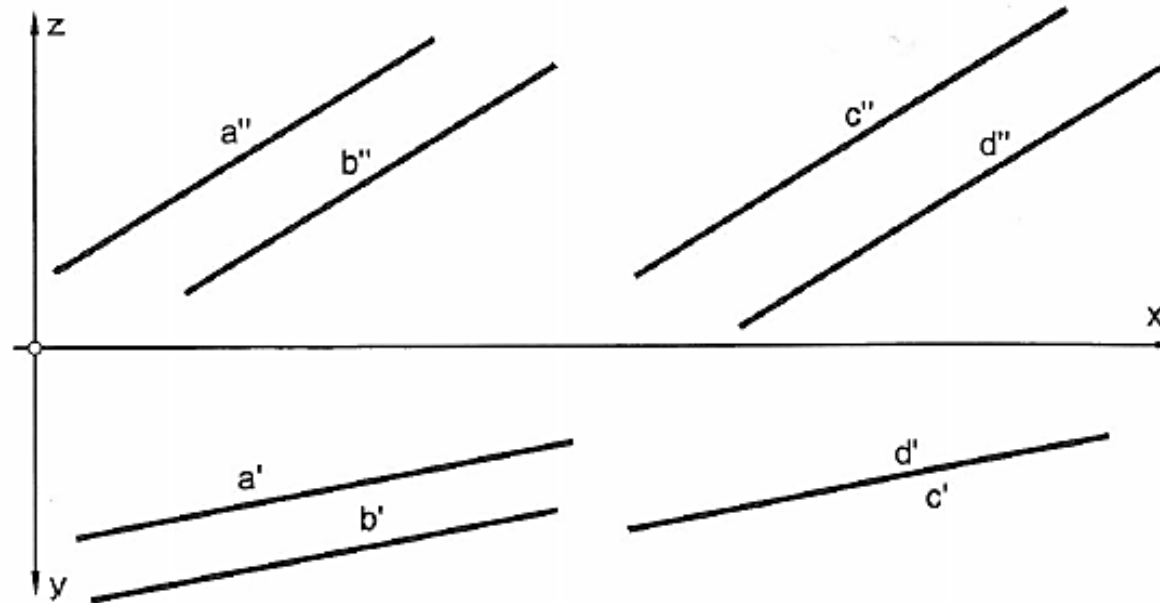


## Međusobni položaj dvije prave u prostoru

a) Prave su paralelne  $a \parallel b \Rightarrow a' \parallel b'$  i  $a'' \parallel b''$

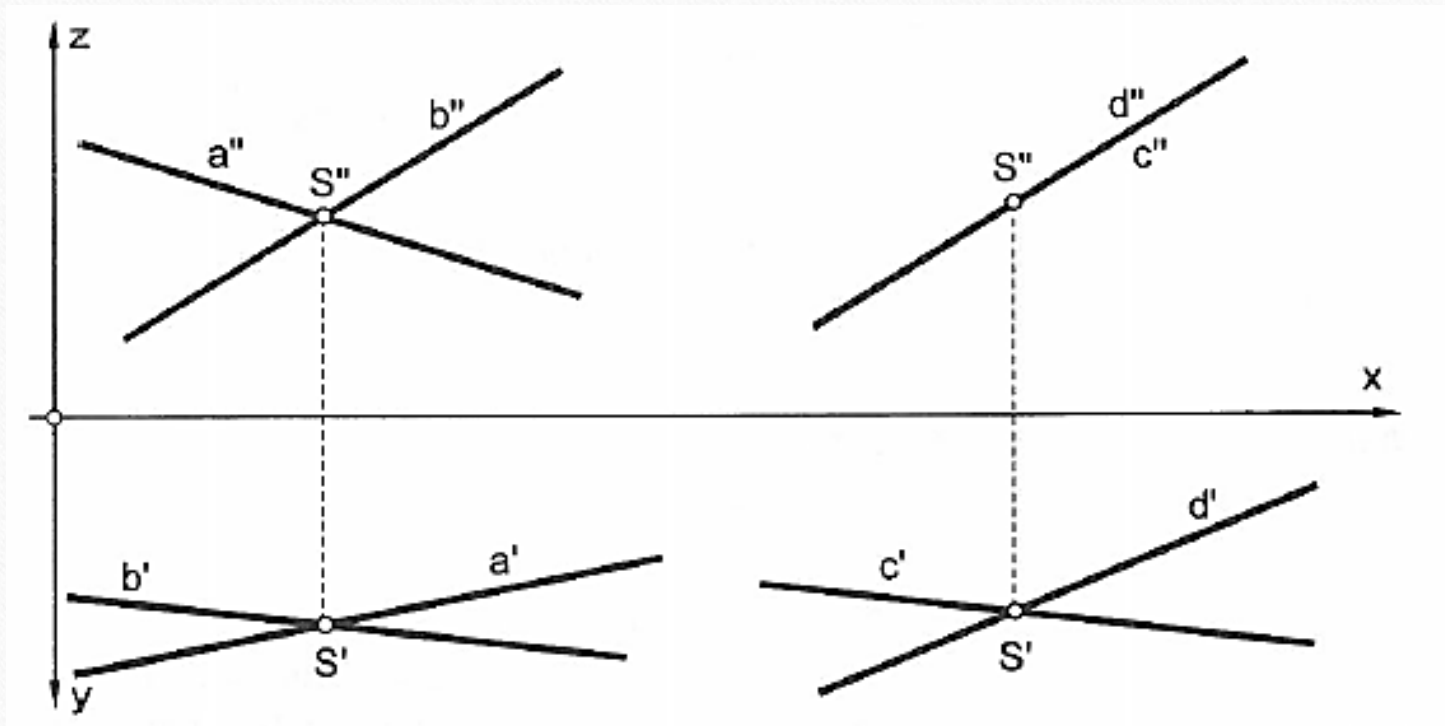
*U zavisnosti od položaja pravih, projekcije dvije paralelne prave na jednu ravan mogu biti: dvije paralelne prave, jedna prava ili dvije tačke.*



