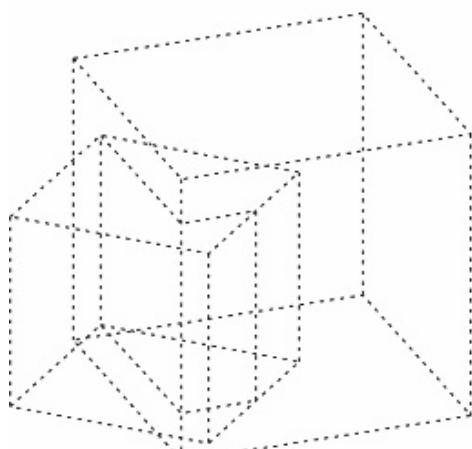
Испрекиданим линијама нацртати невидљиве ивице тијела.



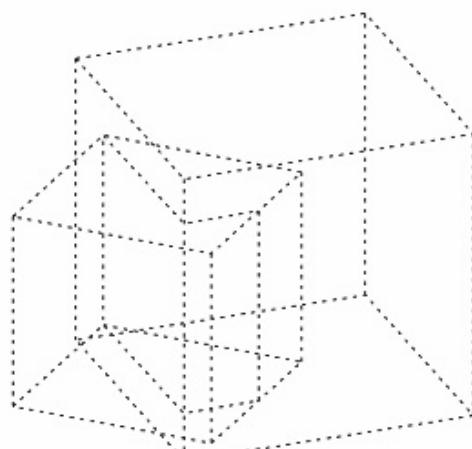
слика 1



слика 2



слика 3



слика 4

**Задатак 10 (10 бодова)**

Дат је опис месопотамског зигурата. На сљедећем листу кандидат треба да нацрта простор који је замислио док је читao текст. Циљ овог задатка је да кандидат покаже способност имагинације простора који је описан и понуди своју графичку интерпретацију. Цртеж треба да буде на нивоу перспективне скице графитном оловком, а битно је приказати описане елементе и дочарати атмосферу коју описани објекат носи.

*Народи старе Месопотамије градили су ЗИГУРАТЕ –храмове у облику степенасте куле. До светилишта на врху куле долазило се дугим завојитим степеницама. Зигурати су имали четвороугаону основу. ХЕРОДОТ описује Мардуков храм у Вавилону:*

*„У средини храма саграђена је јака кула , а на њој друга, на овој још једна и тако редом. Свега осам кула , све једна на другој. Са спољне стране око свих кула горе су водиле спиралне степенице. На половини успона степеница налази се одмаралиште са клупама, где је при успону могло да се седне и да се одмара. На највишој кули налази се велики храм.“*

## 5.3 Пријемни испит уз ППП (2020. година)

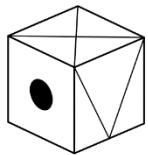
## ПЕРЦЕПЦИЈА И ПРЕЗЕНТАЦИЈА ПРОСТОРА

Укупан број бодова (попуњава комисија)

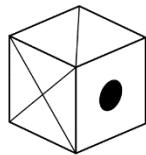
## ЗАДАТAK 1 (6 бодова)

бодови

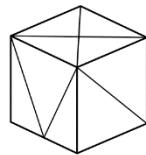
**A.** На слици лијево дат је изглед једне коцке. Све странице коцке имају различите симболе. Које од датих рјешења на слици десно представља изглед дате коцке сагледане из другог угла? Заокружити број испод тачног рјешења.



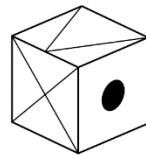
⋮



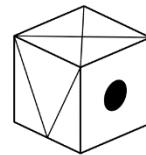
1



2



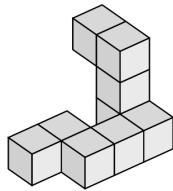
3



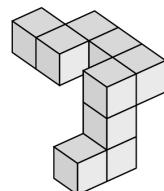
4

Рјешење: Тачно рјешење је 2.

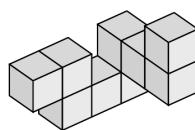
**B.** Које од датих тијела се разликује од осталих? Заокружити број испод тачног рјешења.



