

PRORAČUN PRESJEČNIH SILA

- **TEORIJA I REDA:** nosivost elementa ne zavisi o njegovoj deformabilnosti.

Ravnoteža sila se uspostavlja na nedeformisanom sistemu i proračunavaju se slijedeće sile:

$$\begin{aligned} N_{sd}^I &= 1,35 \cdot N_g + 1,5 \cdot N_q \\ M_{sd}^I &= 1,35 \cdot M_g + 1,5 \cdot M_q \end{aligned}$$

- **TEORIJA II REDA:** nosivost elementa zavisi o njegovoj deformabilnosti (izvijanje). Vitkost λ je mjera izvijanja.

Ravnoteža sila se uspostavlja na deformisanom sistemu i proračunavaju se slijedeće sile:

$$N_{sd}^{II} = ? \quad \text{i} \quad M_{sd}^{II} = ?$$

- **U pravilu ako je $M_{sd}^{II} \geq 1,10 M_{sd}^I$ treba računati s M_{sd}^{II} .**

KONTROLA VITKOSTI ELEMENTA

- a) **Ako je vitkost:**

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{l_0}{\sqrt{\frac{I}{A}}} \leq \lambda_{crit} \quad \lambda_{crit} = 25 \left(2 - \frac{e_{01}}{e_{02}} \right)$$

gdje je:

λ – vitkost

l_0 – dužina izvijanja

i – poluprečnik inercije u “slabijem” smjeru presjeka stuba

e_{01} i e_{02} – ekscentričnosti uzdužne sile pritiska na krajevima elementa

Za pravougaoni presjek:

$$I = b \cdot h^3 / 12$$

$$A = b \cdot h$$

$$i = 0,289 \cdot h$$

RAČUNAMO PO TEORIJI 1. REDA!
(klasični statički proračun)

- b) **Ako je vitkost :**

$$140 \geq \lambda > \lambda_{crit}$$

RAČUNAMO PO TEORIJI 2. REDA!

(najčešće koristimo pojednostavljeni postupak proračuna)

GRANIČNO STANJE NOSIVOSTI UZROKOVANO DEFORMISANJEM

POJEDNOSTAVLJENI POSTUPAK PRORAČUNA

Ukupna ekscentričnost za elemente s konstantnim poprečnim presjekom i armaturom, u kritičnom presjeku iznosi:

$$e_{\text{tot}} = e_0 + e_a + e_2$$

gdje je:

e_0 – ekscentričnost prema teoriji I reda

$$e_0 = M_{sd}^I / N_{sd}$$

M_{sd}^I – proračunski moment savijanja prema teoriji I reda

N_{sd} – proračunska uzdužna sila

e_a – dodatna ekscentričnost (zbog imperfekcija)

$$e_a = v \cdot l_0 / 2$$

$l_0 = \beta \cdot l_{\text{col}}$ - dužina izvijanja

$$v = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{h_{\text{tot}}}} \geq v_{\text{min}} \quad \text{- ugao nagiba konstrukcije prema vertikali}$$

gdje je:

β – koeficijent izvijanja (iz nomograma)

l_{col} – stvarna dužina stuba

h_{tot} – ukupna visina građevine (**u metrima**)

Za v_{min} treba uzeti:

$v_{\text{min}} = 1/400$ (pridržani sistemi)

$v_{\text{min}} = 1/200$ (nepridržani sistemi)

e_2 – ekscentričnost zbog deformisanja sistema - odgovara teoriji II reda

$$e_2 = 0,1 \cdot K_1 \cdot l_0^2 \cdot (1/r)$$

gdje je:

l_0 – dužina izvijanja

K_1 – korekcijski faktor

za $15 \leq \lambda \leq 35$ $K_1 = \frac{\lambda}{20} - 0,75$

za $\lambda > 35$ $K_1 = 1$

$1/r$ – zakrivljenost

$$\frac{1}{r} = 2 \cdot K_2 \cdot \frac{\varepsilon_{yd}}{0,9 \cdot d}$$

$K_2 \leq 1$ – koeficijent kojim se uzima u obzir smanjenje zakrivljenosti $1/r$
(uzmemo li $K_2 = 1$ biti će to na strani sigurnosti)

$\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E_s$ – proračunska relativna deformacija čelika pri proračunskoj granici popuštanja

d – statička visina presjeka u očekivanom smjeru otkazivanja stabilnosti

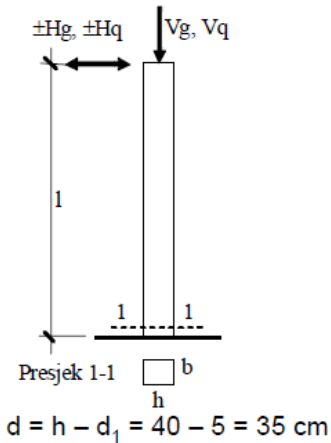
Proračunske presj. sile N_{sd}^{II} i M_{sd}^{II} na deformisanom sistemu (proračunate prema približnom postupku proračuna), odnosno nivo sile za dimenzionisanje elementa čije je granično stanje nosivosti uzrokovano deformisanjem:

$$N_{sd}^{II} = N_{sd}^I$$

$$M_{sd}^{II} = N_{sd}^I \cdot e_{tot}$$

ZADATAK 1.

