

## Proračun pomoću tablice najranijih i najkasnijih početaka i završetaka aktivnosti, ukupnih i slobodnih vremenskih rezervi sa kritičnim putem

Proračunom „napred-nazad“ smo odredili za svaku aktivnost EF (najraniji završetak) i LF (najkasniji završetak), i odredili smo kritičan put u mrežnom dijagramu.

Po definiciji, kritični put sa mrežnog dijagrama sačinjavaju one aktivnosti na dijagramu čija je vremenska rezerva nula, tj.  $T_u = 0$ . Drugim riječima, to su one aktivnosti, kod kojih je razlika između najranijeg završetka i najkasnijeg završetka jednaka nuli ( $EF - LF = 0$ ).

Najboljii uvid u vremenske rezerve daje proračun pomoću tablice.

U tablici se za svaku aktivnost računaju:

- počeci (najraniji ES i najkasniji LS)
- završeci (najraniji EF i najkasniji LF)
- vremenske rezerve (ukupna  $T_u$  i slobodna  $T_s$ )

Za tip veze **Kraj-početak / Finish-Start (FS)** bez vremenske odgode važi sledeći proračun:

Najraniji završetak se računa po sledećoj formuli:  $EF_i = \max [ EF(PA) + t_i ]$

Najkasniji završetak se računa po sledećoj formuli:  $LF_i = \min [ LF(NA) - t_i(NA) ]$

Najraniji početak se računa po sledećoj formuli:  $ES_i = EF_i - t_i$

Najkasniji početak se računa po sledećoj formuli:  $LS_i = LF_i - t_i$

Ukupna vremenska rezerva se računa po sledećoj formuli:

$$T_{u_i} = LF_i - EF_i = LS_i - ES_i$$

Slobodna vremenska rezerva se računa po sledećoj formuli:

$$T_{s_i} = EES(NA) - EF_i = \min ES(NA) - EF_i$$

PA – oznaka za prethodnu aktivnost

NA – oznaka za narednu aktivnost

Ukupna vremenska rezerva aktivnosti  $i$  ( $Tu_i$ ) je ono vrijeme za koje je moguće maksimalno odložiti početak izvršenja aktivnosti  $i$ , pri čemu se neće ugroziti ugovoreno vrijeme izvršenja projekta u cjelini, ali može doći do odlaganja planiranih početaka njoj narednih aktivnosti.

Slobodna vremenska rezerva aktivnosti  $i$  ( $Ts_i$ ) je ono vrijeme za koje se može odložiti izvršenje aktivnosti  $i$ , bez posljedica za druge aktivnosti.

### Mi ćemo uraditi proračun pomoću tablice za sledeći spisak aktivnosti:

Građevinsko preduzeće sklopilo je ugovor o izgradnji manjeg tržnog centra. Spisak aktivnosti za izgradnju navedenog tržnog centra je dat u tabeli, kao i trajanja aktivnosti, njihova međuzavisnost (prethodne i naredne aktivnosti), kao i potreban broj radnika za realizaciju svake aktivnosti.

Redni broj	Naziv aktivnosti	Trajanje (dani)	Prethodna aktivnost	Naredna aktivnost	Ukupan broj radnika
1	Uređenje (priprema) gradilišta	5		2,3	10
2	Izrada privremenih (pomoćnih) objekata	5	1	4,13	10
3	Dovođenje struje i vode na gradilište	3	1	4	5
4	Izrada temelja	15	2,3	5	10
5	Izgradnja konstrukcije i zidova	35	4	6	10
6	Postavljanje krova	10	5	7,8	10
7	Namještanje stolarije (prozori i vrata)	5	6	9	5
8	Infrastruktura u lokalu	5	6	9	10
9	Unutrašnji molerski radovi	7	7,8	10,11	5
10	Parketarski radovi	5	9	12	5
11	Ostali zanatski radovi	10	9	12	5
12	Cišćenje objekta i opremanje lokala	5	10,11	15	10
13	Izgradnja parkinga	10	2	14	5
14	Soljašnje uređenje (travnjaci, igralište, bašta)	20	13	15	10
15	Tehnički prijem	1	12,14		10

Za dati spisak aktivnosti smo uradili na prethodnim vježbama mrežni plan i pomoću proračuna „napred-nazad” smo odredili najranije i najkasnije zavšetke za sve aktivnosti EF i LF, i odredili smo kritične aktivnosti.

Da ne bismo opet računali EF i LF, mi ih možemo prepisati iz mrežnog plana.