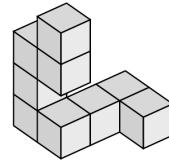
1



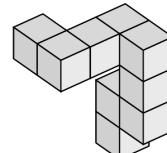
2



3



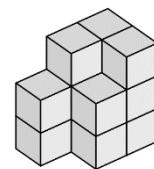
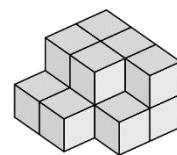
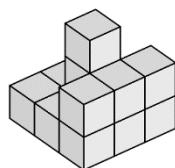
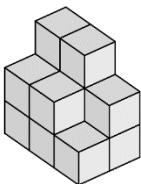
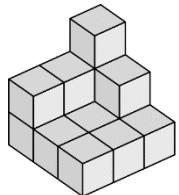
4



5

Рјешење: Тачно рјешење је 4.

Ц. Које од тијела на слици десно заједно са тијелом на слици лијево заједно чине коцку димензија  $3 \times 3 \times 3$ ? Заокружити број испод тачног рјешења.



1

2

3

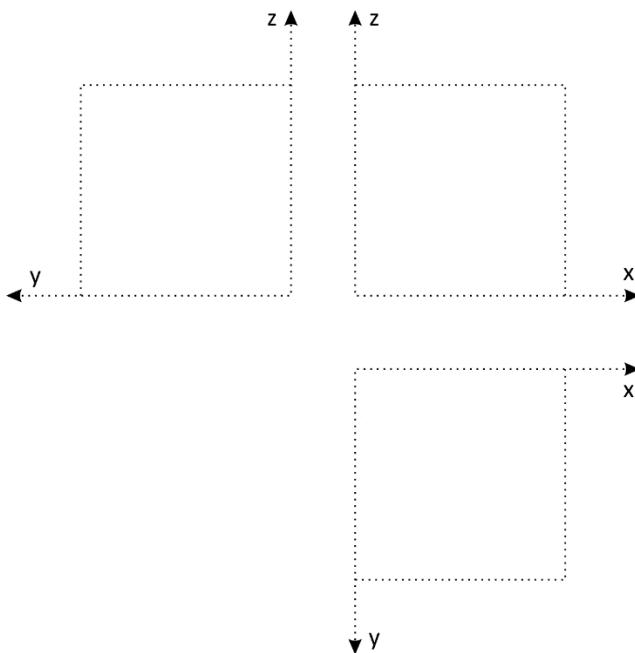
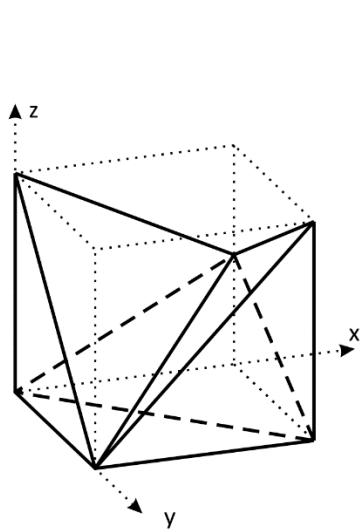
4

Рјешење: Тачно рјешење је 3.

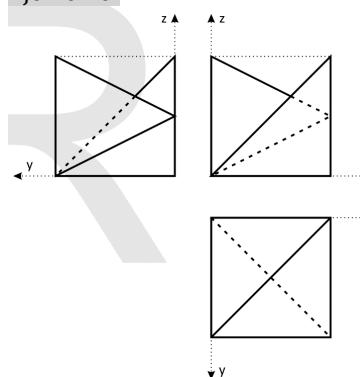
### ЗАДАТAK 2 (6 бодова)

На слици лијево дат је изглед тијела добијеног исијецањем коцке. На слици десно уцртати како тијело изгледа из задатих праваца посматрања. Невидљиве ивице објекта нацртати испрекиданом линијом.