Potrebno je dimenzionisati ab. stup visine $l = 4,0$ m, dimenzija $b=30$ cm, $h=40$ cm. Udaljenost težišta armature od ruba betonskog presjeka $d_1 = d_2 = 5$ cm. Stup je izrađen iz betona razreda C 25/30, armiran s B 500B. Zadane su presječne sile u "presjeku 1-1": $N_g = 150$ kN, $N_q = 170$ kN, te $M_g = \pm 36$ kNm, $M_q = \pm 54$ kNm.

**materijal:**

beton: C 25/30; $f_{ck} = 25,0$ MPa

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma'_c} = \frac{25,0}{1,5} = 16,67 \text{ MPa}$$

armatura: B 500B; $f_{yk} = 500,0$ MPa

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500,0}{1,15} = 434,8 \text{ MPa}$$

$$\begin{aligned} \text{MPa} &= \text{MN/m}^2 = 10^6 \text{ Pa} = \\ &= 1000/100 \cdot 100 \text{ kN/cm}^2 \\ &= 1/10 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

Proračunske sile po "Teoriji I reda":

$$N_{Sd}^I = \gamma_g \cdot N_g + \gamma_q \cdot N_q = 1,35 \cdot 150,0 + 1,5 \cdot 170,0 = 457,5 \text{ kN}$$

$$M_{Sd}^I = \gamma_g \cdot M_g + \gamma_q \cdot M_q = 1,35 \cdot 36,0 + 1,5 \cdot 54,0 = 129,6 \text{ kNm}$$

Dužina izvijanja:

$$l_0 = \beta \cdot l_{col} = 2 \cdot l_{col} = 2 \cdot 400 = 800 \text{ cm} \quad (\beta = 2,0 - \text{za konzolni stup})$$

Vitkost:

$$\lambda = \frac{l_0}{i} \leq \lambda_{crit}$$

$$\lambda_{crit} = 25 \cdot \left(2 - \frac{e_{01}}{e_{02}} \right) = 25$$

Za pravougaoni poprečni presjek:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{b \cdot h}} = \sqrt{\frac{h^2}{12}} = \sqrt{\frac{1}{12}} \cdot h = 0,289 \cdot h$$

↑
poluprečnik inercije

$$\lambda = \frac{800}{0,289 \cdot 40} = 69,2 > \lambda_{crit} = 25 \quad (\text{potreban proračun po "Teoriji II reda"})$$

Proračunske sile po "Teoriji II reda" (približni postupak):

$$N_{sd}^{II} = N_{sd}^I$$

$$M_{sd}^{II} = N_{sd}^I \cdot e_{tot}$$

- **Ukupna ekscentričnost:**

$$e_{tot} = e_0 + e_a + e_2$$

- **Ekscentričnost po "Teoriji I reda":**

$$e_0 = M_{sd}^I / N_{sd}^I = 12960 / 457,5 = 28,32 \text{ cm}$$

- **Ekscentričnost zbog imperfekcija:**

$$e_a = v \cdot l_0 / 2$$

Ugao nagiba stupa prema vertikali:

$$v = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{h_{tot}}} \geq v_{min} \Rightarrow \frac{1}{100 \cdot \sqrt{4,0}} = 0,005 \geq v_{min}$$

h_{tot} = ukupna visina u [m]

$$v_{min} = 1/200 = 0,005 \quad (\text{za nepridržane sisteme})$$

$$v = v_{min} = 0,005$$

$$e_a = v \cdot l_0 / 2 = 0,005 \cdot 800 / 2 = 2,00 \text{ cm}$$

- *Dodatna ekscentričnost prema "Teoriji II reda":*

$$e_2 = 0,1 \cdot k_1 \cdot I_0^2 \cdot (1/r)$$

gdje je:

k_1 – korekcijski faktor; za $\lambda > 35 \Rightarrow k_1 = 1$

$1/r$ – zakrivljenost; $1/r = 2 \cdot k_2 \cdot \varepsilon_{yd} / (0,9 \cdot d)$

- koeficijent kojim se uzima u obzir smanjenje zakrivljenosti $1/r$, $k_2 \leq 1$

odaberemo: $k_2 = 1 \Rightarrow$ na strani sigurnosti

- proračunska deformacija armature pri proračunskoj granici popuštanja čelika:

$$\varepsilon_{yd} = f_{yd} / E_s = 434,8 / 200000 = 0,002174$$

- statička visina presjeka u očekivanom smjeru otkazivanja stabilnosti: $d = 35$ cm

$$1/r = 2 \cdot k_2 \cdot \varepsilon_{yd} / (0,9 \cdot d) = 2 \cdot 1,0 \cdot 0,002174 / (0,9 \cdot 35) = 0,000138 \text{ 1/cm}$$

$$e_2 = 0,1 \cdot k_1 \cdot I_0^2 \cdot (1/r) = 0,1 \cdot 1,0 \cdot 800^2 \cdot 0,000138 = 8,83 \text{ cm}$$

- *Ukupna ekscentričnost:*

$$e_{\text{tot}} = e_0 + e_a + e_2 = 28,32 + 2,00 + 8,83 = 39,15 \text{ cm} = 0,3915 \text{ m}$$

- *Proračunske sile po "Teoriji II reda":*

$$N_{Sd}^{II} = N_{Sd}^I = 457,5 \text{ kN}$$

$$M_{Sd}^{II} = N_{Sd}^I \cdot e_{\text{tot}} = 457,5 \cdot 0,3915 = 179,11 \text{ kNm}$$

- *Kontrola omjera proračunskih momenata savijanja:*

$$\frac{M_{Sd}^{II}}{M_{Sd}^I} = \frac{179,11}{129,6} = 1,38$$

S obzirom da je $M_{Sd}^{II} > 1,10 M_{Sd}^I$, stup trebamo dimenzionisati na proračunske sile N_{Sd}^{II} i M_{Sd}^{II} , (ekscentrični tlak - koristimo dijagrame interakcije).

