

(1) Napon smicanja u zidu preseka koji je izložen momentu čiste torzije (*pure torsional moment*) može da se sračuna prema izrazu:

$$\tau_{t,i} \cdot t_{ef,i} = \frac{T_{Ed}}{2 A_k} \quad (6.26)$$

Sila smicanja  $V_{Ed,i}$  u zidu  $i$  od torzije data je izrazom:

$$V_{Ed,i} = \tau_{t,i} \cdot t_{ef,i} z_i \quad (6.27)$$

gde je:

$T_{Ed}$  proračunski momenat torzije (videti sliku 6.11)

$A_k$  površina zatvorena središnjim linijama obimnih zidova, uključujući i površine unutrašnjih otvora

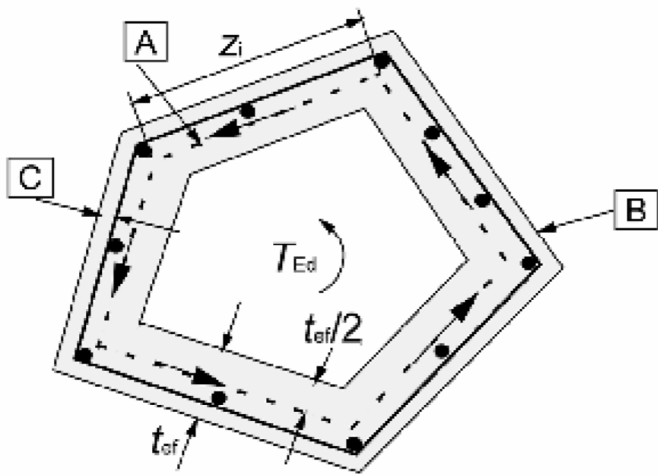
$\tau_{t,i}$  napon smicanja od torzije u zidu  $i$

$t_{ef,i}$  efektivna debljina zida. Može da se uzme da je jednaka  $A/u$ , ali ne treba da je manja od dvostrukog rastojanja između spojašnje ivice i težišta podužne armature. Za preseke sa otvorima gornja granica je stvarna debljina zida

$A$  ukupna površina poprečnog preseka unutar spoljašnjeg obima, uključujući i površine unutrašnjih otvora

$u$  spoljašnji obim poprečnog preseka

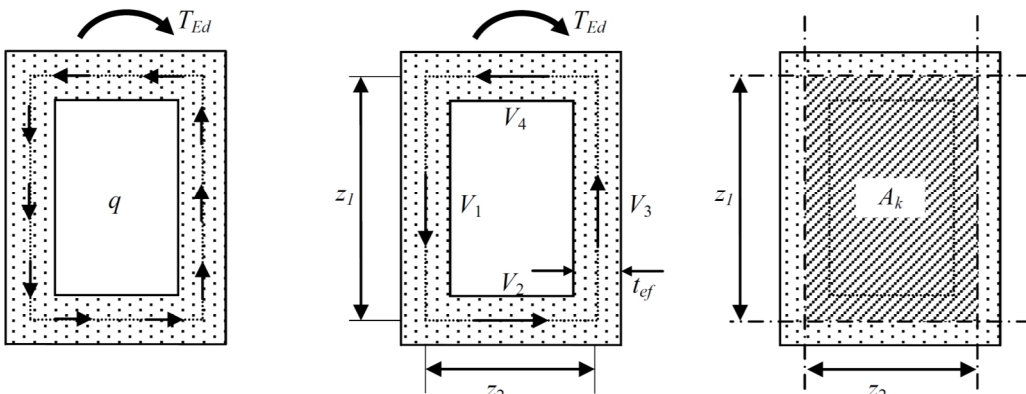
$z_i$  dužina zida  $i$  u poprečnom preseku, definisana rastojanjem između presečnih tačaka središnjih linija susednih zidova.



