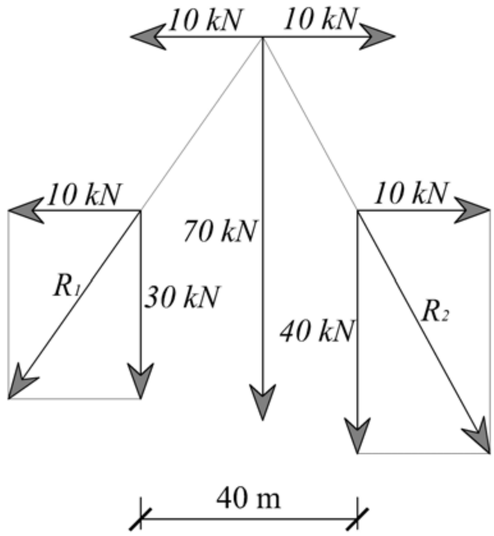
СТАТИКА КРУТЕ ПЛОЧЕ У РАВНИ

СИСТЕМ ПАРАЛЕЛНИХ СИЛА У РАВНИ

1. СИЛЕ ИСТОГ СМЈЕРА

Примјер 1:

Нека су дате $P_1 = 30[kN]$; $P_2 = 40[kN]$ на растојању l= 40m



$R_1 = 31,62kN$

$R_2 = 41,23kN$

$R = P_1 + P_2 = 30 + 40 = 70kN$

а – растојање од силе $P_1 = 30[kN]$ до резултенте;

b – растојање од силе $P_2 = 40[kN]$ до резултанте;

$$a = \frac{P_2}{R} \bullet l = \frac{40}{70} \bullet 40 = 22,86m$$

$$b = \frac{P_1}{R} \bullet l = l - a = 40 - 22,86 = 17,14m$$

2. СИЛЕ СУПРОТНОГ СМЈЕРА

Примјер 2:

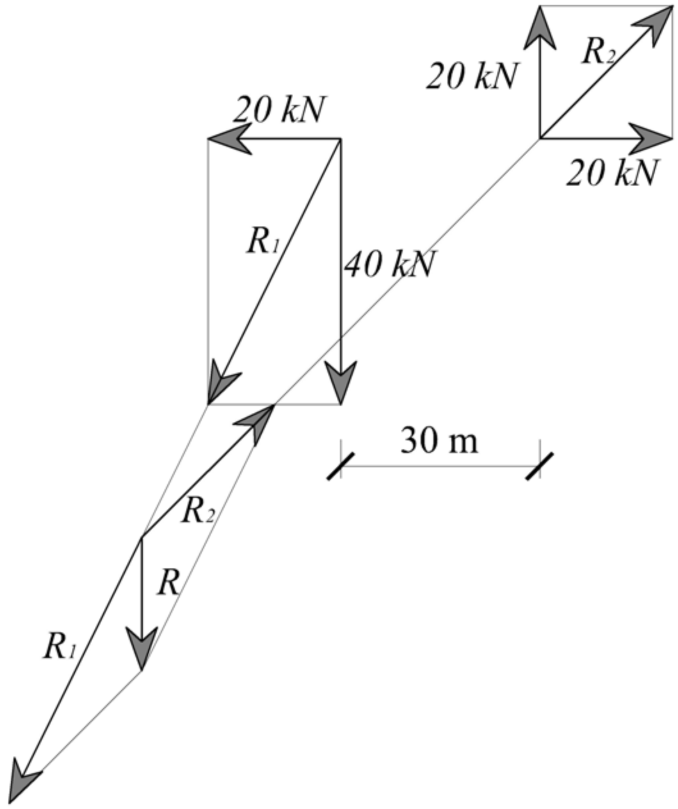
Нека су дате $P_1 = 40[kN]$; $P_2 = 20[kN]$ на растојању l= 30m

$R_1 = 44,72kN$

$R_2 = 28,28kN$

$R = P_1 - P_2 = 40 - 20 = 20kN$

$$b = \frac{P_1}{R} \bullet l = \frac{40}{20} \bullet 30 = 60m$$
$$a = b - l = 60 - 30 = 30m$$



3. ПАРАЛЕЛНЕ СИЛЕ СУПРОТНИХ СМЈЕРОВА ИСТОГ ИНТЕНЗИТЕТА – **СПРЕГ СИЛА**

Двије паралелне силе, истих интензитета, супротних смјерова, чије се нападне линије не поклапају, образују спрег сила.