Projekcije paralelnih pravih

b) Prave se sijeku  $a \cap b = \{S\}$

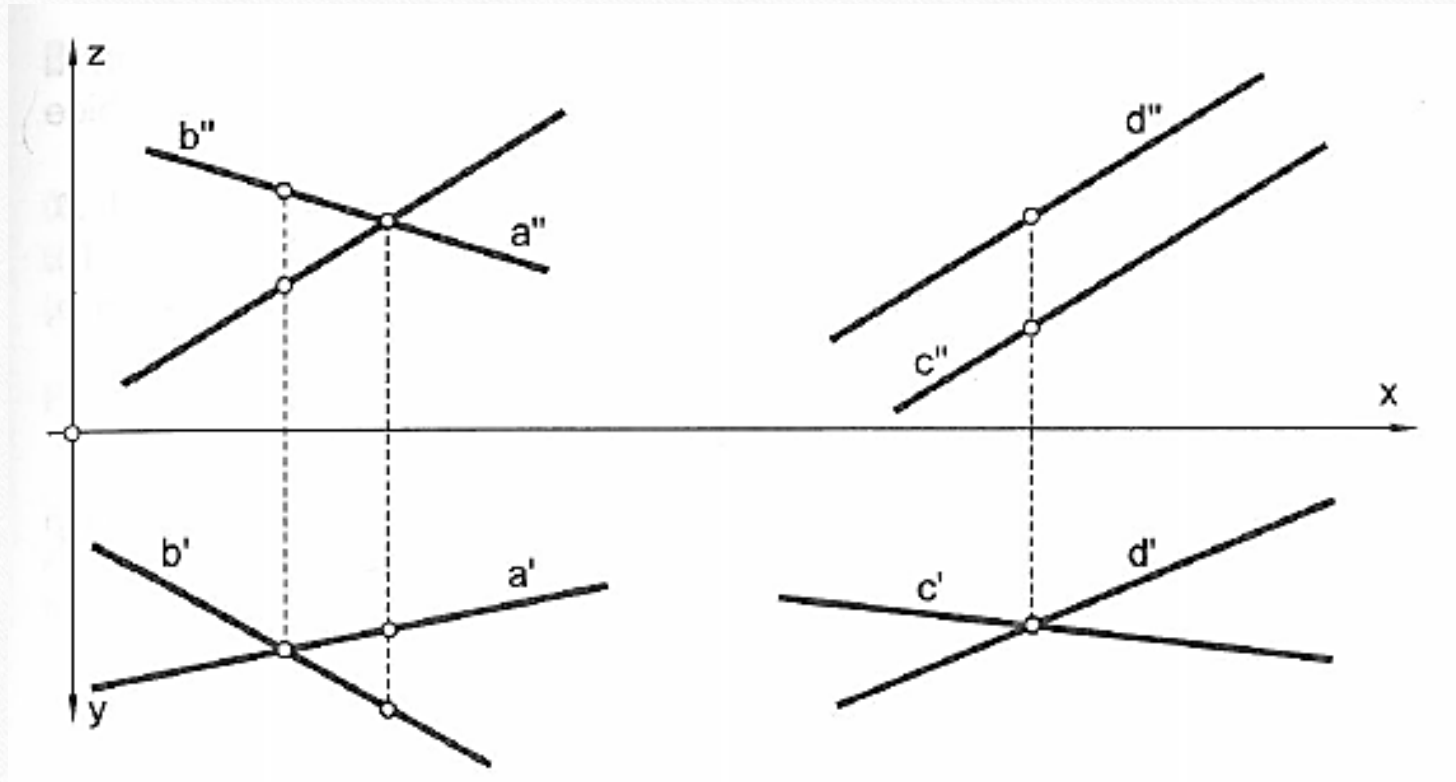
*Presječna tačka  $S$  mora ležati na obe prave, što znači i na njihovim projekcijama. Projekcije  $S'$  i  $S''$  se nalaze na istoj ordinali.*



Projekcije pravih koje se sijeku

**c) Prave mimoilaze**

*Mimoilazne prave ne leže u istoj ravni, pa nemaju zajedničku tačku. Presjek prvih i drugih projekcija nije na istoj ordinali.*

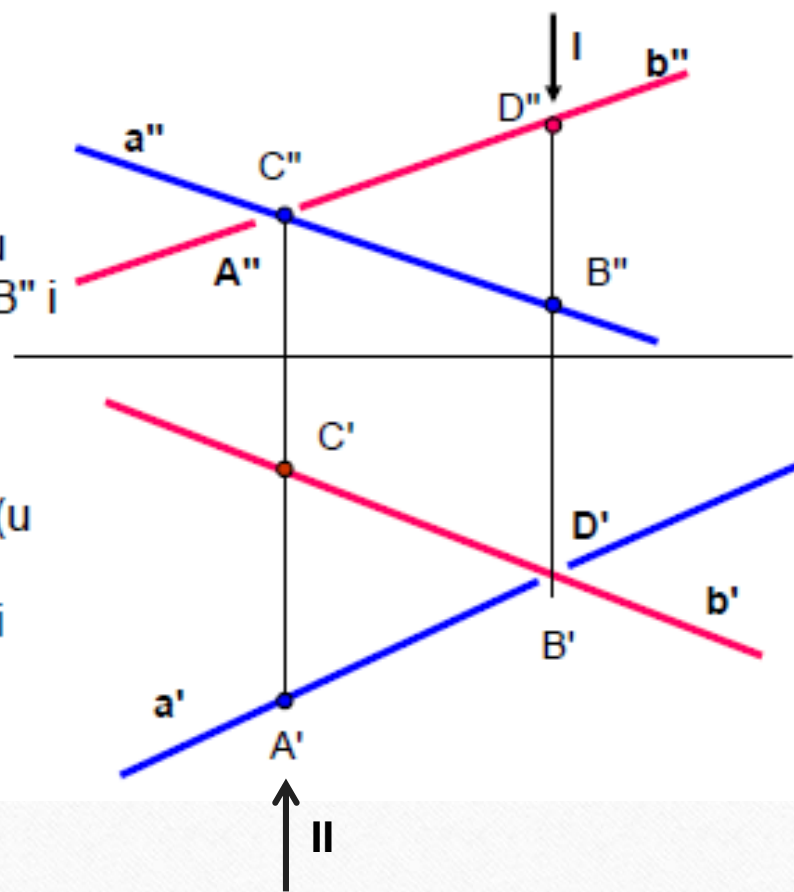


Projekcije mimoilaznih pravih



### Vidljivost mimoilaznih pravih:

Vidljivost u prvoj projekciji se dobija posmatranjem druge projekcije i obrnuto. Posmatranjem odozgo dobijamo prvu projekciju i pošto je  $D''$  bliža posmatraču biće zaklonjena  $B''$  i pošto je  $D$  na pravoj  $b$  biće vidljiva  $b'$ . Vidljivost u drugoj projekciji odredimo analizom tačaka  $A$  i  $C$ . Druga projekcija se dobije kao pogled sprijeda (u pravcu strelice II). Tačka  $A'$  je bliža posmatraču (dalje je od  $x$  ose) i pošto leži na pravoj  $a$ , znači da je vidljivo  $a''$  i  $A''$ .



Primjer: U sve tri projekcije prikazati prave  $a$  i  $b$  i utvrditi u kakvom su međusobnom odnosu. Da li sijeku ili mimoilaze?  
 $a = [A(1, 2, 0), B(9, 4, 6)]$  ,  $b = [C(4, 5.5, 4), D(7, 1, 1)]$ .