**A** - Centre-line  
središnja linija

**B** - Outer edge of  
effective cross-section,  
circumference  $u$   
spoljašnja ivica  
stvarnog poprečnog  
preseka, obim  $u$

**C** - Cover  
zaštitni sloj

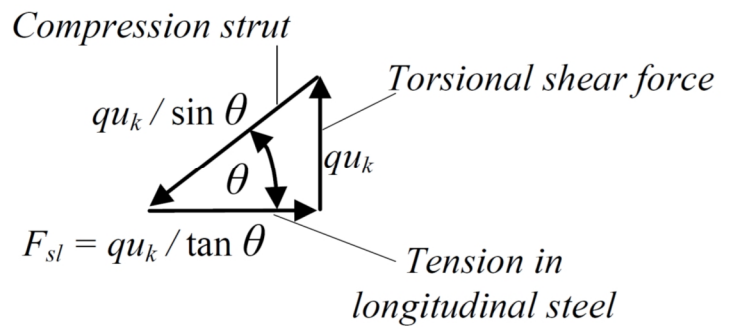
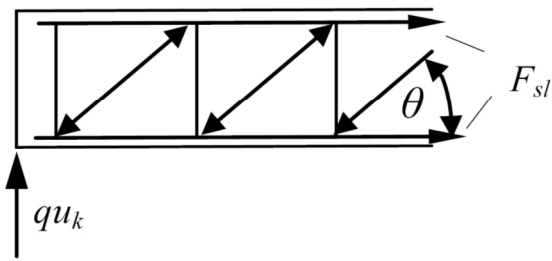
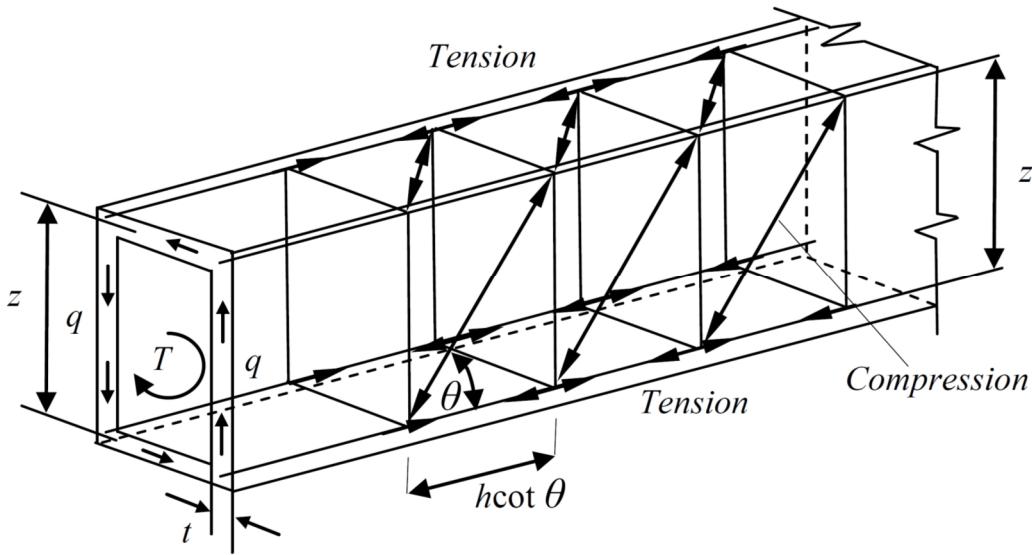


$$V_1 = V_3 = q \cdot z_1$$

$$V_2 = V_4 = q \cdot z_2$$

$$T = \sum(q_i \cdot l_i \cdot e_i) = q(2 \frac{z_1}{2} z_2 + 2 z_1 \frac{z_2}{2}) = q(z_1 z_2 + z_2 z_1) = 2q A_k$$