Спрег сила одређен је са три податка:

a) вектором **момента** спрега чији је интензитет једнак производу интензитета једне силе и најкраћег растојања између нападних линија сила које називамо крак спрега($P \bullet l$)
b) вектор момента спрега је ортогоналан на раван π у којој дјелују силе
c) смјер му зависи од смјера обртања сила и сагласан је правилу десног завртња.

Примјер 3:

Нека су дате силе $P_1 = 20[kN]$ и $P_2 = 20[kN]$ на растојању l= 30m, одредити крак спрега l_1 момент спрега сила.

$R_1 = 28,28kN$

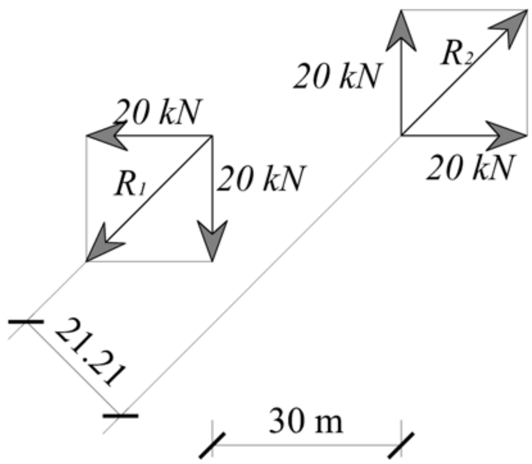
$l = 30m$

$P \bullet l = R_1 \bullet l_1$

$l_1 = \frac{P \bullet l}{R_1} = \frac{20 \bullet 30}{28,28} = 21,21m$

$M = 20 \bullet 30 = 600kNm$

$M = 21,21 \bullet 28,28 = 600kNm$



РЕДУКЦИОНИ МОМЕНТ СИЛЕ ЗА ТАЧКУ

Под **моментом силе** за произвољну тачку (тачку редукције) подразумјевамо производ интензитета (величине) силе и нормалног растојања тачке од нападне линије силе. Овај производ треба узети са знаком + или - према томе који је смијер утврђен као позитиван. **Момент силе** за произвољну тачку може се срачунати и као векторски производ вектора положаја нападне тачке силе P $\vec{r}_A$ и вектора силе $\vec{P}$:

$$(\vec{M}_o(P) = \vec{r}_A \times \vec{P})$$

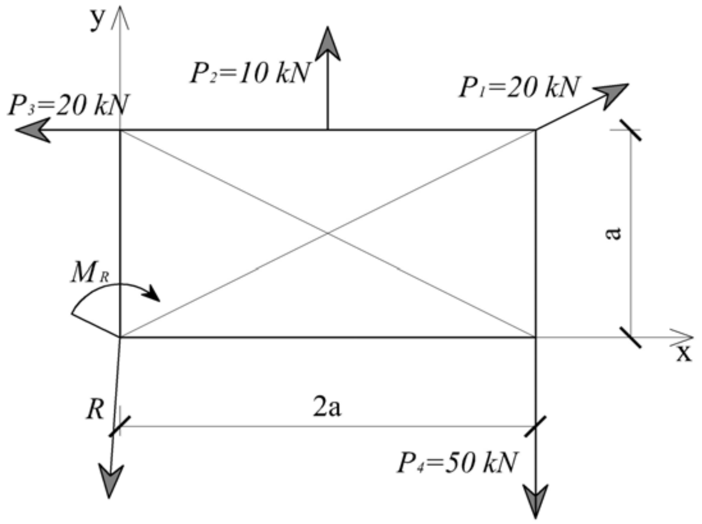
Варињонова теорема:

Момент резултанте система сила које нападају једну круту плочу, за моментну тачку која лежи у равни дејства сила, једнак је алгебарском збиру момената тих сила за исту моментну тачку.

$$\vec{M}_o(\vec{R}) = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_o(\vec{P}_i)$$

Примјер 4:

Редуковати дати систем сила на координатни почетак.(R=?;M_R=?)



$$tg\alpha = \frac{a}{2a} = 0,5$$

$$\alpha = arctg0,5 = 26,56^o$$

$$M_R = P_1 \bullet 0 + P_2 \bullet a + P_3 \bullet a - P_4 \bullet 2a = 10 \bullet a + 20 \bullet a - 50 \bullet 2a$$