# PROJEKCIJE RAVNI

- **Određenost ravni**

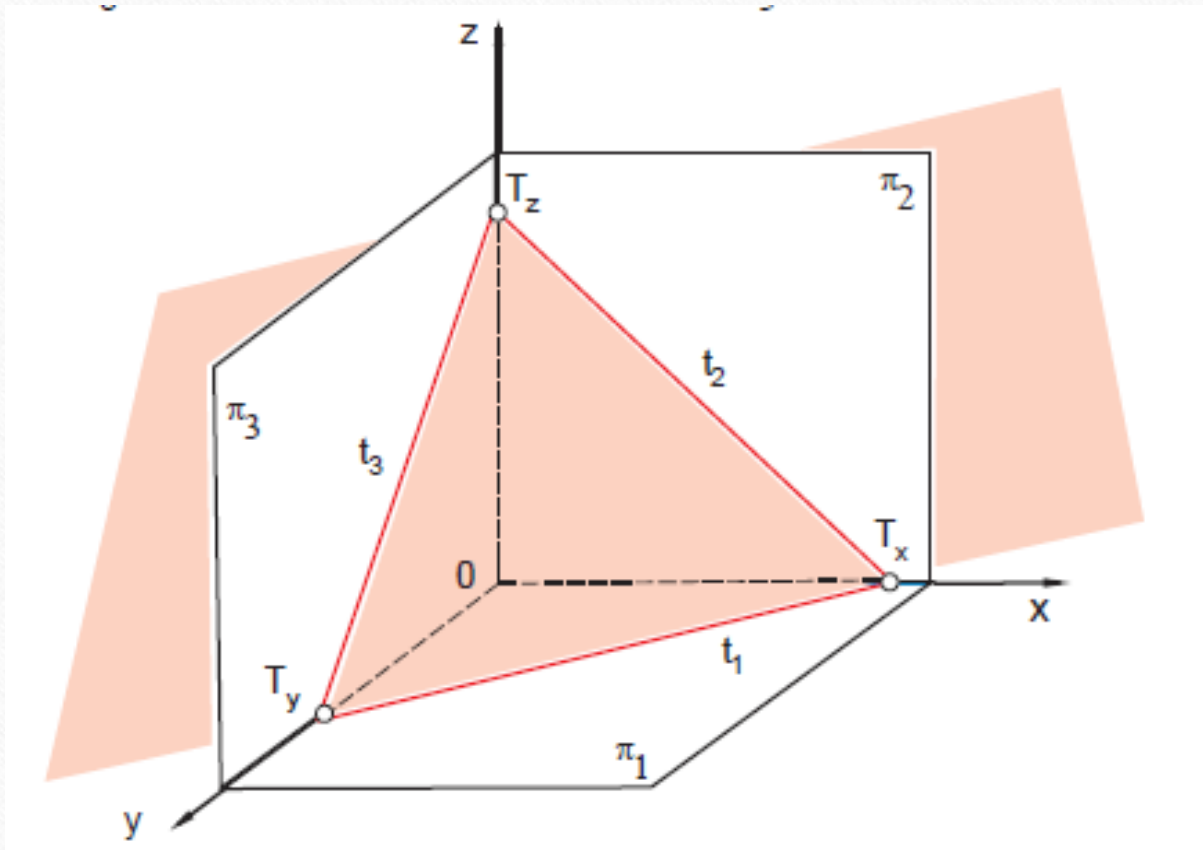
---

- Ravan je određena sa:
  - a) tri različite nekolinearne tačke
  - b) dvije prave koje se sijeku
  - c) dvije paralelne prave
  - d) pravom i tačkom van nje



Da bi se mogao uočiti položaj ravni u prostoru umjesto projekcija svih tačaka ravni, prikazuju se samo njeni tragovi.

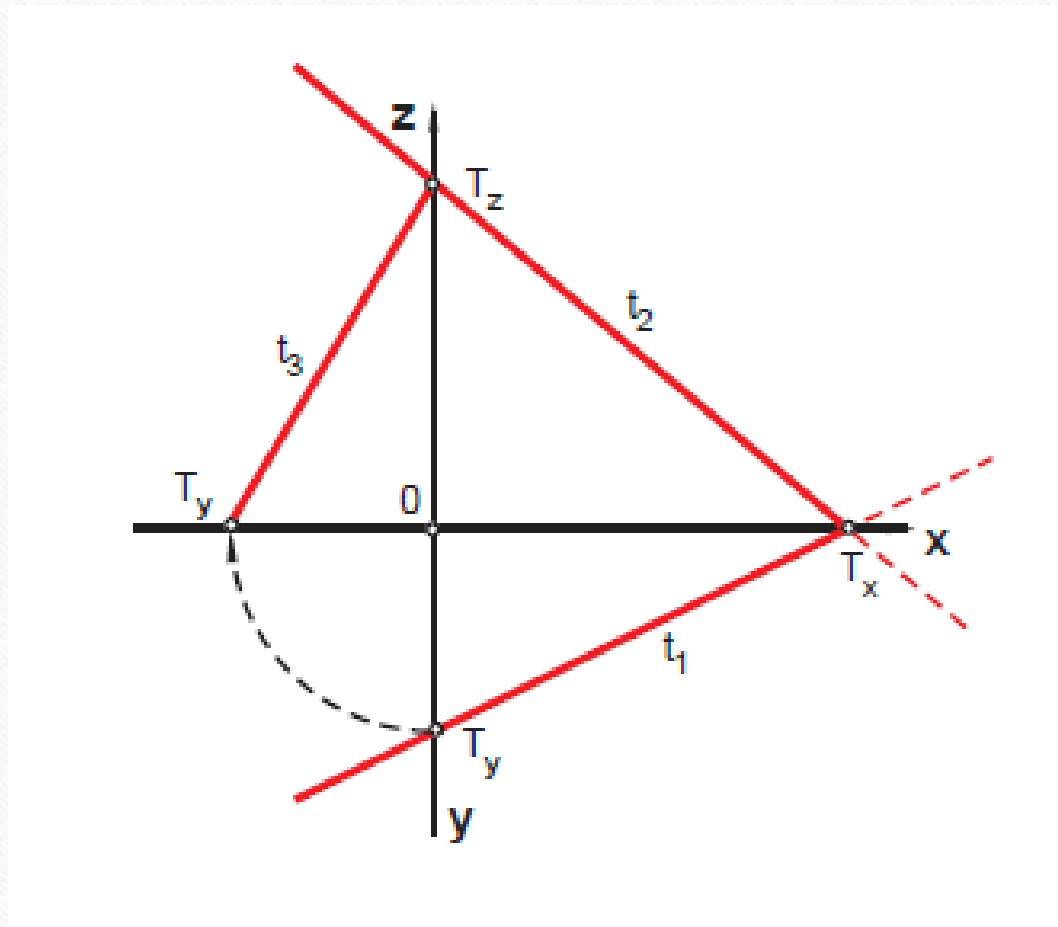
**Trag ravni** je presječna linija između zadane ravni i projekcijske ravni. Ravan  $\tau$  koja nije u spec. položaju siječe projekcijske ravni  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  i  $\pi_3$  po tragovima  $t_1$ ,  $t_2$  i  $t_3$  redom.