$$q = \frac{T}{2 A_k}$$

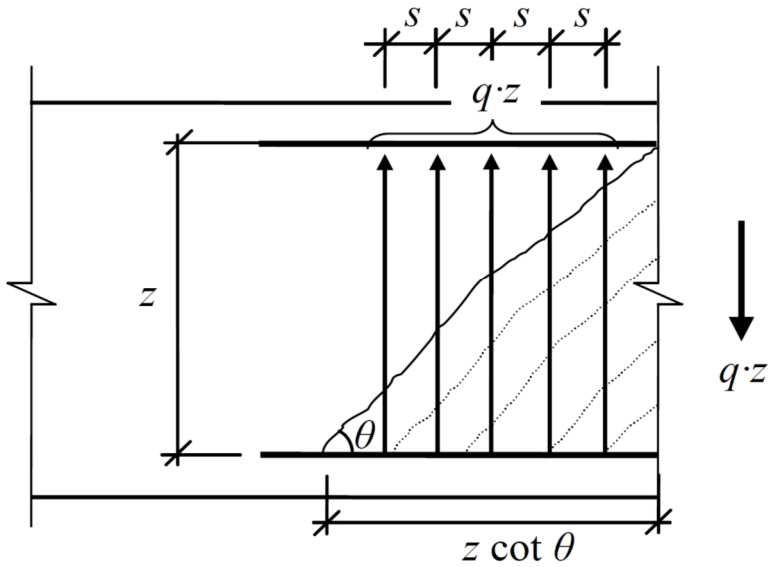
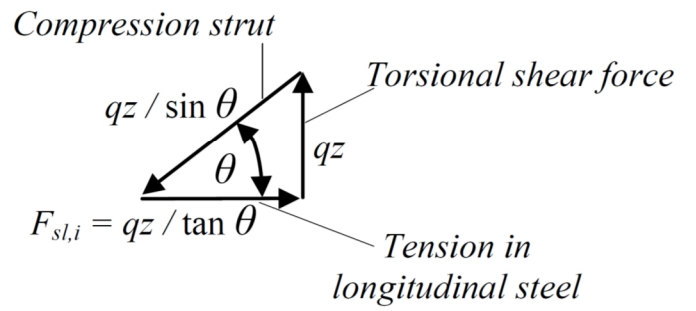
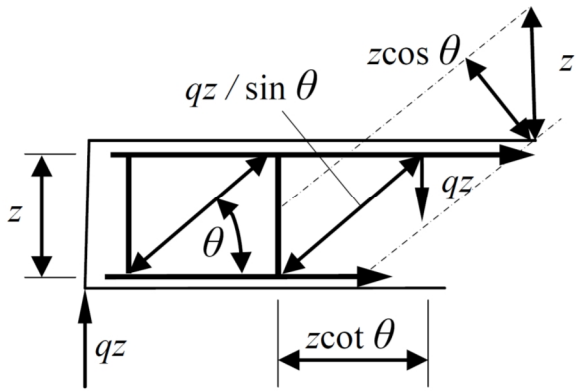


$$F_{sl} = \frac{qu_k}{\tan \theta} \quad F_{sl} = \frac{T u_k}{2 A_k \tan \theta}$$

$$F_{sl} = A_{sl} f_{yd}$$

$f_{yd}$  design yield strength of reinforcement

$$A_{sl} f_{yd} = \frac{T u_k}{2 A_k \tan \theta} = \frac{T u_k \cot \theta}{2 A_k} \quad \frac{A_{sl} f_{yd}}{u_k} = \frac{T_{Ed} \cot \theta}{2 A_k}$$



$$n = \frac{z \cot \theta}{s} \quad n A_{sw,i} f_{yd} = qz$$

$$A_{sw,i} f_{yd} \frac{z \cot \theta}{s} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} z \quad \frac{A_{sw,i}}{s} = \frac{T_{Ed}}{2A_k f_{yd} \cot \theta}$$

$$V_{Ed,i} = \tau_{t,i} t_{ef,i} z_i = \frac{T_{Ed}}{2A_k} z_i \quad \frac{T_{Ed}}{2A_k} z_i = \frac{A_{sw}}{s} z_i f_{yd} \cot \theta$$