бодови



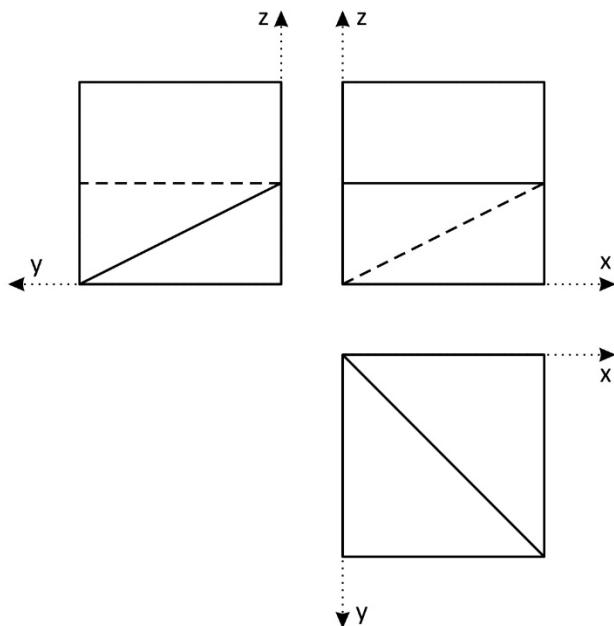
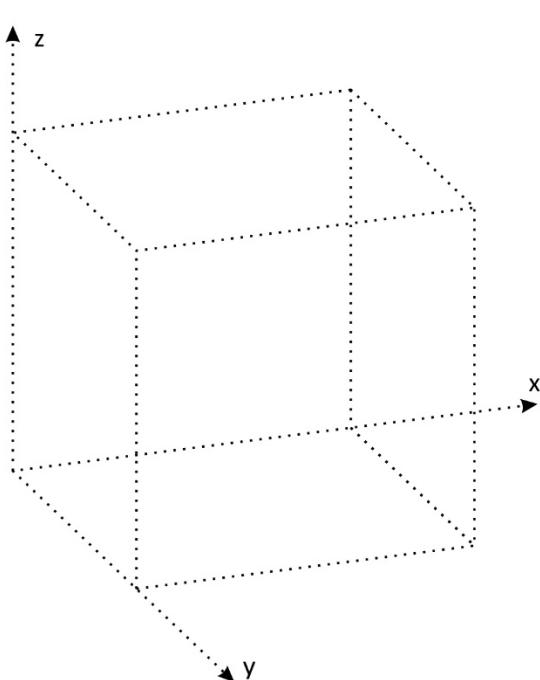
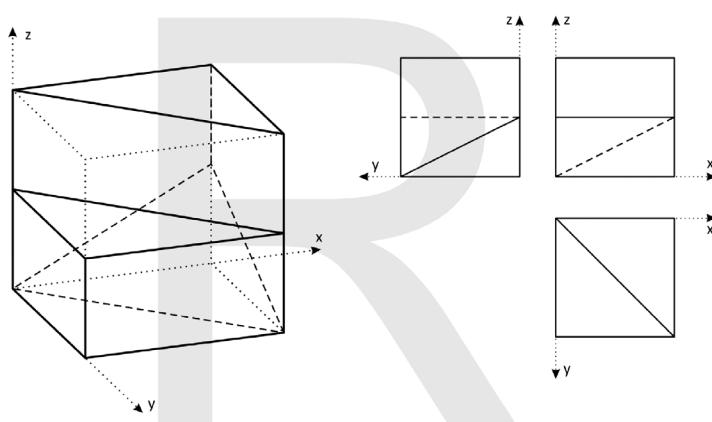
Рјешење:



**ЗАДАТAK 3 (8 бодова)**

На слици десно дата су три изгледа једног објекта који је настао исјецањем коцке. На слици лијево, у оквиру дате коцке, треба нацртати просторни изглед овог објекта. Невидљиве ивице објекта нацртати испрекиданом линијом.