**Tačke  $T_x$ ,  $T_y$  i  $T_z$  su osni tragovi ili osni prodori i one čine koordinate ravni.  $\tau (T_x, T_y, T_z)$**

**Ravan je potpuno određena sa dva traga. Jer na dva traga leže sva tri osna prodora.**

## Ravan u ortogonalnim projekcijama

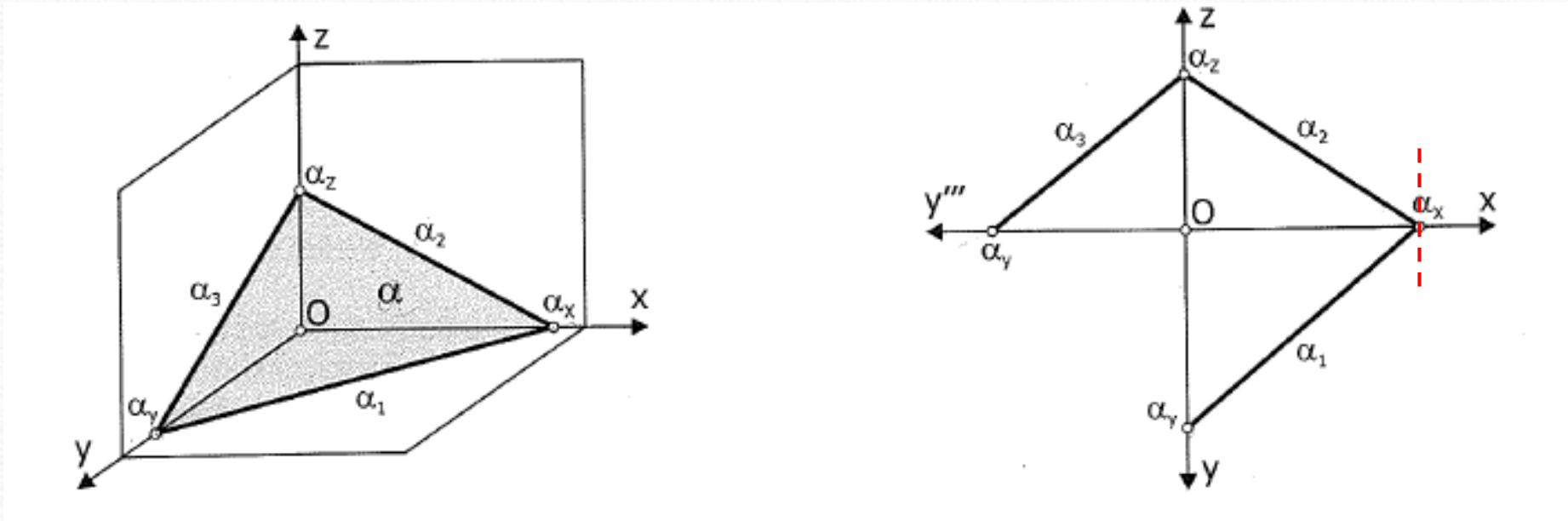


$t_1' = t_1$ ,  $t_1''$  leži na  $x$ -osi, a  $t_1'''$  na  $y$ -osi.

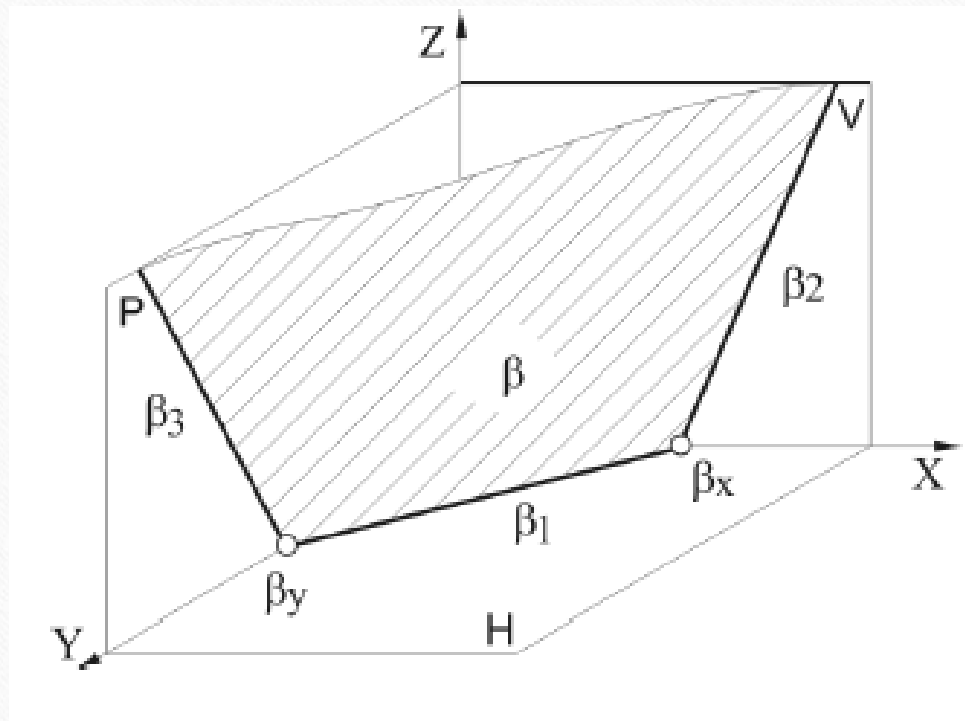


## Vrste ravni

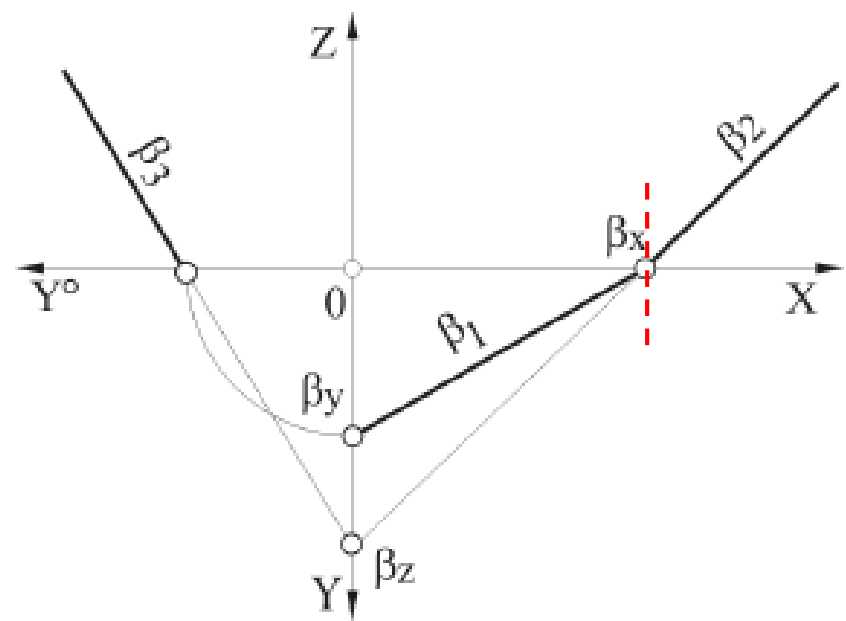
Zavisno od položaja ravni u prostoru tragovi mogu biti **konvergentni** i **divergentni**.