# Proračun preseka za granične uticaje momenata torzije $T_{Ed}$

## TEORIJSKE OSNOVE

a)  $T_{Ed} \leq T_{c,Rd}$  - beton ima dovoljnu nosivost na torziju i nisu potrebne ni poprečna ni podužna proračunska armatura (usvaja se samo konstruktivna armatura)

b)  $T_{c,Rd} < T_{Ed} \leq \min(T_{sw,Rd}, T_{sl,Rd})$  - potrebno je sračunati poprečnu i podužnu armaturu za momenata torzije kojima se poverava deo momenta

c)  $T_{Ed} \leq T_{Rd,max}$  - uslov koji uvek mora biti zadovoljen

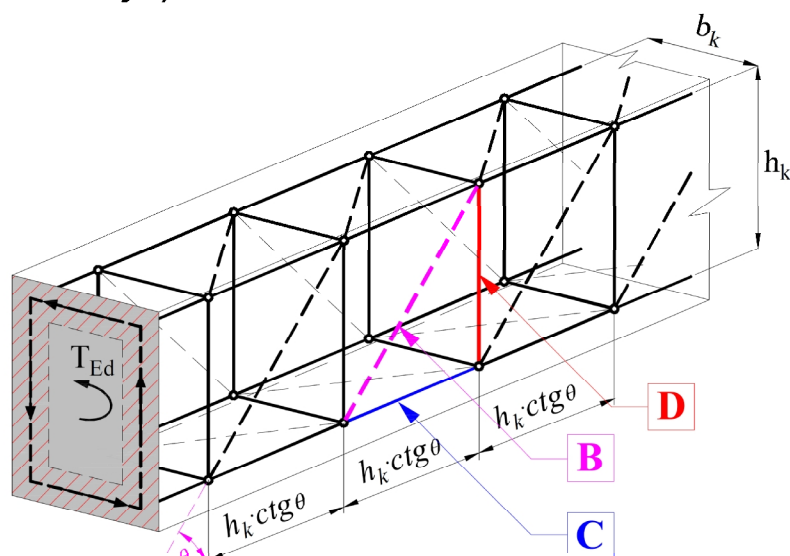
$T_{c,Rd}$  - proračunska nosivost elementa pri smicanju bez armature za smicanje

$T_{sw,Rd}$  - proračunska vrednost momenta torzije koju može da prihvati poprečna armatura

$T_{sl,Rd}$  - proračunska vrednost momenta torzije koju može da prihvati podužna armatura

$T_{Rd,max}$  - proračunska vrednost maksimalnog momenta torzije smicanja koju element može da prihvati

Proračun elemenata u kojima je potrebna proračunska **POPREČNA** i **PODUŽNA** armatura za prihvatanje torzije (glavnih napona zatezanja) zasniva se na **MODELU PROSTORNE REŠETKE**



**B** - pritisnuta dijagonala (pritisnuti betonski štap)

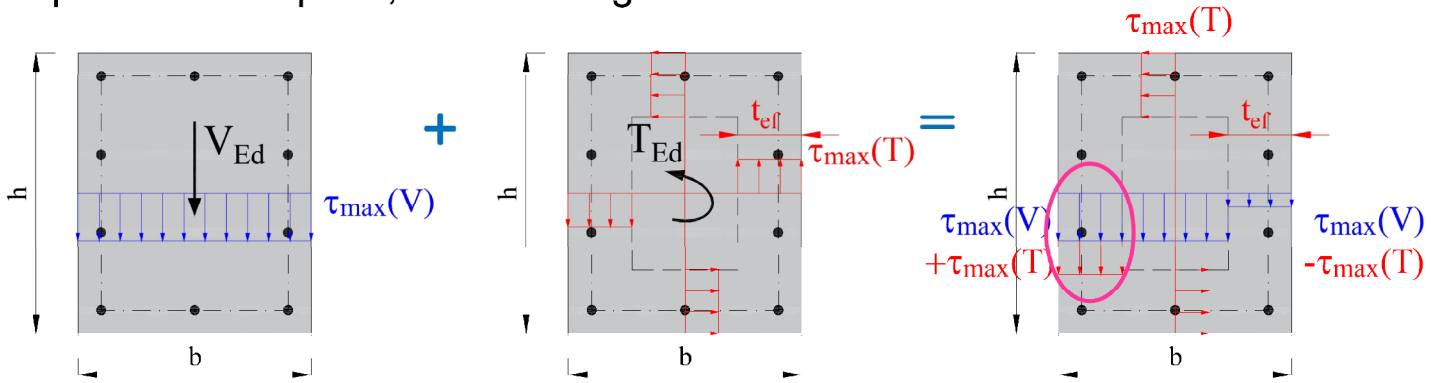
**C** - zategnuti pojas (podužna armatura)