Dijagram interakcije (za $\beta = 1,0$ – simetrična armatura)

- Bezdimenzijska veličina uzdužne sile v_{sd} :

$$v_{sd} = \frac{N_{sd}^{II}}{b \cdot h \cdot f_{od}} = \frac{457,5}{30 \cdot 40 \cdot 1,67} = 0,228$$

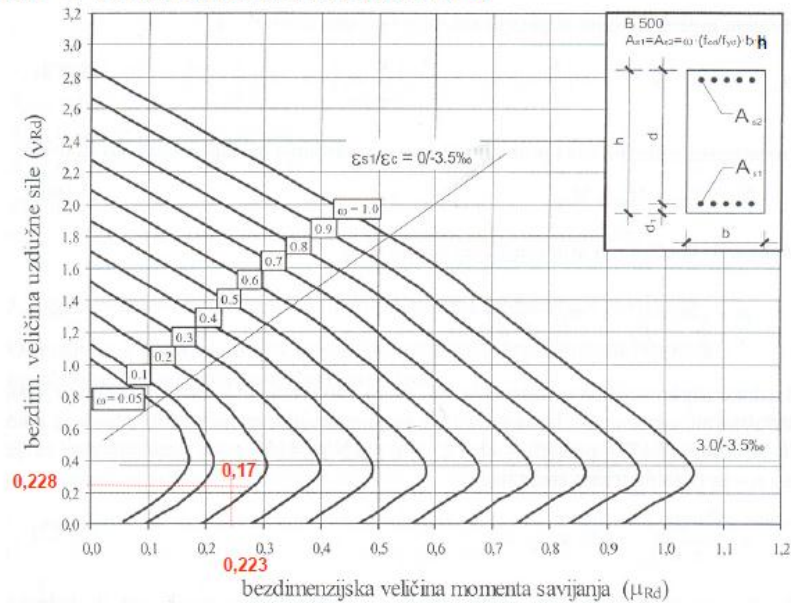
- Bezdimenzijska veličina momenta savijanja μ_{sd} :

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}^{II}}{b \cdot h^2 \cdot f_{od}} = \frac{17911}{30 \cdot 40^2 \cdot 1,67} = 0,223$$

⇒ iz dijagrama interakcije za proračunate vrijednosti $v_{sd} = 0,228$ i $\mu_{sd} = 0,223$

⇒ očita se ω

- Iz dijagrama interakcije (pretpostavka: simetrična armatura tj. $\beta=1,0$; čelik B 500) odabire se mehanički koeficijent armiranja ω :



Slika 5.43 Dijagrami interakcije za simetričnu armaturu $A_{s1}=A_{s2}$, i B 500

⇒ iz dijagrama interakcije za proračunate vrijednosti v_{sd} i μ_{sd}
 ⇒ očita se $\omega = 0,17$

Vertikalna (uzdužna) armatura:

$$A_{s1} = A_{s2} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot h = 0,17 \cdot \frac{1,67}{43,48} \cdot 30 \cdot 40 = 7,84 \text{ cm}^2$$

odabrano: 4 ϕ 16 ($A_{s1} = 8,04 \text{ cm}^2$)

Ukupna površina vertikalne armature za simetrično armiranje:

$$A_{s1} + A_{s2} = 8,04 \cdot 2 = 16,08 \text{ cm}^2$$

Poprečna armatura:

spone $\phi 8$ ⇒ razmak (vertikalni) spona e_w :

$$1) e_w = 12 \phi_{s,\min} = 12 \cdot 1,6 = 19,2 \text{ cm} \quad (\text{mjerodavno})$$

$$2) e_w \leq b \leq 30 \text{ cm}$$

$$3) e_w \leq 30 \text{ cm}$$

Mjerodavna je najmanja vrijednost !