Proizvoljna ravan sa konvergentnim tragovima



Proizvoljna ravan sa divergentnim tragovima



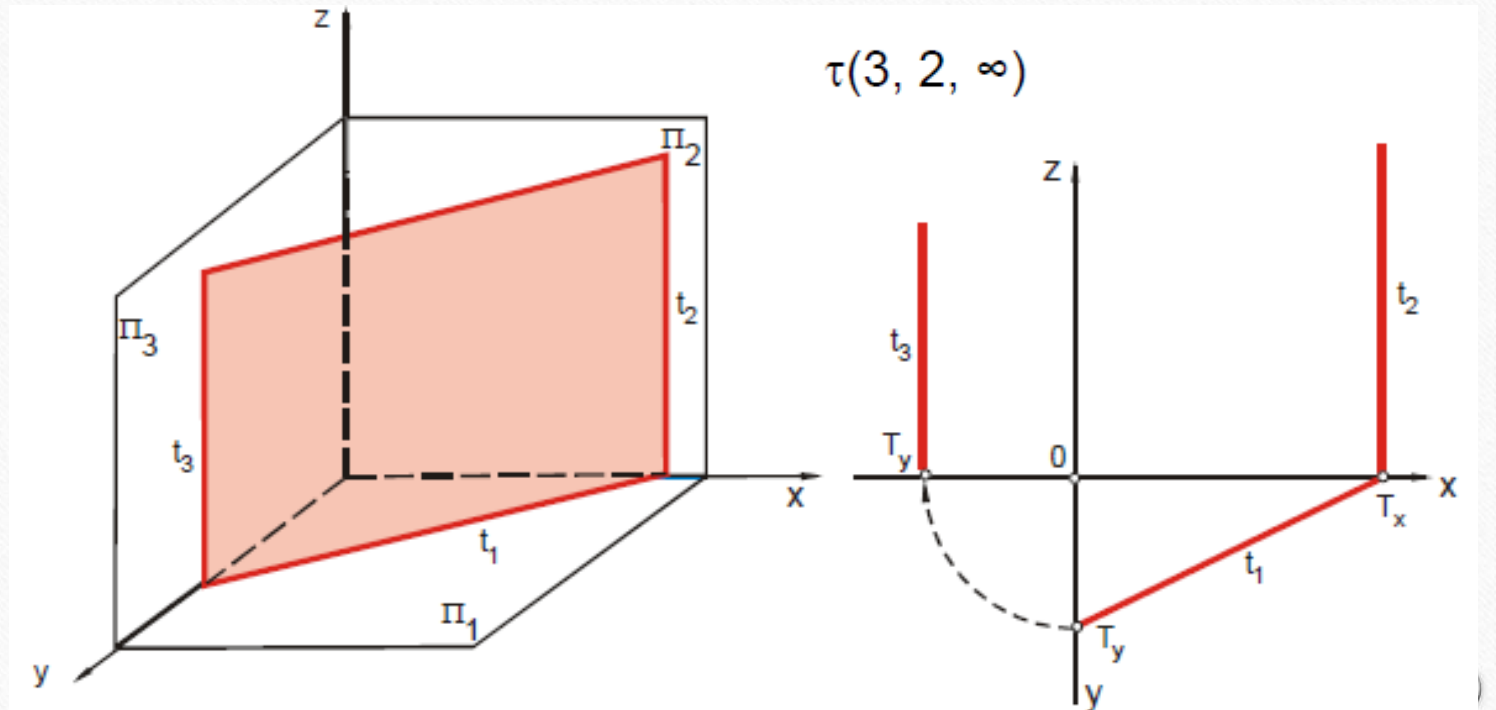
Ugao između prvog i drugog divergentnog traga je veći od  $90^\circ$

## Ravan u specijalnom položaju

Ravan je u specijalnom položaju ako je paralelna ili okomita na projekcijskim ravnima. Ravan koja je okomita na projekcijsku ravan naziva se **projektna ravan**. Razlikuje se prva, druga i treća projektna ravan.

**Prva zračna (projektna) ravan**  
je okomita na  $\pi_1$   
 $\tau (T_x, T_y, \infty)$

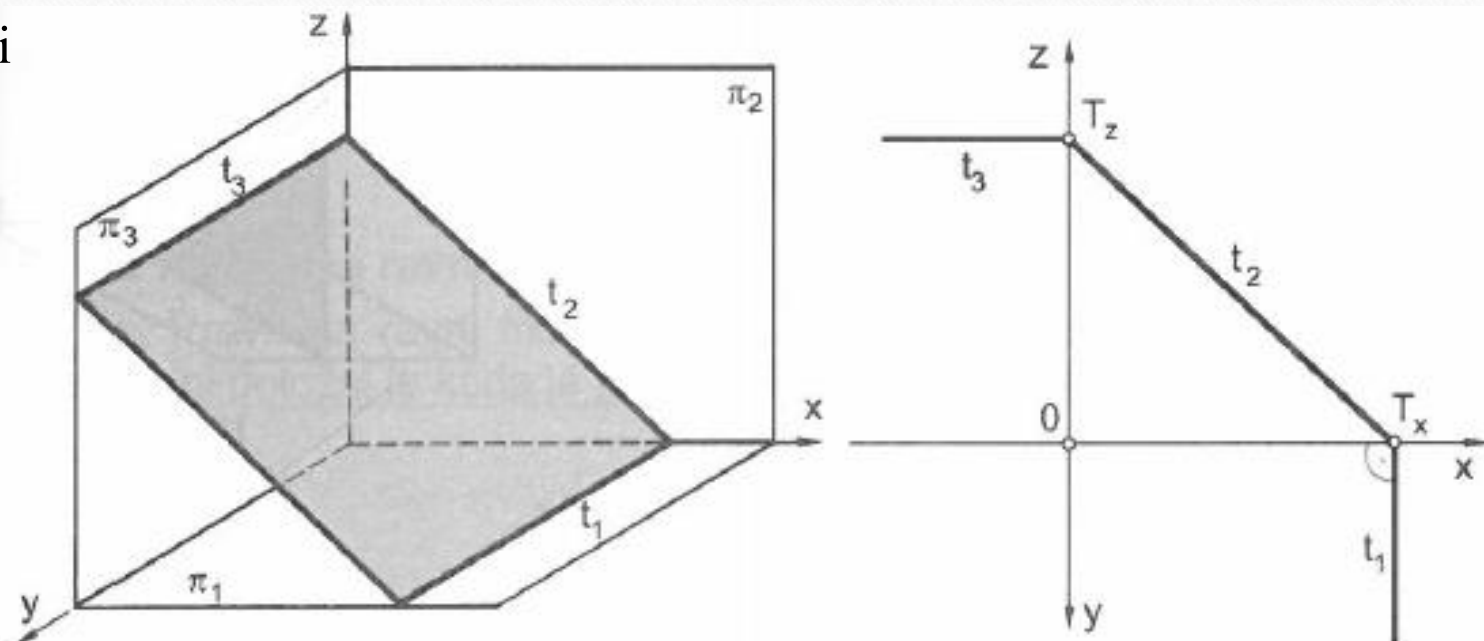
Sve što je u prvoj zračnoj ravni  
ima tlocrt (prvu projekciju) na  
prvom tragu  $t_1$ .