**D** - zategnuta vertikala (poprečna armatura- uzengije)

$\alpha$  – ugao između armature za smicanje i podužne ose grede ( $\alpha = 90^\circ$ )

$\theta$  – ugao između pritisnute betonske dijagonale i podužne ose grede ( $22^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ )

Uticaje torzije i smicanja je moguće superponirati, pretpostavljajući isti nagib pritisnutih štapova, definisan uglom  $\theta$



Maksimalna nosivost elementa nije prekoračena ako je zadovoljen uslov:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \leq 1.0$$

$T_{Rd,max}$  i  $V_{Rd,max}$  su maksimalne nosivosti na dejstvo momenata torzije odnosno transverzalnih sila, respektivno

Ukoliko je zadovoljen sledeći uslov:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{c,Rd}} + \frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} \leq 1.0$$

presek je potrebno armirati samo minimalnom (propisanom) armaturom.

Ako prethodni uslov nije zadovoljen, neophodno je računski odrediti potrebnu površinu poprečne i podužne armature

Ukupna površina poprečne armature  $A_{sw}$  jednaka je zbiru potrebnih površina koje su sračunate za prihvatanja uticaja torzije  $A_{sw}(T)$  i uticaja smicanja  $A_{sw}(V)$ :

$$\frac{A_{sw}}{S_w} = \frac{A_{sw,T}}{S_{w,T}} + \frac{A_{sw,V}}{S_{w,V}} \left\{ \begin{array}{l} \frac{A_{sw,T}}{S_{w,T}} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot f_{yd}} \cdot \operatorname{tg} \theta, \quad A_{sw,T} = a_{sw,T}^{(1)} \\ \frac{A_{sw,V}}{S_{w,V}} = \frac{V_{Ed}}{f_{yd} \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{1}{z \cdot (\operatorname{ctg} \theta + \operatorname{ctg} \alpha)}, \quad A_{sw,V} = m \cdot a_{sw,V}^{(1)} \\ (m = 2, 4, \dots) \end{array} \right.$$

*Dimenzionisati gredni nosač pravougaonog poprečnog preseka ( $b/h=50/60\text{cm}$ ), koji je opterećen momentima torzije  $T_g$  i  $T_q$  usled dejstva stalnog odnosno povremenog opterećenja.*

C30/37 B500B XC1

C30/37  $f_{cd} = 0.85 \cdot 30 / 1.5 = 17 \text{MPa} = 1.7 \text{ kN/cm}^2$

B500 B  $f_{yd} = 500 / 1.15 = 435 \text{ Mpa} = 43.5 \text{ kN/cm}^2$

1. Proračunske vrednosti uticaja:

Koeficijenti sigurnosti:  $\gamma_G = 1.35, \gamma_Q = 1.5$

$T_{Ed} = \gamma_G \cdot T_g + \gamma_Q \cdot T_q = 1.35 \cdot 50 + 1.5 \cdot 40 = 127.5 \text{ kNm}$