Minimalna površina armature:

$$A_{s,\min} = 0,003 A_c \quad A_c - \text{površina betonskog presjeka}$$

Tada minimalna vrijednost mehaničkog koeficijenta armiranja iznosi:

$$\omega_{\min} = \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \cdot \frac{1}{b \cdot 0,9h} \cdot A_{s1,\min} = 0,001667 \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

$$A_{s1,\min} = A_{s2,\min} \geq 0,0015 \cdot A_c \geq 0,0015 \cdot b \cdot h \quad (\text{za simetričnu armaturu}) \\ = 0,0015 \cdot 30 \cdot 40 = 1,80 \text{ cm}^2$$

Ukupna površina minimalne armature za simetrično armiranje:

$$A_{s1} + A_{s2} = 1,80 \cdot 2 = 3,60 \text{ cm}^2$$

Maksimalna površina armature :

$$A_{s1,max} = 0,04 \cdot A_c \quad A_c - \text{površina betonskog presjeka}$$

Tada maksimalna vrijednost mehaničkog koeficijenta armiranja iznosi:

$$\omega_{max} = \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \cdot \frac{l}{b \cdot 0,9h} \cdot A_{s1,max} = 0,0222 \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

$$\begin{aligned} A_{s1,max} = A_{s2,max} &= 0,02 \cdot A_c = 0,02 \cdot b \cdot h \quad (\text{za simetričnu armaturu}) \\ &= 0,02 \cdot 30 \cdot 40 = 24,00 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Ukupna površina maksimalne armature za simetrično armiranje:

$$A_{s1} + A_{s2} = 24,00 \cdot 2 = \mathbf{48,00 \text{ cm}^2}$$

$$\mathbf{ZAKLJUČAK: 3,60 \text{ cm}^2 < A_{s1} + A_{s2} = 16,08 \text{ cm}^2 < 48,00 \text{ cm}^2}$$

PRORAČUN MINIMALNE POVRŠINE ARMATURE STUPA**Uzdužna (vertikalna) armatura:**

- **Najmanja površina presjeka ukupne uzdužne armature $A_{s,min}$**

$$1) A_{s,min} = 4 \text{ ili } 8 \phi 12;$$

Kod pravougaonih poprečnih presjeka kod kojih je $b \leq 40 \text{ cm}$ i $h \leq b$ dovoljna je po 1 šipka u svakom uglu ($4 \phi 12$)

$$2) A_{s,min} = 0,15 \cdot N_{sd} / f_{yd}$$

$$3) A_{s,min} = 0,003 \cdot A_c$$

Ako stup preuzima sile potresa:

$$4) A_{s,min} = 0,01 \cdot A_c$$

Mjerodavna je najveća vrijednost!

Poprečna armatura (spone):spone $\phi 10 \Rightarrow$ razmak spona e_w :

1) $e_w = 12 \phi_{s,\min}$

2) $e_w \leq b$

3) $e_w \leq 30 \text{ cm}$

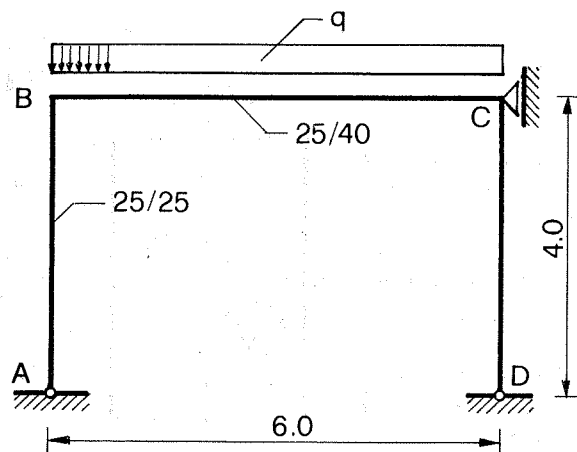
4) $e_w \leq 10, 15 \text{ ili } 20 \text{ cm}$ (ako stup preuzima sile potresa: duktilnost H, M, L)

Mjerodavna je najmanja vrijednost !**Navedeni razmaci poprečne armature e_w moraju se umanjiti s faktorom 0.6:**- u područjima neposredno iznad i ispod greda ili ploča na visini jednakoj većoj vrijednosti: $1,5 b$ (b =stranica presjeka stupa), $1/6 l$ (l =visina stupa) ili 50 cm;- kod nastavljanja na preklop kad je najveći promjer uzdužnih šipki $> 14 \text{ mm}$ **PREPORUKA!****Odabir ϕ spona:**Profil uzdužne (vertikalne) armature (ϕ_{s1}) \Rightarrow Profil spona (ϕ_w)

10, 12, 14 mm \Rightarrow 6 mm

16, 18, 20 mm \Rightarrow 8 mm

22, 25, 28 mm \Rightarrow 10 mm



C 25/30
 $\varphi(t) = 2.0$
 $E_{cm} = 30500 \text{ N/mm}^2$
 $Q = 20 \text{ kN/m}; G = 20 \text{ kN/m}$
 GA 240/360
 $\rho_1 + \rho_2 = 1.5,$
 $q = Q + G$
 Unutrašnje sile po teoriji I. reda:
 $I_b = 1.333 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$
 $I_{col} = 0.325 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$
 $k = \frac{1.333 \cdot 4.0}{0.325 \cdot 6.0} = 2.63$
 $H_A = H_D = 10.64 \text{ kN}$

Sl. 11.18. Nosivi sustav

$$M_B = M_C = 42.56 \text{ kNm} \quad M_{BG} = M_{CG} = 21.28 \text{ kNm}$$

$$N_B = N_C = 120 \text{ kN} \quad N_{BG} = N_{CG} = 60.0 \text{ kN}$$

Vitkost stupova:

Za odnose: $K_A = \infty; K_B = \frac{25^3 \cdot 6.0}{0.5 \cdot 40^3 \cdot 4.0} = 0.73$, očitava se iz nomograma

$\beta = \frac{l_0}{l} = 0.85$, pa je $l_0 = 0.85 \cdot 4.0 = 3.4 \text{ m}$, odnosno

$$\lambda = \frac{340}{0.289 \cdot 25} = 47$$

$$e_{01} = 0$$

$$e_{02} = \frac{42.56}{120} = 0.355 \text{ m}$$

$$\lambda_{crit} = 25(2 - 0/0.35) = 50$$

Kako je zadovoljen uvjet: $\lambda < \lambda_{crit}$, nije potreban proračun na deformiranom sustavu, ali se postupak provodi radi ilustracije.