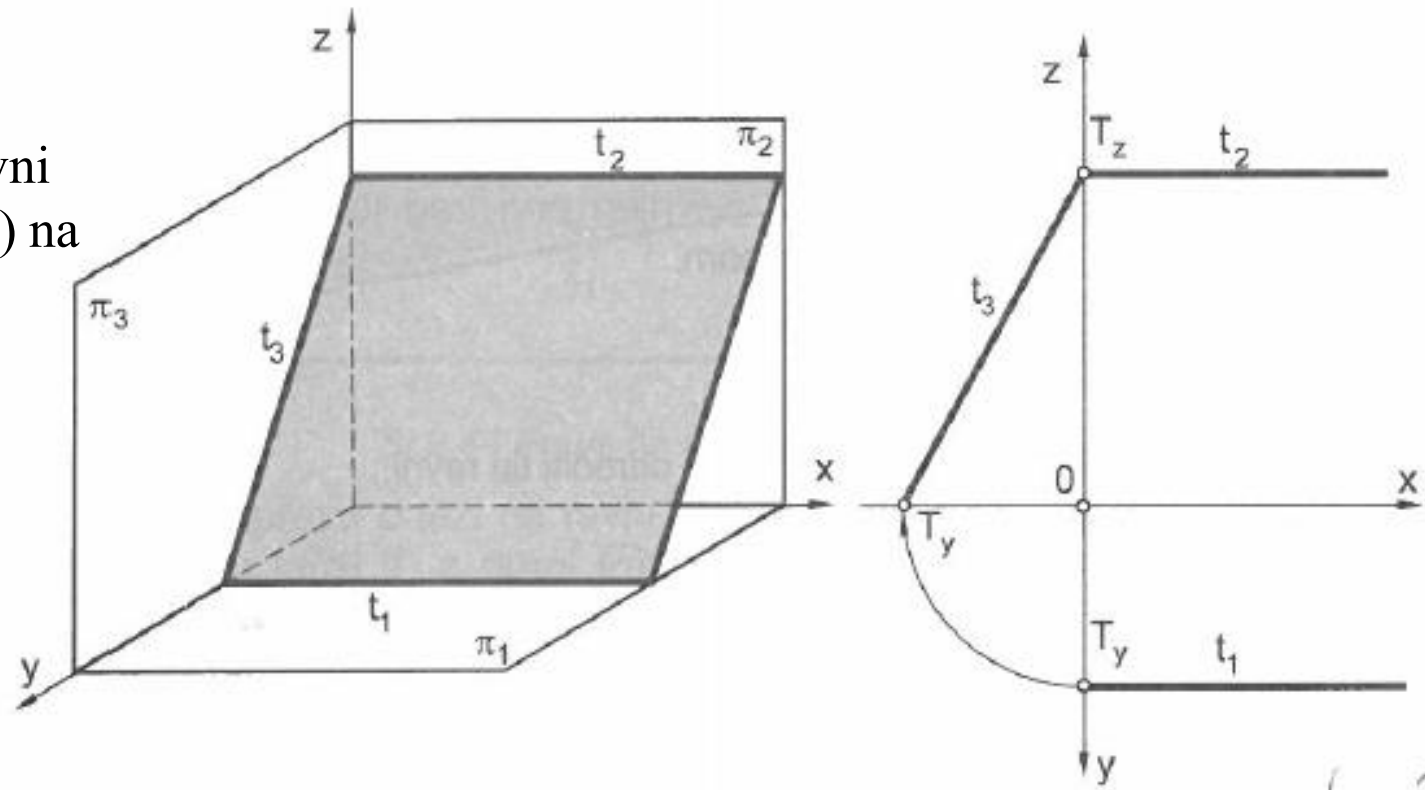
**Druga zračna (projektana)  
ravan je okomita na  $\pi_2$   
 $\tau (T_x, \infty, T_z)$**

Sve što je u drugoj zračnoj ravni  
ima nacrt (drugu projekciju) na  
drugom tragu  $t_2$ .

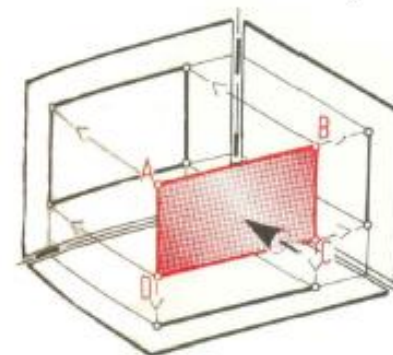
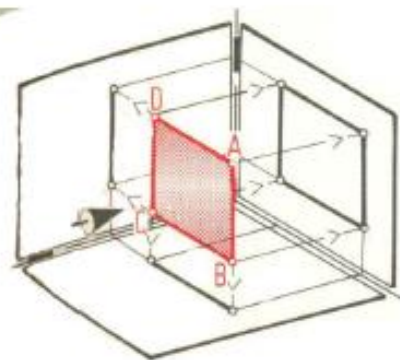
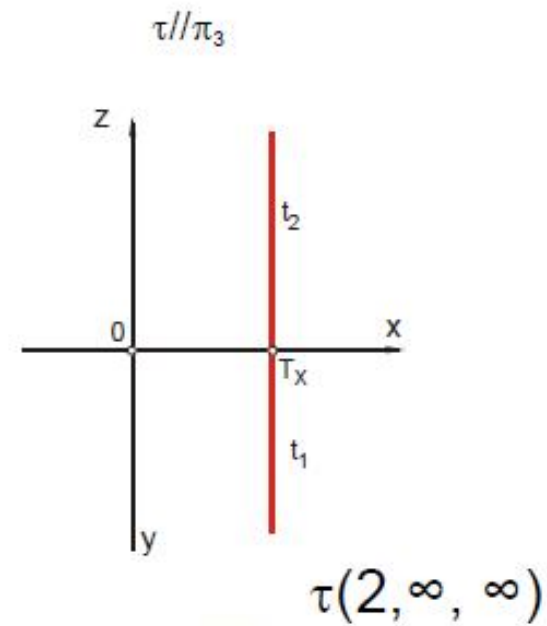
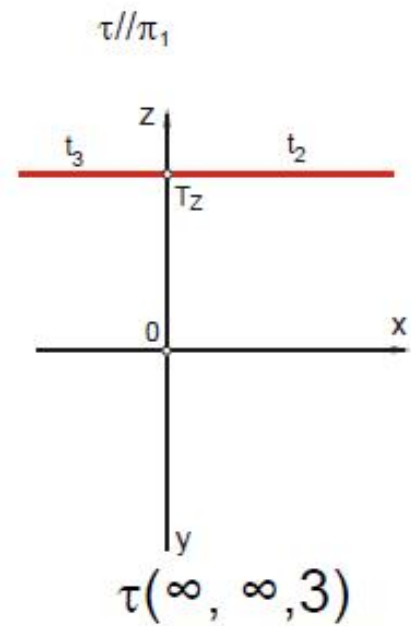
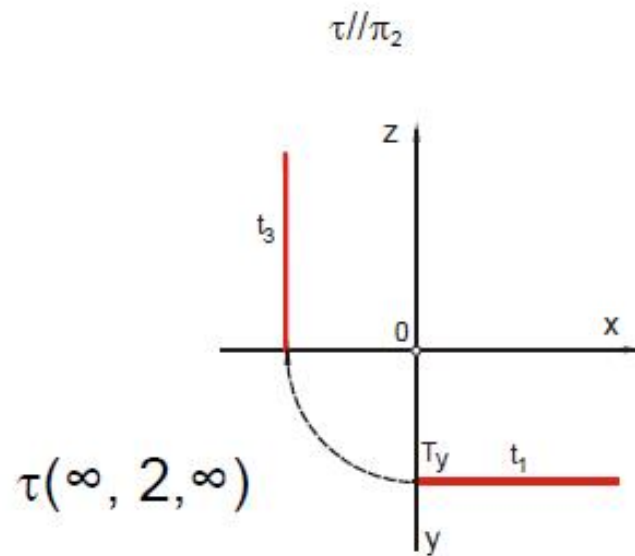


**Treća zračna (projektna)  
ravan je okomita na  $\pi_3$   
 $\tau (\infty, T_y, T_z)$**

Sve što je u trećoj zračnoj ravni  
ima bokocrt (treću projekciju) na  
trećem tragu  $t_3$ .