2. Karakteristike ekvivalentnog tankozidnog preseka:

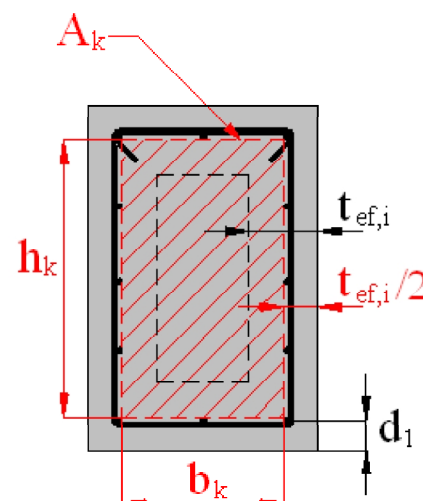
$$t_{ef} = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{A}{u} = \frac{b \cdot h}{2 \cdot (b + h)} = \frac{50 \cdot 60}{2 \cdot (50 + 60)} = \underline{\underline{13.64 \text{ cm}}} \\ 2 \cdot d_1 = 2 \cdot 5 = 10.0 \text{ cm} \end{array} \right.$$

$b_k = b - 2 \cdot t_{ef} / 2 = 50 - 2 \cdot 13.636 / 2 = 36.36 \text{ cm}$

$h_k = h - 2 \cdot t_{ef} / 2 = 60 - 2 \cdot 13.636 / 2 = 46.36 \text{ cm}$

$A_k = b_k \cdot h_k = 36.36 \cdot 46.36 = 1685.65 \text{ cm}^2$

$u_k = 2 \cdot (b_k + h_k) = 2 \cdot (36.36 + 46.36) = 165.44 \text{ cm}$



### 3. Sračunavanje momenta torzije pri nastanku prslina, $T_{c,Rd}$

$$T_{c,Rd} = f_{ctd} \cdot 2 \cdot A_k \cdot t_{ef} = 0.133 \cdot 2 \cdot 1685.65 \cdot 13.64 \cdot 10^{-2} = 61.16 \text{ kNm}$$

$$f_{ctd} = \frac{\alpha_{ct} \cdot f_{ctk,0.05}}{\gamma_c} = \frac{1.0 \cdot 2.0}{1.5} = 1.33 \text{ MPa} = 0.133 \text{ kN/cm}^2$$

TABLICA SA SVOJSTVIMA BETONA  
/ Vidi vežbe 1V /

$$T_{Ed} = 127.5 \text{ kNm} > T_{c,Rd} = 61.16 \text{ kNm} \quad \rightarrow \quad \text{Potrebna je računaska poprečna i podužna armatura !}$$

### 4. Maksimalni moment torzije koji presek može da prihvati:

$$T_{Rd,max} = 2 \cdot A_k \cdot \alpha_{cw} \cdot v \cdot f_{cd} \cdot t_{ef,i} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$\alpha_{cw} = 1.0, \quad v = 0.6 \cdot (1 - 30/250) = 0.528, \quad \theta = 45^\circ$$

$$T_{Rd,max} = 2 \cdot 1685.65 \cdot 1.0 \cdot 0.528 \cdot 1.7 \cdot 13.64 \cdot \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ \cdot 10^{-2} = 206.38 \text{ kNm}$$

$$T_{Ed} = 127.5 \text{ kNm} < T_{Rd,max} = 206.38 \text{ kNm}$$

	KLASE ČVRSTOĆE BETONA														
$f_{ck}$	MPa	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
$f_{ck,cube}$	MPa	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
$f_{cm}$	MPa	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98
$f_{ct,m}$	MPa	1.6	1.9	2.2	2.6	2.9	3.2	3.5	3.8	4.1	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0
$f_{ctk,0.05}$	MPa	1.1	1.3	1.5	1.8	2.0	2.2	2.5	2.7	2.9	3.0	3.1	3.2	3.4	3.5
$f_{ctk,0.95}$	MPa	2.0	2.5	2.9	3.3	3.8	4.2	4.6	4.9	5.3	5.5	5.7	6.0	6.3	6.6
$E_{cm}$	GPa	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44
$\epsilon_{c1}$	‰	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.25	2.3	2.4	2.45	2.5	2.6	2.7	2.8	2.8
$\epsilon_{cu1}$	‰	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.2	3.0	2.8	2.8
$\epsilon_{c2}$	‰	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
$\epsilon_{cu2}$	‰	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.1	2.9	2.7	2.6	2.6
$n$		2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	1.75	1.6	1.45	1.4	1.4
$\epsilon_{c3}$	‰	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.8	1.9	2.0	2.2	2.3
$\epsilon_{cu3}$	‰	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.1	2.9	2.7	2.6	2.6