Postupak prema K. Kordini - izrazi (11.21), (11.23) i (11.24):

$$M = 0.67 \cdot 42.56 \cdot \frac{3.4}{4.0} = 24.23 \text{ kNm}$$

$$e_o = \frac{24.23}{120} = 0.202 \text{ m}$$

$$\frac{e_o}{h} = \frac{0.202}{0.25} = 0.808$$

$$f = 0.25 \cdot \frac{47 - 20}{160} = 0.042 \text{ m}$$

$$e_d = \frac{12.12}{60} = 0.202 \text{ m}$$

$$e_a = \frac{3.40}{300} = 0.011 \text{ m}$$

$$v_E = \frac{\pi^2(0.6 + 20 \cdot 0.015) \cdot 3.05 \cdot 10^7 \cdot 0.325 \cdot 10^{-3}}{3.4^2 \cdot 60} = 126.9$$

$$v_k = (0.202 + 0.02) \frac{0.8 \cdot 2.0}{127 - 1 - 0.4 \cdot 2.0} = 0.003 \text{ m}$$

Maksimalne rezne sile na deformiranom okviru:

$$N_B^{\text{II}} = N_C^{\text{II}} = 120 \text{ kN}$$

$$M^{\text{II}} = (0.202 + 0.042 + 0.003)120 = 29.64 \text{ kNm} < M_B = 42.56 \text{ kNm}$$

Povećanje je momenta $\Delta M = 5.41 \text{ kNm}$ (23%).

Postupak po metodi povećanja momenta - izrazi (11.25) i (11.27):

$$C_m = 0.6$$

$$\beta_d = \frac{60}{120} = 0.5$$

$$E_{cm} \cdot I^{\text{II}} = \frac{3.05 \cdot 10^7 \cdot 0.325 \cdot 10^{-3}}{2.5(1 + 0.5)} = 2643 \text{ kNm}^2$$

$$N_E = \frac{\pi^2 \cdot 2643}{3.4^2} = 2257 \text{ kN}$$

$$N_{Sd} = 1.35 \cdot 60 + 1.5 \cdot 60 = 171 \text{ kN}$$

$$M^{\text{II}} = 42.56 \frac{0.6}{1 - \frac{171/0.7}{2257}} = 28.64 \text{ kNm}$$

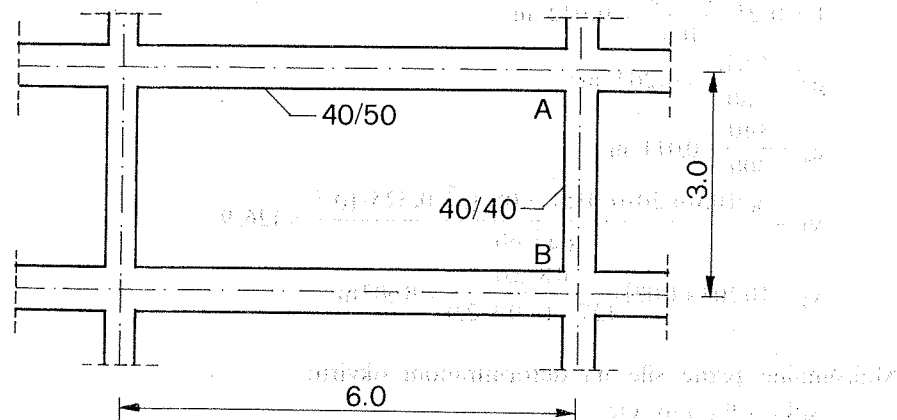
$$N_B^{\text{II}} = N_C^{\text{II}} = 120 \text{ kN}$$

Povećani moment na mjestu najvećeg deformiranja stupa manji je od momenta u čvoru okvira.

Računske sile potrebne za dimenzioniranje po metodi graničnih stanja dobivaju se tako da se mjerodavne veličine množe koeficijentom sigurnosti za djelovanje.

Primjer 11.2.

Treba proračunati i dimenzionirati stup A-B u čvoru A horizontalno pomičnog okvira s velikim brojem polja i etaža, uzimajući u obzir deformiranje sustava.