Tabela sada izgleda ovako:

No	t <sub>i</sub>	Broj radnika	Odnos u mreži		Početak		Završetak		Vremenska rezerva		Kritično	
			PA	NA	ES	LS	EF	LF	Tu	Ts	Put	Vreme
1	5	10		2,3	0	0	5	5	0	0	x	5
2	10	10	1	4,13	5	5	15	15	0	0	x	10
3	5	10	1	4	5	10	10	15	5	5		
4	15	10	2,3	5	15	15	30	30	0	0	x	15
5	35	15	4	6	30	30	65	65	0	0	x	35
6	10	10	5	7,8	65	65	75	75	0	0	x	10
7	5	5	6	9	75	75	80	80	0	0	x	5
8	5	10	6	9	75	75	80	80	0	0	x	5
9	5	10	7,8	10,11	80	80	85	85	0	0	x	5
10	5	15	9	12	85	90	90	95	5	5		
11	10	5	9	12	85	85	95	95	0	0	x	10
12	5	10	10,11	15	95	95	100	100	0	0	x	5
13	10	15	2	14	15	70	25	80	55	0		
14	20	10	13	15	25	80	45	100	55	55		
15	1	5	12,14		100	100	101	101	0	0	x	1
											Ukupno trajanje projekta iznosi =	<b>101</b> radni dan

Nakon što prepisemo EF i LF u tabelu (ili izračunamo opet), možemo da izračunamo početke ES i LS.

Najraniji početak se računa po sledećoj formuli:  $ES_i = EF_i - t_i$

$$ES_1 = EF_1 - t_1 = 5 - 5 = 0$$

$$ES_2 = EF_2 - t_2 = 15 - 10 = 5$$

$$ES_3 = EF_3 - t_3 = 10 - 5 = 5$$

itd. do poslednje aktivnosti

Najkasniji početak se računa po sledećoj formuli:  $LS_i = LF_i - t_i$

$$LS_1 = LF_1 - t_1 = 5 - 5 = 0$$

$$LS_2 = LF_2 - t_2 = 15 - 10 = 5$$

$$LS_3 = LF_3 - t_3 = 15 - 5 = 10$$

itd. do poslednje aktivnosti

Kada smo izračunali početke (ES i LS) i završetke (EF i LF), možemo izračunati vremenske rezerve aktivnosti. Imamo dvije vrste vremenske rezerve:

$$\text{Ukupna vremenska rezerva } Tu_i : \quad Tu_i = LF_i - EF_i = LS_i - ES_i$$

$$\text{Slobodna vremenska rezerva } Ts_i : \quad Ts_i = EES(NA) - EF_i = \min ES(NA) - EF_i$$

Vremensku rezervu (Tu i Ts) imaće samo nekritične aktivnosti.

Kritične aktivnosti nemaju vremenske rezerve i kod njih je  $Tu = 0$ ,  $Ts = 0$ .

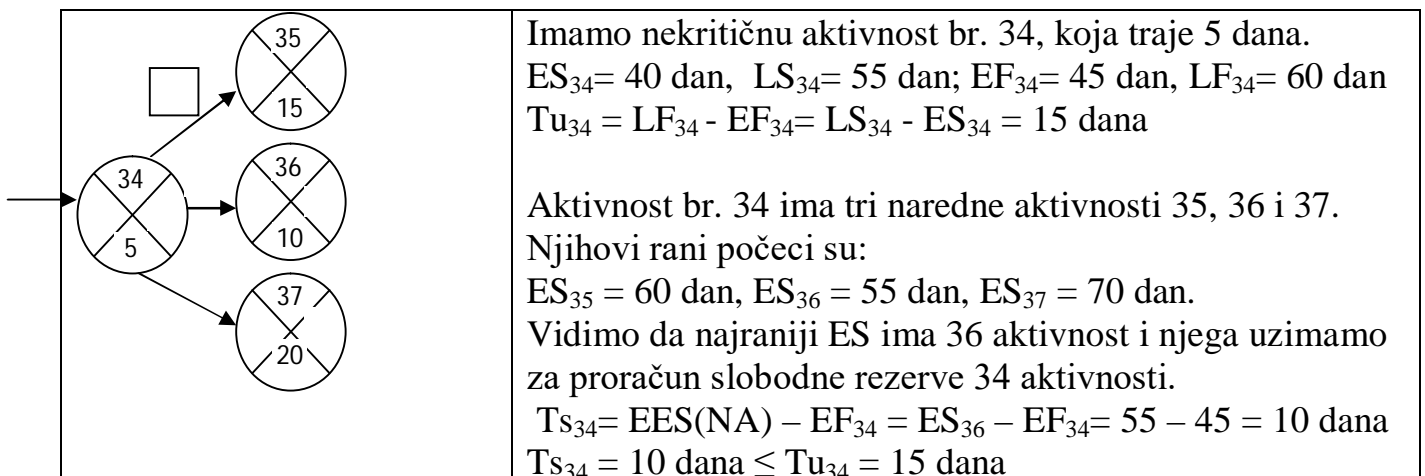
Nekritične aktivnosti imaju vremenske rezerve i kod njih je