бодови

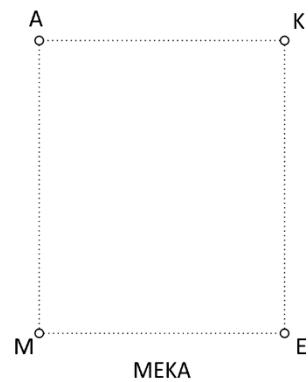
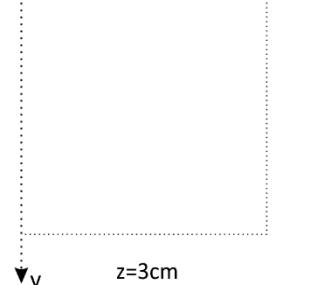
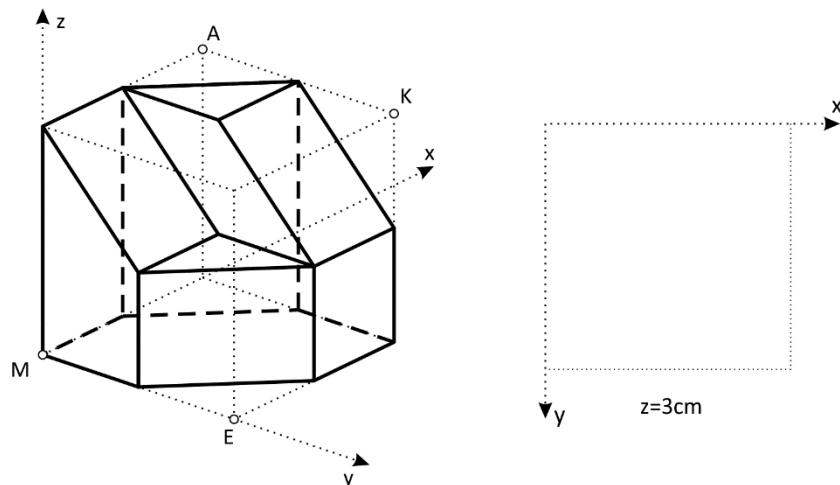
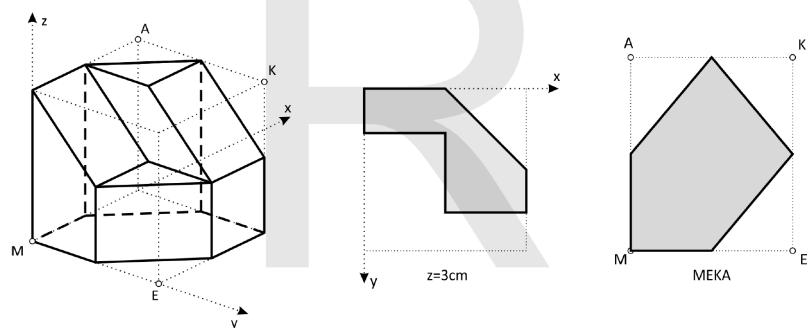
**Рјешење:**

**ЗАДАТАК 4 (5 бодова)**

На слици лијево дато је тијело уписано у коцку ивице 4 см. Десно нацртати како изгледа пресјек овог тијела када би се оно пресјекло

- 1) хоризонталном XY равни на висини од 3 см,
- 2) равни која пролази кроз тачке МЕКА.

бодови

**Рјешење:**

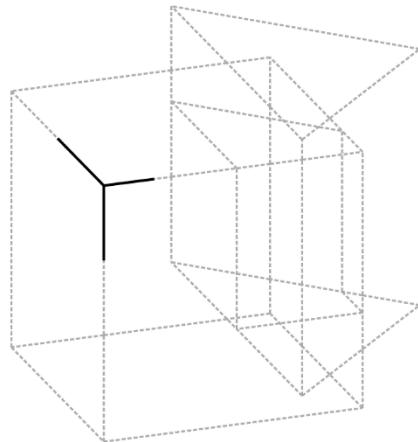
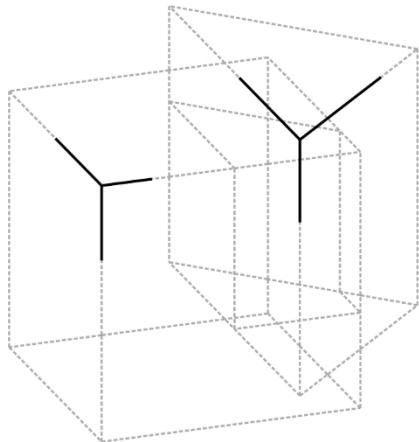
**ЗАДАТAK 5 (6 бодова)**

бодови

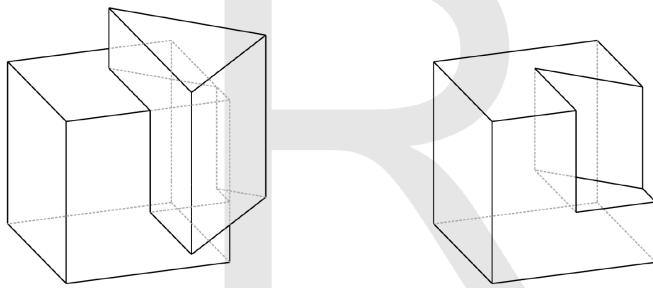
На slikama su data dva tijela koja se međusobno prodiru.

- Na slici lijevo učrtati kako bi izgledalo tijelo ukoliko bi se ta dva tijela sјediniла.
- Na slici desno učrtati dio tijela koji bi naстао ukoliko bi se od doњeg tijela oduzelo горњe tijelo.

Испрекиданим linijama načrtati nevidљиве ivице tijela.