Sl. 11.19. Isječak okvirne konstrukcije

Rezne sile u stupu A-B, čvor A, dobivene su po teoriji I. reda:

$$M_A = 110 \text{ kNm} \quad M_{AG} = 55 \text{ kNm}$$

$$N_A = 250 \text{ kN} \quad N_{AG} = 125 \text{ kN}$$

Karakteristike materijala i geometrijske vrijednosti:

$$C \text{ 25/30; } E_{cm} = 3.05 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$$

$$\varphi(t) = 2.0$$

$$\rho_1 + \rho_2 = 1.5\%$$

$$GA \text{ 240/360}$$

$$I_b = 4.167 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4,$$

$$I_{col} = 2.133 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$h_{tot} = 30 \text{ m}$$

Za odnose: $K_A = K_B = \frac{2 \cdot 2.133 \cdot 6}{0.5 \cdot 2 \cdot 4.167 \cdot 3} = 2.0$, očitava se iz nomograma $\beta = 1.6$ ili

prema Furlongu: $\beta = 0.9\sqrt{1+2.0} \approx 1.6$, pa je $l_0 = 1.6 \cdot 3.0 = 4.8 \text{ m}$

Vitkost će biti:

$$\lambda = \frac{480}{0.289 \cdot 40} = 42 > \lambda_{lim} = 25$$

$$N_{SdA} = 1.35 \cdot 125 + 1.5 \cdot 125 = 356.25 \text{ kN}$$

$$v_u = 356.25 / (1.66 \cdot 1600) = 0.134$$

$$\lambda_{lim} = 15 / \sqrt{0.134} = 41$$

$$\lambda = 42 > \lambda_{lim} = 41$$

Postupak prema EC 2 - izrazi (11.14), (11.16) i (11.18)

$$e_{tot} = e_o + e_a + e_2$$

$$e_o = \frac{110}{250} = 0.44 \text{ m}$$

$$v_1 = 1 / (100 \cdot \sqrt{h_{tot}}) = 1 / (100 \cdot \sqrt{30}) = 0.0018 < 1/200 = 0.005$$

$$e_a = 0.005 \cdot 4.8 / 2 = 0.012 \text{ m}$$

$$K_1 = 1$$

$$\epsilon_{yd} = \frac{240 / 1.15}{200000} = 1.04 \cdot 10^{-3} \dots 1.04\%$$

$$K_2 = 1$$

$$1/r = 2 \cdot 1.04 \cdot 10^{-3} / (0.9 \cdot 36) = 6.42 \cdot 10^{-5} \text{ 1/cm}$$

$$e_2 = 1 \cdot 0.1 \cdot 4.80^2 \cdot 6.42 \cdot 10^{-3} = 0.0148 \text{ m}$$

$$\Delta M_{I\phi} = 0.1 \cdot 1.1 \cdot 55 = 6.05 \text{ kNm}$$

$$N_A = 250 \text{ kN}$$

$$N_{SdA}^{II} = 356.25 \text{ kN}$$

$$M_{SdA}^{II} = (0.44 + 0.012 + 0.0148) 356.25 + 6.05 = 172.35 \text{ kNm}$$

Postupak prema K. Kordini - izrazi (11.21), (11.23) i (11.24):

$$e_o = 0.44 \text{ m}$$

$$\frac{e_o}{h} = \frac{0.44}{0.4} = 1.1$$

$$f = 0.4 \frac{42 - 20}{160} = 0.055 \text{ m}$$

$$e_d = \frac{55}{125} = 0.44 \text{ m}$$

$$e_a = \frac{4.80}{300} = 0.016 \text{ m}$$

$$v_E = \frac{\pi^2 (0.6 + 20 \cdot 0.015) \cdot 3.05 \cdot 10^7 \cdot 2.133 \cdot 10^{-3}}{4.8^2 \cdot 125} = 200.6$$

$$v_k = (0.440 + 0.02) \frac{0.8 \cdot 2.0}{200.6 - 1 - 0.4 \cdot 2.0} = 0.004$$

Maksimalne računске sile na deformiranom okviru:

$$N_{SdA}^{II} = 356.25 \text{ kN}$$

$$M_{SdA}^{II} = (0.440 + 0.055 + 0.004) 356.25 = 177.8 \text{ kNm}$$

Postupak po metodi povećanja momenta - izrazi (11.25), (11.26) i (11.27):

$$C_m = 1$$

$$\beta_d = \frac{125}{250} = 0.5$$

$$EI^II = \frac{3.05 \cdot 10^7 \cdot 2.133 \cdot 10^{-3}}{2.5(1+0.5)} = 17350 \text{ kNm}^2 \text{ ili}$$

$$EI^II = \left(\frac{3.05 \cdot 10^7 \cdot 2.133 \cdot 10^{-3}}{5} + 2.1 \cdot 10^8 \cdot 5.73 \cdot 10^{-5} \right) \cdot \frac{1}{1+0.5} = 16700 \text{ kNm}^2$$

$$N_E = \frac{\pi^2 \cdot 16700}{4.8^2} = 7154 \text{ kN}$$

$$N_A^II = 250 \text{ kN}$$

$$M_A^II = 110 \cdot \frac{1}{1 - \frac{356.25/0.7}{7154}} = 118.4 \text{ kNm}$$

Računske rezne sile na deformiranom sustavu:

$$N_{SdA}^II = 356.25 \text{ kN}$$

$$M_{SdA}^II = 356.25 \cdot 0.44 \cdot \frac{1}{1 - \frac{356.25/0.7}{7154}} = 168.75 \text{ kNm}$$

Primjer 11.3.

Valja proračunati i dimenzionirati konzolu za opterećenje i dimenzije prema slici 11.20. uzimajući u obzir deformiranje sustava.