$$Tu > 0 ; Ts \geq 0, \text{ pri čemu je } Ts \leq Tu$$

$$Tu_i = LF_i - EF_i = LS_i - ES_i$$

$$Ts_i = EES(NA) - EF_i = \min ES(NA) - EF_i$$

U formuli za proračun slobodne vremenske rezerve  $Ts_i$  ima oznaka EES(NA) i ona znači „najraniji od svih ranih početaka narednih aktivnosti”. To znači ako neka nekritična aktivnost ima dve ili više narednih aktivnosti onda za proračun njene slobodne vremenske rezerve posmatramo sve njene naredne aktivnosti i njihove rane početke (od svake naredne aktivnosti gledamo ES) i moramo usvojiti „najraniji ES(NA)” odnosno najmanji ES(NA). Objasniću to u primjeru:



U ovom našem spisku aktivnosti, nekritične aktivnosti su 3, 10, 13, 14.

Ukupna vremenska rezerva iznosi:

$$Tu_3 = LF_3 - EF_3 = 15 - 10 = 5 \quad \text{ili} \quad Tu_3 = LS_3 - ES_3 = 10 - 5 = 5$$

$$Tu_{10} = LF_{10} - EF_{10} = 95 - 90 = 5 \quad \text{ili} \quad Tu_{10} = LS_{10} - ES_{10} = 90 - 85 = 5$$

$$Tu_{13} = LF_{13} - EF_{13} = 80 - 25 = 55 \quad \text{ili} \quad Tu_{13} = LS_{13} - ES_{13} = 70 - 15 = 55$$

$$Tu_{14} = LF_{14} - EF_{14} = 100 - 45 = 55 \quad \text{ili} \quad Tu_{14} = LS_{14} - ES_{14} = 80 - 25 = 55$$

Za sve kritične aktivnosti stavite da je  $Tu = 0$  (jer kod kritičnih aktivnosti  $ES=LS$  i  $EF=LF$  i zato je  $Tu=0$ ).

Slobodna vremenska rezerva iznosi:

$$Ts_3 = EES(NA) - EF_3 = ES_4 - EF_3 = 15 - 10 = \mathbf{5 \text{ dana}} \leq Tu_3 = 5 \text{ dana}$$

$$Ts_{10} = EES(NA) - EF_{10} = ES_{12} - EF_{10} = 95 - 90 = \mathbf{5 \text{ dana}} \leq Tu_{10} = 5 \text{ dana}$$

$$Ts_{13} = EES(NA) - EF_{13} = ES_{14} - EF_{13} = 25 - 25 = \mathbf{0 \text{ dana}} \leq Tu_{13} = 55 \text{ dana}$$

$$Ts_{14} = EES(NA) - EF_{14} = ES_{15} - EF_{14} = 100 - 45 = \mathbf{55 \text{ dana}} \leq Tu_{14} = 55 \text{ dana}$$

U ovom našem spisku aktivnosti nemamo slučaj da neka nekritična aktivnost ima više narednih aktivnosti, ali možda vi to budete imali u svom elaboratu.

U koloni KRITIČNO imamo put i vrijeme. Obilježimo sve aktivnosti koje su na kritičnom putu (kojima je  $Tu = 0$ ) i prepisemo njihova trajanja u kolonu „vrijeme”. Kada se saberu trajanja svih aktivnosti **na jednom kritičnom putu**, dobijamo ukupno vrijeme trajanja projekta. Obratite pažnju na broj kritičnih puteva u mrežnom dijagramu. Za ovaj naš primjer imamo 2 kritična puta u mrežnom dijagramu (pogledaj mrežni plan sa prošlih vježbi):

Prvi kritični put je  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow \mathbf{7} \rightarrow 9 \rightarrow 11 \rightarrow 12 \rightarrow 15$

Drugi kritični put je  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow \mathbf{8} \rightarrow 9 \rightarrow 11 \rightarrow 12 \rightarrow 15$

Ako saberete trajanja aktivnosti na prvom ili na drugom kritičnom putu dobićete isto trajanje projekta od 101 dan (radni dan).

U ovoj tabeli, kojismo danas radili su upisane sve kritične aktivnosti i ako budete „slijepo” sabirali trajanja svih kritičnih aktivnosti dobićete da ovaj projekat traje 106 dana umjesto 101 dan. Znači sabirajte samo po jednom kritičnom putu!!! Ili pogledajte kada se završava poslednja aktivnost. Projekat se završava onda kada mu se završi poslednja aktivnost. U ovom našem projektu, poslednja aktivnost se završava 101 dana ( $EF_{15}=LF_{15}= 101$  dan), pa prema tome i projekat se završava 101 dana, odnosno naš projekat traje 101 dan (radni dan).