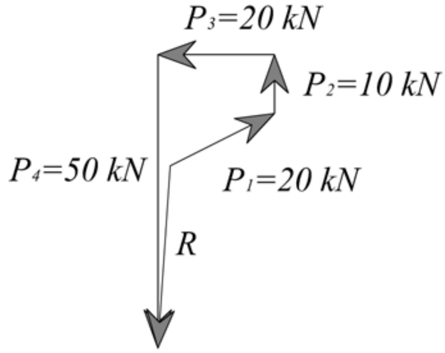
$$R = \sqrt{{R_X}^2 + {R_Y}^2}$$

$$R_X = P_1 \bullet \cos\alpha + P_3 \bullet \cos 180^o = 20 \bullet \frac{2}{\sqrt{5}} - 20 = 20\left(\frac{2}{\sqrt{5}} - 1\right)$$

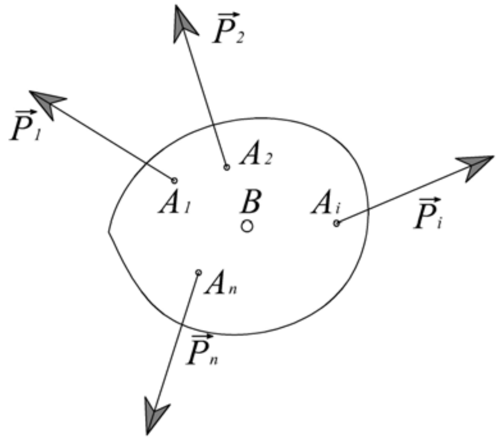
$$R_Y = P_1 \bullet \sin\alpha + P_2 - P_4 = 20 \bullet \frac{a}{a\sqrt{5}} + 10 - 50 = 20\left(\frac{1}{\sqrt{5}} - 2\right)$$

$$R = \sqrt{{R_X}^2 + {R_Y}^2} = \sqrt{\left(20\left(\frac{2}{\sqrt{5}} - 1\right)\right)^2 + \left(20\left(\frac{1}{\sqrt{5}} - 2\right)\right)^2}$$

графички поступак: полигон сила



ПРОИЗВОЉАН СИСТЕМ СИЛА У РАВНИ



Систем од n произвољних сила у равни тј. сила разних величина, праваца смјерова, и нападних тачака, може се редуковати или само на једну силу – резултанту, или на спрег или је, пак, у равнотежи.

Односно имамо следећа 4 случаја:

a) $\vec{R} \neq 0; \vec{M} = 0$ - транслација

b) $\vec{R} \neq 0; \vec{M} \neq 0$ - транслација и ротација

c) $\vec{R} = 0; \vec{M} \neq 0$ - ротација (обртање), и

d) $\vec{R} = 0; \vec{M} = 0$ - РАВНОТЕЖА

Једначине равнотеже:

Потребан и довољан услов да би систем произвољних сила у равни био у равнотежи је да збир пројекција сила на двије ортогоналне осе буде једнак нули и да алгебарски збир момената тих сила у односу на ма коју тачку у равни дејства сила буде једнак нули. Односно:

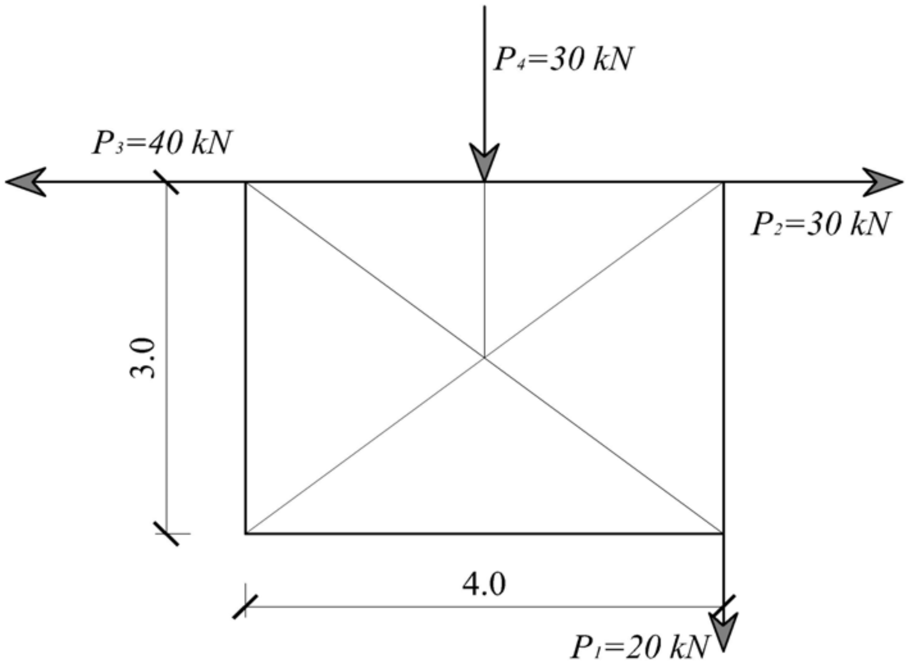
$$\sum X_i = 0$$

$$\sum Y_i = 0$$

$$\sum M_0 = 0$$

Примјер 1:

За дати систем сила одредити редукциону резултанту и редукциони момент у односу на тежиште круте плоче, а затим одредити величину силе P_4 из услова да се систем сведе на резултанту.



$$R = \sqrt{R_X^{\ 2} + R_Y^{\ 2}}$$

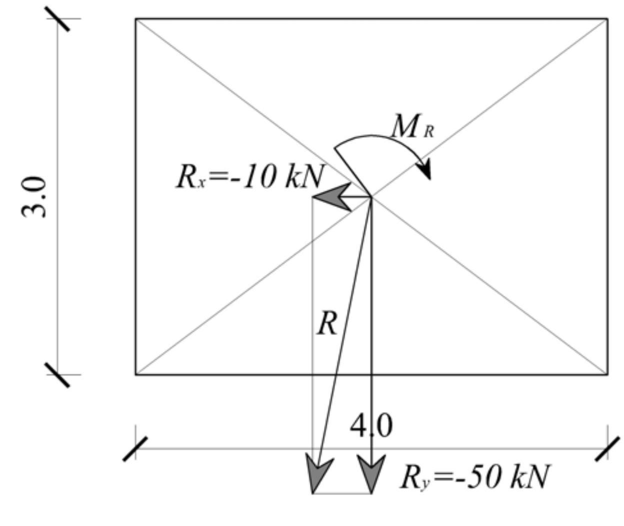
$$R_X = 30 - 40 = -10kN$$

$$R_Y = -20 - 30 = -50kN$$

$$R = \sqrt{(-10)^2 + (-50)^2} = \sqrt{100 + 2500} = \sqrt{26001} = 10\sqrt{26}kN$$

$$M_R^{\ T} = -20 \bullet 2 - 30 \bullet 1,5 + 40 \bullet 1,5 = -40 - 45 + 60 = -25kNm$$

Претпоставили смо да момент обрће у смјеру супротном казаљки на сату, па добивши негативну вриједност момента можемо закључити да он обрће у смјеру казаљке на сату што је на следећој скици и приказано.



Верижни полигон:

Резултанту произвољног система сила у равни као и њен положај, односно нападну линију, поред раније приказаних начина, можемо одредити још и помоћу плана сила и верижног полигона. Завршна страна полигона сила, по правцу, смјеру и величини, одређује резултанту датог система сила, док положај резултанте одређујемо помоћу верижног полигона.

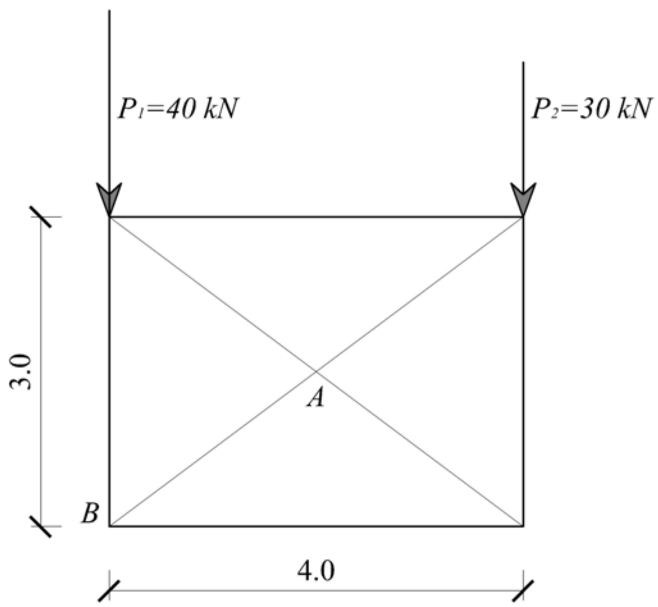
Ако у неку произвољну тачку a пресемо у извјесној размјери прву силу $\vec{P}_1$ са плана положаја сила, па затим на крај прве силе нанесемо другу силу и тако редом до последње, добићемо полигон сила чија завршна страна по правцу, смјеру и величини(у истој размјери) представља резултанту система сила.