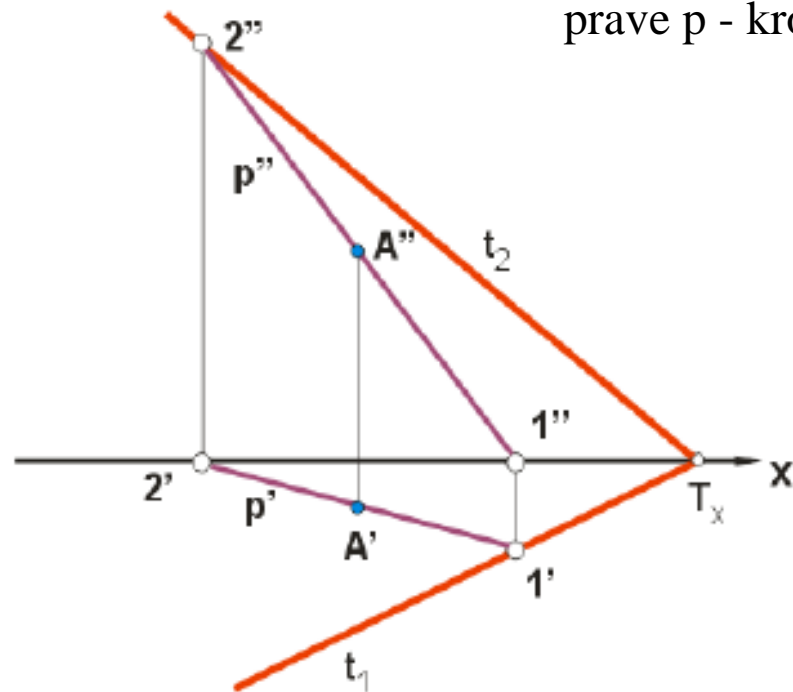
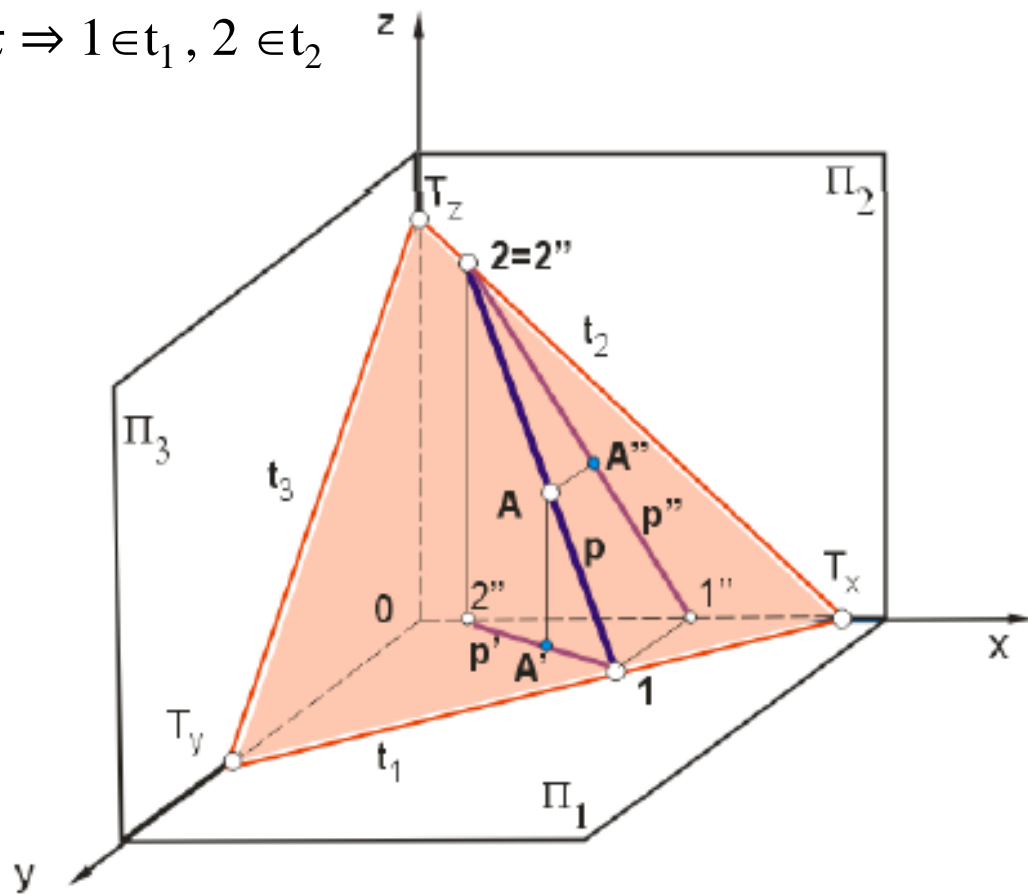
## Ravni paralelne sa projekcijskim ravnima





# TAČKA I PRAVA U RAVNI

$p \in \tau \Rightarrow 1 \in t_1, 2 \in t_2$



$1' = 1$  – prvi prodor prave  
 $p$  - kroz ravan H

$2'' = 2$  – drugi prodor  
 prave  $p$  - kroz ravan F

Prava u ravni može biti u proizvoljnom i specijalnom položaju. Prava je u specijalnom položaju ako je paralelna sa tragom ili okomita na trag.

*Prava leži u ravni ako su njeni prodori kroz projekcijske ravni na tragovima te ravni.*

Ako je tačka A u ravni onda je ona i na svakoj pravoj koja je u ravni, a prolazi tom tačkom.