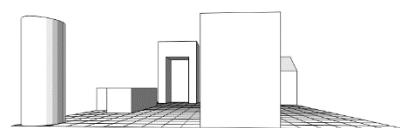
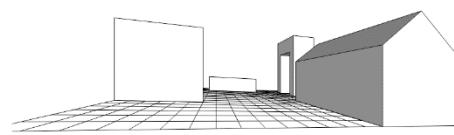
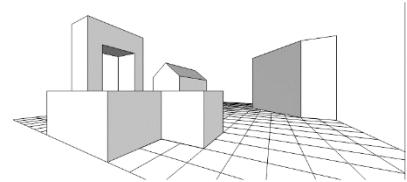
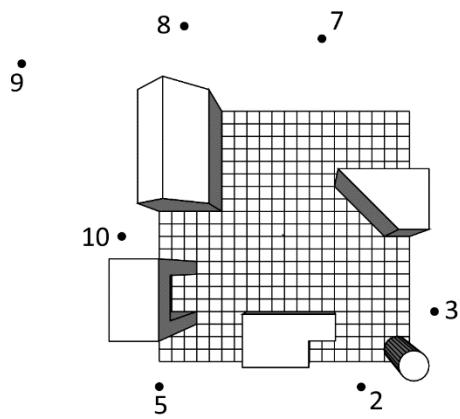
Рјешење:



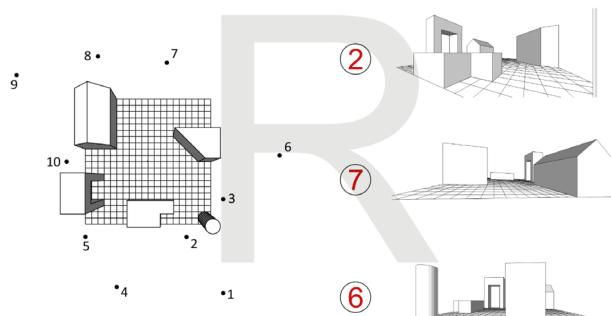
**ЗАДАТАК 6 (3 бода)**

На слици лијево су бројевима 1-10 дати положаји посматрача, који посматра дату просторну композицију. На сликама десно, у кружићима уписати бројеве положаја посматрача, који одговара датој перспективној слици.

бодови



Рјешење:

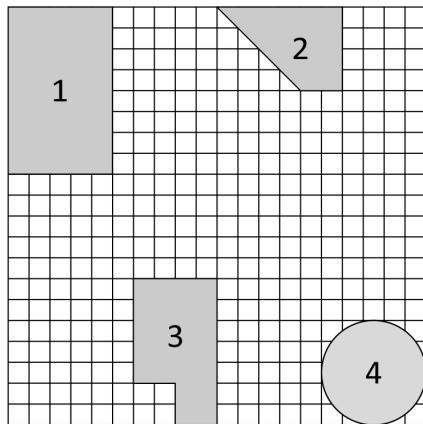


**ЗАДАТАК 7 (6 бодова)**

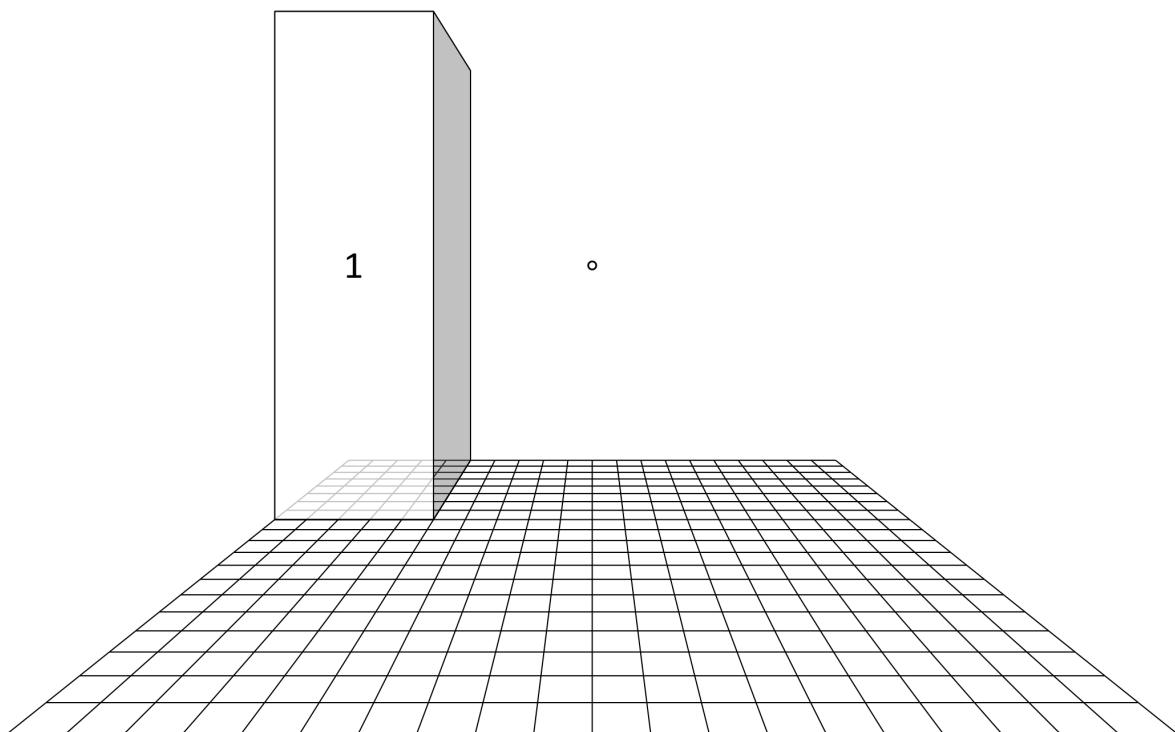
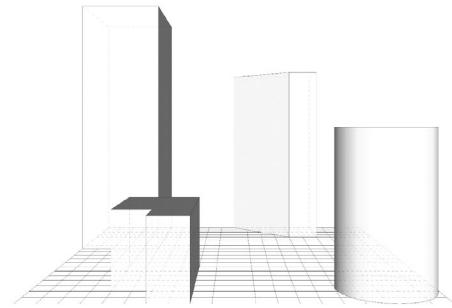
бодови

На слици горе су бројевима 1, 2, 3, 4 дати положаји објеката. На слици доле доцртати објекте који недостају у перспективи. Уцртати и невидљиве ивице објекта испрекиданом линијом. Висине објекта су дате сљедећим текстом:

- висина објекта 2 је три четвртине висине објекта 1
- висина објекта 3 је половина висине објекта 4
- висина објекта 4 је половина висине објекта 1.



Решење:



**ЗАДАТАК 8 (10 бодова)**

бодови

Дат је текст Роберта Вентурија у коме је описана фасада куће Гилд у Лас Вегасу. На сљедећем листу кандидат треба да нацрта овај објекат који је замислио док је читao текст. Циљ овог задатка је да кандидат покаже способност имагинације простора који је описан и понуди своју графичку интерпретацију. Цртеж треба да буде на нивоу перспективне скице графитном оловком, а битно је приказати описане елементе и дочарати атмосферу коју описани објекат носи.

\*Задатак цртати на сљедећем листу графитном оловком.

*...Украси Гилд куће су експлицитни. Они и потенцирају, а и супротстављају се облику зграде коју красе. И до извесне мере су симболични. Непрекинута пруга од глазиране опеке при врху фасаде, у комбинацији са пуном равни беле глазиране опеке при дну, дели грађевину на три неједнака дела: сутерен, главни спрат и таван. То је у супротности са шест стварних и једнаких спратова преко којих је преклопљено, и сугерира пропорције ренесансне палате. Централно бело поље такође наглашава усмереност и меру улаза. Оно увећава приземље све до врха балкона првог спрата... Изузетан и дебели стуб у иначе равној зидној површини појачава усмереност улаза, а луксузни гранит и глазирана опека наглашавају ту пријазност, као што то чини прошарани мермер примењиван у нивоу улице, како би се улази у станове учинили отменијим и лакше изнајмљивим. Истовремено, положај стуба у средишту улаза умањује његов значај.*

*Лучни прозор Гилд куће није конструктиван. За разлику од више чисто декоративних елемената на овој згради, он одражава унутрашњу функцију бараке, тј. заједничке активности при врху... На предњој фасади, лук лежи над средњом вертикалном траком балконских прореза, чије је постолје декоративни улаз. Лук, балкони и постолје заједно обједињују фасаду и као циновски ред (или класична појава цубокса), подривају датих шест спратова да би повећали меру и монументалност изгледа. Тада циновски ред је, опет, крунисан украсним гестом, невезаном, симетричном телевизијском антеном од позлаћеног алуминијума...*

*Роберт Вентури, Поуке Лас Вегаса, 1972.*