Положај нападне линије резултанте одредићемо помоћу верижног полигона. Усвојимо неку произвољну тачку P коју ћемо назвати полом и из ње повлачимо зраке кроз почетак и крај сваке силе на претходно нацртаном полигону сила. Затим усвојимо неку произвољну тачку A и из ње повлачимо страну AB паралелну првом зраку. Из тачке B, односно тачке у којој се пресјеку паралелна права и прва сила, повлачимо праву паралелну другом зраку до тачке C, односно пресјека друге паралелне праве и друге силе. Поступак понављамо до последњег зрака са полигона сила. У пресјеку прве и последње стране овог полигона, који називамо верижни полигон, налази се тачка коју ћемо означити са R и која представља тачку нападне линије резултанте, у коју треба паралелно завршној страни полигона, пренјети резултанту.

На овај је начин резултанта произвољног система сила одређена: величином, правцем и смјером (полигоном сила) и положајем – нападном линијом (верижним полигоном).

Примјер 2:

За дату круту плочу одредити положај резултанте R система паралелних сила као и редукциони момент и редукциону резултанту тих сила у односу на тачку A. Задатак рјешити аналитички и графички.



аналитичко рјешење:

$R = P_1 + P_2 = 40 + 30 = 70kN$

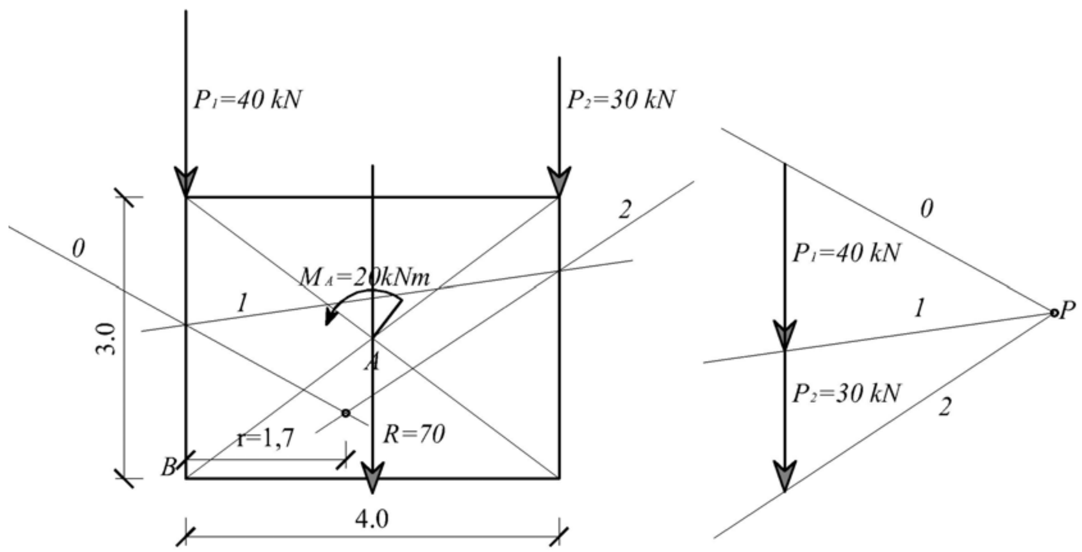
$M_B = R \bullet r = P_1 \bullet 0 + P_2 \bullet 4$

$70r = 120$

$r = \dfrac{120}{70} = 1,7m$

претпоставимо да момент око тачке А обрће у смјеру супротном казаљки на сату:

$M_A = P_1 \bullet r_1 - P_2 \bullet r_2 = 40 \bullet 2 - 30 \bullet 2 = 80 - 60 = 20kNm$



Као и код аналитичког поступка можемо и помоћу полигона сила и верижног полигона установити на шта се своди раван систем сила. Као што је претходно наведено, разликоваћемо 4 случаја:

a) $\vec{R} \neq 0; \vec{M} \neq 0$ - полигон сила отворен и верижни полигон отворен