5. Minimalna propisana površina poprečne armature:

$$\rho_{w,\min} = 0.08 \sqrt{f_{ck}} / f_{yk} = 0.08 \sqrt{30} / 500 = 0.000876$$

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s_w \cdot b \cdot \sin \alpha} = \rho_{w,\min} \Rightarrow \left( \frac{a_{sw}^{(1)}}{s_w} \right)_{\min} = \frac{1}{m} \cdot \rho_{w,\min} \cdot b \cdot \sin \alpha$$

$$\left( \frac{a_{sw}^{(1)}}{s_w} \right)_{\min} = \frac{1}{1} \cdot 0.000876 \cdot 50 \cdot \sin 90^\circ = 0.0438$$

6. Potrebna **površina jednog profila poprečne armature**

(uzengija) za prihvatanje momenta torzije jednaka je (za  $\theta = 45^\circ$ ):

$$\frac{a_{sw}}{s_w} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot f_{ywd} \cdot \operatorname{ctg} \theta} = \frac{127.5 \cdot 10^2}{2 \cdot 1685.65 \cdot 43.478 \cdot \operatorname{ctg} 45^\circ} = 0.087 > \left( \frac{a_{sw}^{(1)}}{s_w} \right)_{\min}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{U}\emptyset 8 \Rightarrow s_w = \frac{0.503}{0.087} = 5.78 \text{ cm} \\ \text{U}\emptyset 10 \Rightarrow s_w = \frac{0.785}{0.087} = 9.03 \text{ cm} \\ \text{U}\emptyset 12 \Rightarrow s_w = \frac{1.13}{0.087} = 12.99 \text{ cm} \end{array} \right\} \text{Usvojeno: U}\emptyset 10/7,5 \text{ (10,5 cm}^2/\text{m)}$$

7. Ukupna **površina podužne armature** potrebne za prihvatanje momenata torzije (za  $\theta = 45^\circ$ ), jednaka je:

$$A_{sl} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot f_{yd}} \cdot u_k \cdot \operatorname{ctg} \theta = \frac{127.5 \cdot 10^2}{2 \cdot 1685.65 \cdot 43.478} \cdot 165.44 \cdot \operatorname{ctg} 45^\circ = 14.39 \text{ cm}^2$$

**Usvojeno: 14\emptyset 12 (15.8 cm<sup>2</sup>)**

**Varijantno rešenje:** Umesto usvajanja, nagib pritisnute dijagonale  $\theta$  računa se iz uslova:

$$T_{Rd,\max} = T_{Ed}$$

$$T_{Rd,\max} = 2 \cdot A_k \cdot \alpha_{cw} \cdot v \cdot f_{cd} \cdot t_{ef,i} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta = T_{Ed}$$

$$\theta = \frac{1}{2} \cdot \arcsin \frac{T_{Ed}}{A_k \cdot \alpha_{cw} \cdot v \cdot f_{cd} \cdot t_{ef}} = \frac{1}{2} \cdot \arcsin \frac{127.5}{16851 \cdot 1 \cdot 0.528 \cdot 1.7 \cdot 13.64 \cdot 10^{-2}} = 19.1^\circ < 21.8^\circ$$



$$\theta = \theta_{\min} = 21.8^\circ$$

$$\operatorname{ctg} \theta = 2.5 \quad \operatorname{tg} \theta = 0.4$$



6a. Potrebna **površina jednog profila poprečne armature** (uzengija) za prihvatanje momenta torzije jednaka je (za  $\theta = 21,8^\circ$ ):

$$\frac{a_{sw}}{s_w} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot f_{ywd} \cdot \text{ctg}\theta} = \frac{127.5 \cdot 10^2}{2 \cdot 1685.65 \cdot 43.5 \cdot 2.5} = \underline{0.035 < 0.0438} = \left( \frac{a_{sw}^{(1)}}{s_w} \right)_{\min}$$