Rezne sile dobivene po teoriji I. reda:

$$\begin{aligned} N &= 320 \text{ kN} & N_G &= 150 \text{ kN} \\ H &= 20 \text{ kN} & H_G &= 8 \text{ kN} \\ M &= 90 \text{ kNm} & M_G &= 36 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Karakteristike materijala i geometrijske veličine:

$$C \text{ 25/30, } E = 3.05 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$$

$$\varphi(t) = 2.0$$

$$\rho_1 + \rho_2 = 2.0\%$$

$$RA \text{ 400/500}$$

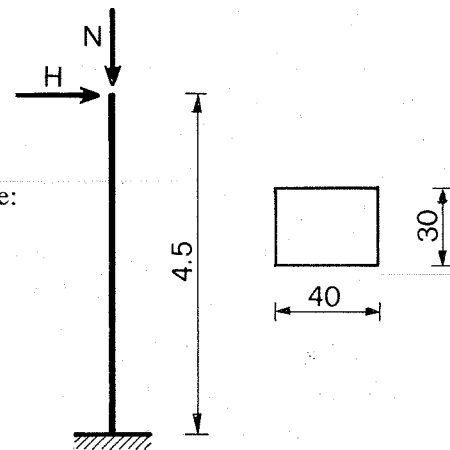
$$I = 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$l_0 = 2 \cdot 4.5 = 9.0 \text{ m}$$

$$f_{cd} = \frac{25}{1.5} = 16.6 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{400}{1.15} = 347.8 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda = \frac{900}{0.289 \cdot 40} = 78 > 25 \text{ - potreban je proračun na deformiranom sustavu}$$



Sl. 11.20. Samostalni stup

Postupak prema EC 2 - izrazi (11.14, 11.16 i 11.18)

$$\lambda = 78$$

$$e_o = 0.281 \text{ m}$$

$$v_1 = 1 / (100 \sqrt{4.5}) = 4.71 \cdot 10^{-3} < v_{\min} = 1/200 = 5.0 \cdot 10^{-3}$$

$$e_a = 5.0 \cdot 10^{-3} \cdot 9.0 / 2.0 = 0.0225 \text{ m}$$

$$K_1 = 1.0, K_2 = 1.0$$

$$1/r = 2 \cdot 1.0 \cdot 1.74 \cdot 10^{-3} / (0.9 \cdot 0.35) = 0.011 \text{ 1/m}$$

$$e_2 = 1.0 \cdot 0.1 \cdot 9.0^2 \cdot 0.011 = 0.0894 \text{ m}$$

$$\Delta M_{I\varphi} = 0.1 \cdot 1.2 \cdot 36 = 4.32 \text{ kNm}$$

Računske rezne sile na deformiranom sustavu

$$N_{Sd}^II = N_{Sd} = 1.35 \cdot 150 + 1.50 \cdot 170 = 457.5 \text{ kN}$$

$$M_{Sd}^II = 457.5(0.281 + 0.0225 + 0.0894) + 4.32 = 184.1 \text{ kNm}$$

$$v_{Sd} = \frac{457.5}{30 \cdot 40 \cdot 1.66} = 0.230$$

$$\mu_{Sd} = \frac{18410}{30 \cdot 40^2 \cdot 1.66} = 0.231$$

$$\beta = 1.0 \text{ - simetrična armatura}$$

Iz dijagrama interakcije (sl. 6.20) - očita se:

$$\omega = 0.185, \text{ pa je:}$$

$$A_{s1} = A_{s2} = 0.185 \cdot \frac{1.66}{34.78} \cdot 30 \cdot 40 = 10.60 \text{ cm}^2$$

Postupak prema K. Kordini ($\lambda \approx 70$) - izrazi (11.21), (11.23) i (11.24):

$$e_o = 0.281 \text{ cm}$$

$$\frac{e_o}{h} = \frac{0.281}{0.40} = 0.70$$

$$f = 0.40 \cdot \frac{78 - 20}{160} = 0.145 \text{ m}$$

$$e_d = \frac{36}{150} = 0.240 \text{ cm}$$

$$e_a = \frac{9.00}{300} = 0.03 \text{ m}$$

$$v_E = \frac{\pi^2 (0.6 + 20 \cdot 0.02) \cdot 3.05 \cdot 10^7 \cdot 1.6 \cdot 10^{-3}}{9.0^2 \cdot 150} = 39.6$$

$$v_k = (0.240 + 0.030) \frac{0.8 \cdot 2.0}{39.6 - 1 - 0.4 \cdot 2.0} = 0.011 \text{ m}$$