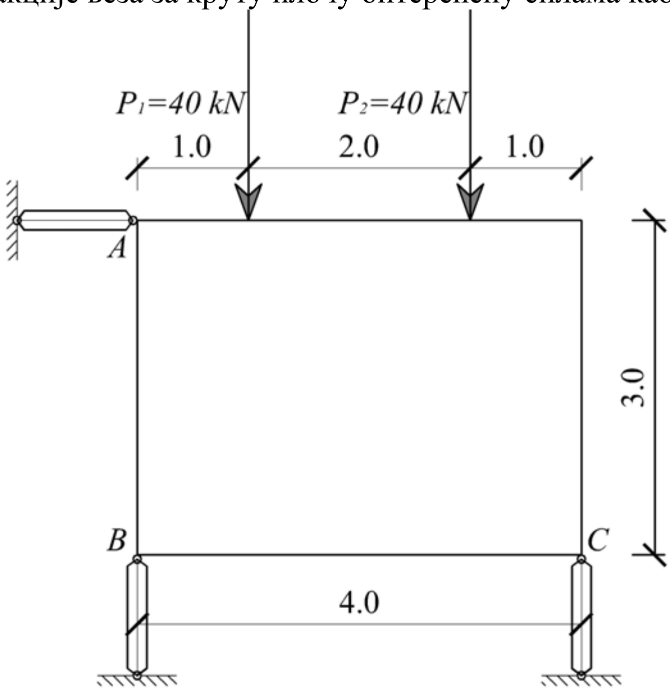
b) $\vec{R} \neq 0; \vec{M} = 0$ - полигон сила отворен, верижни полигон затворен

c) $\vec{R} = 0; \vec{M} \neq 0$ - полигон сила затворен, верижни полигон отворен

d) $\vec{R} = 0; \vec{M} = 0$ - полигон сила затворен, верижни полигон затворен

Примјер 3:

Одредити реакције веза за круту плочу оптерећену силама као на скици:



Да би тјело било у равнотежи потребно је да је:

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{2} \vec{P}_i + \sum_{j=1}^{3} \vec{R}_j = 0$$

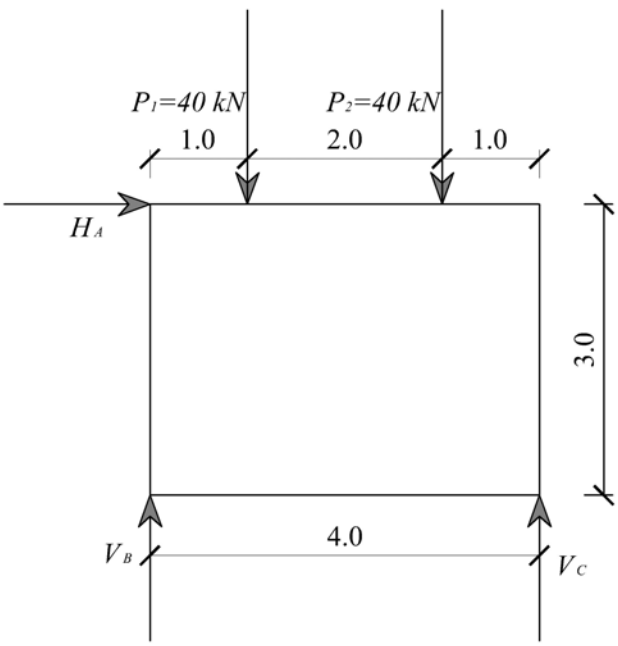
$$\vec{M}_0\left(\vec{P}_i, \vec{R}_j\right) = 0$$

односно:

$$\sum H_i = 0$$

$$\sum V_i = 0$$

$$\sum M_0 = 0$$



сума хоризонталних сила је једнака нули:

$\sum H_i = 0:$

$H_a = 0$

сума вертикалних сила је једнака нули:

$\sum V_i = 0:$

$V_b + V_c - 40 - 40 = 0$

$V_b + V_c = 80kN$

сума момената око ма које тачке је једнака нули:

$\sum M_B = 0:$

$\sum M_B = 4 \bullet V_c - 40 \bullet 1 - 40 \bullet 3 = 0$

$4 \bullet V_c = 160$

$V_c = 40kN$

$V_c = 40kN$

$V_B = 80 - V_c = 40kN$