Usvaja se minimalni procenat armiranja uzengijama, tj.  $\left( \frac{a_{sw}^{(1)}}{s_w} \right)_{\min} = 0.0438$

$$\left\{ \begin{array}{l} U\emptyset 8 \Rightarrow s_w = \frac{0.503}{0.0438} = 11.5 \text{ cm} \\ U\emptyset 10 \Rightarrow s_w = \frac{0.785}{0.0438} = 17.9 \text{ cm} \\ U\emptyset 12 \Rightarrow s_w = \frac{1.13}{0.0438} = 25.8 \text{ cm} \end{array} \right\} \quad \text{Usvojeno: } U\emptyset 10/15 \text{ (5,23 cm}^2\text{/m)}$$

7a. Ukupna **površina podužne armature** potrebne za prihvatanje momenata torzije (za  $\theta = 21,8^\circ$ ), jednaka je:

$$A_{sl} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot f_{yd}} \cdot u_k \cdot \text{ctg}\theta = \frac{127.5 \cdot 10^2}{2 \cdot 1685.65 \cdot 43.5} \cdot 165.44 \cdot 2.5 = 36 \text{ cm}^2 \quad \text{Usvojeno: } 12\emptyset 20 \text{ (37,7 cm}^2\text{)}$$

**Varijantno rešenje:** usvajanje nagiba pritisnute dijagonale  $\theta$  u oblasti:

$$21.8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$$

Usvojanje ugla  $\theta$ :  **$\theta = 35^\circ$**

$$\frac{a_{sw}}{s_w} = \frac{127.5 \cdot 10^2}{2 \cdot 1685.65 \cdot 43.5 \cdot \text{ctg}35^\circ} = 0.0609$$

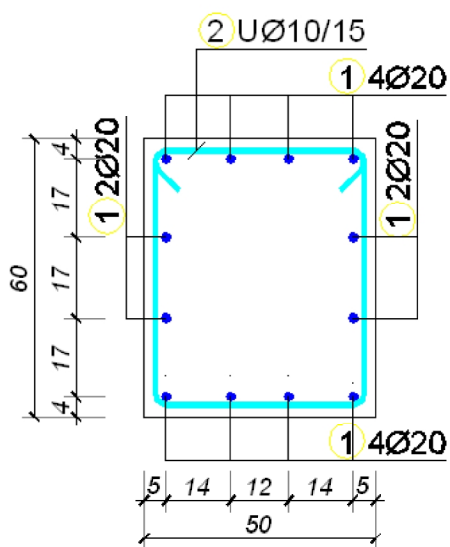
6b.  Usvojeno:  **$U\emptyset 10/12,5$  (6,28 cm<sup>2</sup>/m)**

$$7b. \quad A_{sl} = \frac{127.5 \cdot 10^2}{2 \cdot 1685.65 \cdot 43.478} \cdot 165.44 \cdot \text{ctg}35^\circ = 20.55 \text{ cm}^2$$

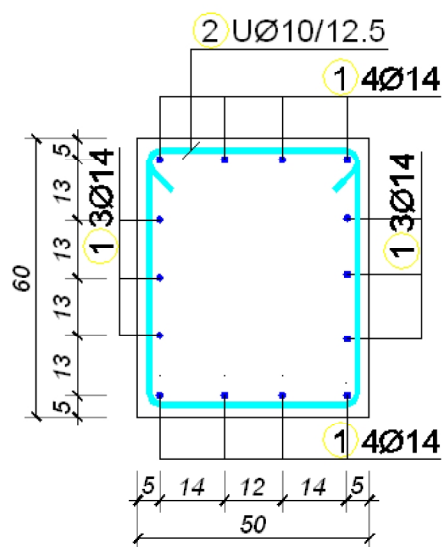
**Usvojeno:  $14\emptyset 14$  (21,56 cm<sup>2</sup>)**

# Poprečni preseči:

$\theta = 21,8^\circ$



$\theta = 35^\circ$



$\theta = 45^\circ$