Računske rezne sile na deformiranom sustavu:

$$N_{Sd}^{II} = 457.5 \text{ kN}$$

$$M_{Sd}^{II} = (0.281 + 0.145 + 0.011) \cdot 457.5 = 199.9 \text{ kNm}$$

Postupak po metodi povećanja momenta - izrazi (11.25) i (11.27):

$$C_m = 1$$

$$\beta_d = \frac{36}{90} = 0.4 \text{ ili } \beta_d = \frac{150}{320} = 0.47$$

$$E_{cm} \cdot I^{II} = \frac{3.05 \cdot 10^7 \cdot 1.6 \cdot 10^{-3}}{2.5(1+0.47)} = 13280 \text{ kNm}^2$$

$$N_E = \frac{\pi^2 \cdot 13280}{9.0^2} = 1618 \text{ kN}$$

$$M^{II} = 90 \cdot \frac{1}{1 - \frac{457.5/0.85}{1618}} = 134.9 \text{ kNm}$$

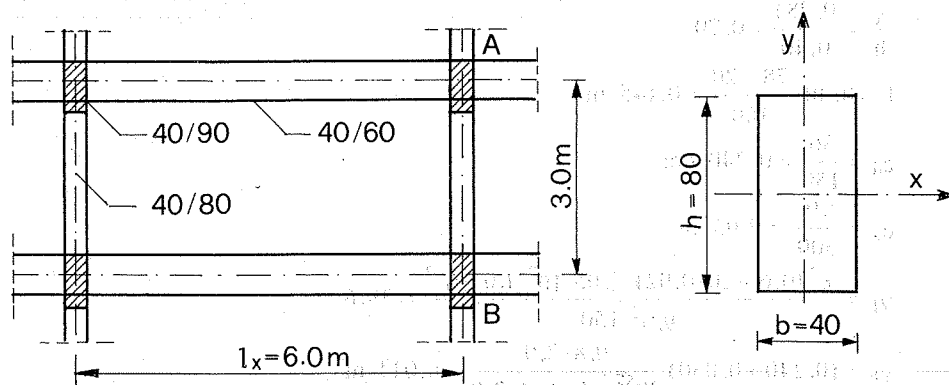
Računske rezne sile na deformiranom sustavu:

$$N_{Sd}^{II} = 457.5 \text{ kN}$$

$$M_{Sd}^{II} = 457.5 \cdot 0.281 \cdot \frac{1}{1 - \frac{457.5/0.85}{1618}} = 192.6 \text{ kNm}$$

Primjer 11.4.

Treba proračunati i dimenzionirati stup A-B, čvor A, horizontalno pomičnoga prostornog okvira uzimajući u obzir deformiranje sustava.



Sl. 11.21. Isječak prostornog okvira

Rezne sile u stupu A-B, čvor A, dobivene po teoriji I. reda:

$$M_x = 230 \text{ kNm} \quad M_{xG} = 115 \text{ kNm}$$

$$M_y = 80 \text{ kNm} \quad M_{yG} = 20 \text{ kNm}$$

$$N = 320 \text{ kN} \quad N_G = 160 \text{ kN}$$

Karakteristike gradiva i geometrijske veličine:

$$C \text{ 25/30; } E_{cm} = 3.05 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$$

$$\varphi(t) = 2.0$$

$$\rho_1 + \rho_2 = 0.9\%$$

$$GA \text{ 240/360}$$

$$I_{colx} = 17.1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$I_{coly} = 4.27 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$I_{bx} = 7.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$I_{by} = 24.3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

Za odnose u smjeru osi x:

$$K_A = K_B = \frac{2 \cdot 4.27 \cdot 6.0}{0.5 \cdot 2 \cdot 7.2 \cdot 3} = 2.4 \text{ izlazi } \beta = 1.72, \text{ pa je}$$

$$l_{ox} = 1.72 \cdot 3.0 = 5.16 \text{ m}$$

Za odnose u smjeru osi y:

$$K_A = K_B = \frac{2 \cdot 17.1 \cdot 6.0}{0.5 \cdot 2 \cdot 24.3 \cdot 3} = 2.8 \text{ izlazi } \beta = 1.75, \text{ pa je}$$

$$l_{oy} = 1.75 \cdot 3.0 = 5.25 \text{ m}$$

Zamjenjujuća dužina izvijanja - izraz (11.30):

$$l_{ox} \approx l_{oy} = 5.2 \text{ m}, \quad \frac{h \cdot e_x}{b \cdot e_y} = \frac{80 \cdot 0.25}{40 \cdot 0.72} = 0.7 > 0.2, \quad e_a = \frac{3.66}{300} = 0.01 \text{ m}$$

$$e_x = \frac{80}{320} = 0.25 \text{ m}, \quad e_y = \frac{230}{320} = 0.720 \text{ m}, \quad e = \sqrt{0.25^2 + 0.72^2} = 0.76 \text{ m}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{230}{80} = 2.875; \quad \alpha = 70^\circ 50', \quad \cos \alpha = 0.328, \quad \sin \alpha = 0.945$$

$$\text{tg } \beta = \frac{80}{230} \left(\frac{80}{40} \right)^2 = 1.391, \quad \beta = 54^\circ 20', \quad \cos \beta = 0.583, \quad \sin \beta = 0.812$$

$$l_{or} = \frac{5.20}{\sqrt{0.812^2 + \left(\frac{80}{40} \right)^2 \cdot 0.583^2}} = 3.66 \text{ m}$$

Postupak prema K. Kordini - izrazi (11.21), (11.23) i (11.24):

$$N_E = \frac{\pi^2 (0.6 + 20 \cdot 0.009) \cdot 3.05 \cdot 10^7 \cdot 4.27 \cdot 10^{-3}}{3.66^2 \cdot 160} = 468$$

$$\nu_k = \frac{(0.76 + 0.02) \cdot 0.8 \cdot 2.0}{468 - 1 - 0.4 \cdot 2.0} = 0.003 \text{ m}$$