## Specijalne prave u ravni

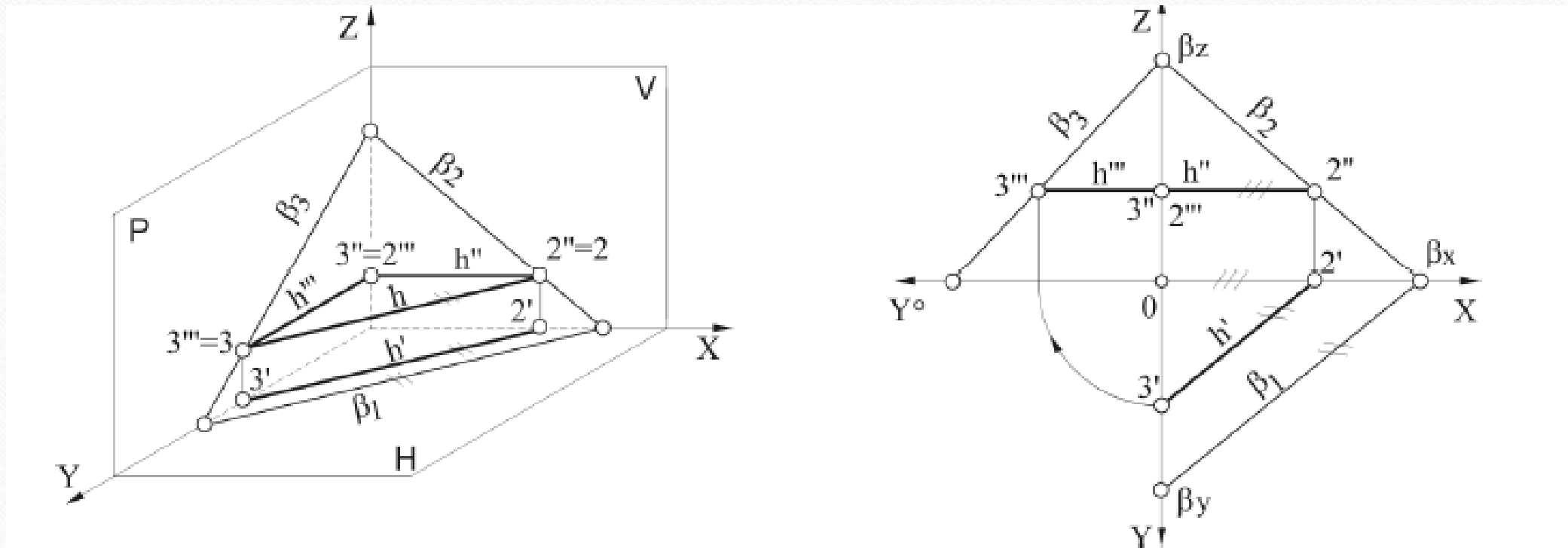
Specijalne prave u ravni su one prave koje su paralelne ili upravne na tragove ravni.

Prava koja je u ravni i paralelna sa jednim tragom naziva se **SUTRAŽNICA**.

Prava koja je u ravni i upravna na jedan trag ravni naziva se **NAGIBNICA**.

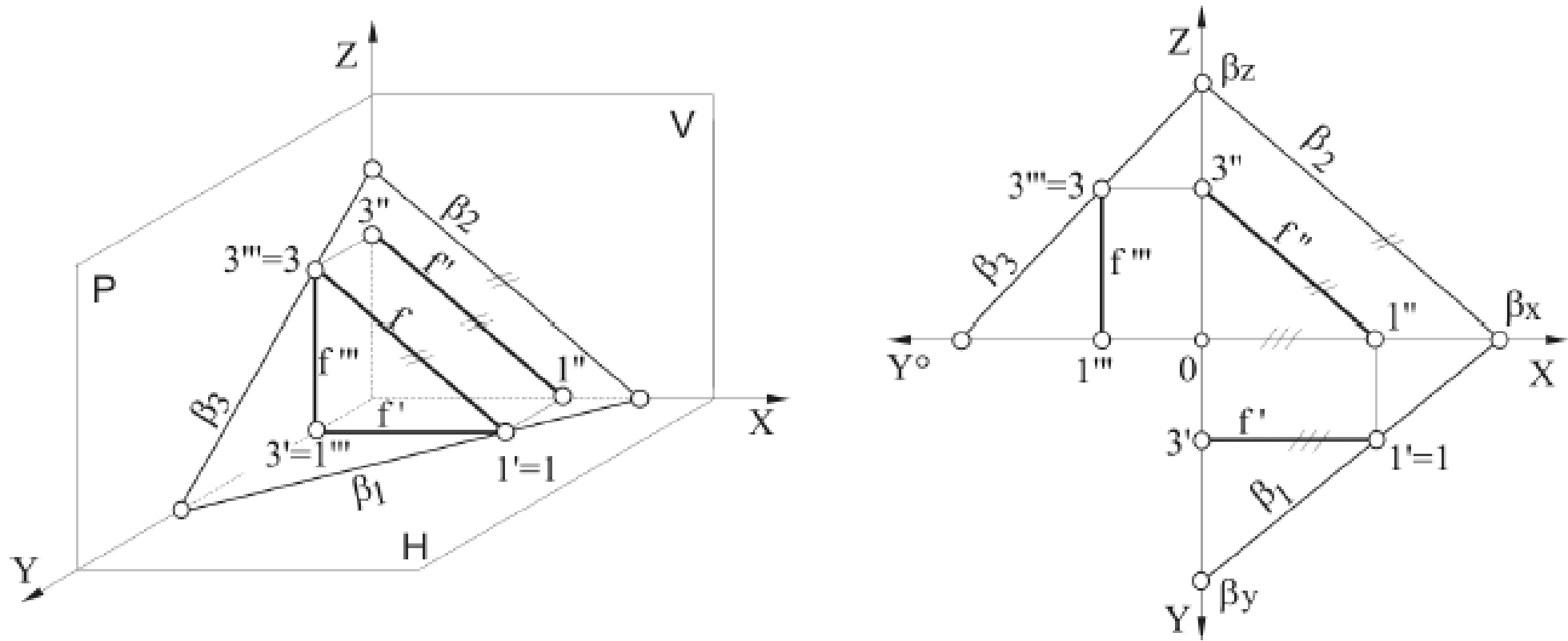


Prva sutražnica **horizontala – h** paralelna je sa prvim tragom  $t_1$ , a to znači da je paralelna sa ravni  $\pi_1$ , pa joj je druga projekcija  $h''$  paralelna sa x – osom, a treća  $h'''$  sa y-osom.



**$h'$  je paralelna sa prvim  
tragom**

Druga sutražnica **frontala** – **f** paralelna je sa drugim tragom  $t_2$ , a to znači da je paralelna sa ravni F, pa joj je prva projekcija  $f'$  paralelna sa x – osom, a treća  $f'''$  sa z-osom.



**$f''$  paralelna sa drugim  
tragom**

Treća sutražnica **profila – p** paralelna je sa trećim tragom  $t_3$ , a to znači da je paralelna sa ravni  $\pi_3$ , pa joj je prva projekcija  $p'$  paralelna sa  $y$  – osom, a druga  $p''$  sa  $z$ -osom.

Kada treba odrediti projekcije tačke u ravni najjednostavnije je koristiti sutražnice.

Primjer: Data je ravan  $\tau$  (4, 5, 6). Odrediti ordinatu  $z$  tačke  $A(2, 1, ?)$  koja leži u ravni  $\tau$  :

- a) pomoću horizontale
- b) koristeći frontalnu zadate ravni
- c) Odrediti  $y$  i ordinatu tačke  $B(-1, ?, 5.5)$  koja leži u datoj ravni
- d) Odrediti tačke prodora prave  $p=AB$  kroz projekcijske ravni



