

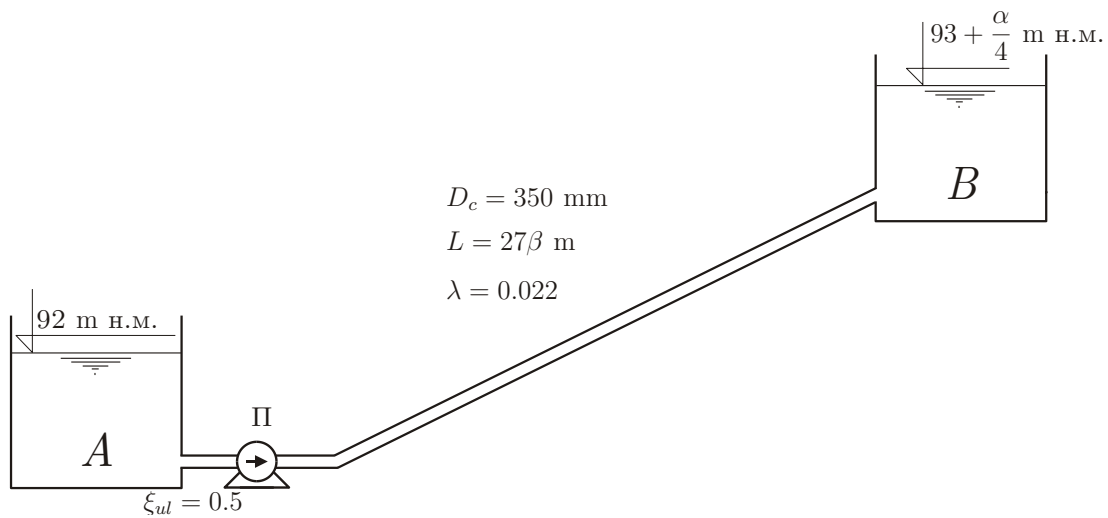
**Задатак 2.1**

*Одређивање радне тачке пумпе*

Из резервоара "А" вода се пумпом потискује у резервоар "В". Дужина цевовода је  $27\beta$  m. Пречник цеви је 350 mm, а коефицијент трења усвојити да је константан и једнак  $\lambda = 0.022$ . Карактеристика пумпе може се изразити једначином:

$$H_p = 100 + 12 Q - 300 Q^2$$

Коефицијент локалног губитка енергије на улазу у цев је  $\xi_{ul} = 0.5$ . За податке на скици потребно је одредити радну тачку пумпе графичком методом.



**Задатак 2.2**

*Одређивање радне тачке пумпе*

За цевовод и пумпу из претходног задатка, одредити радну тачку применом методе *Regula falsi*.

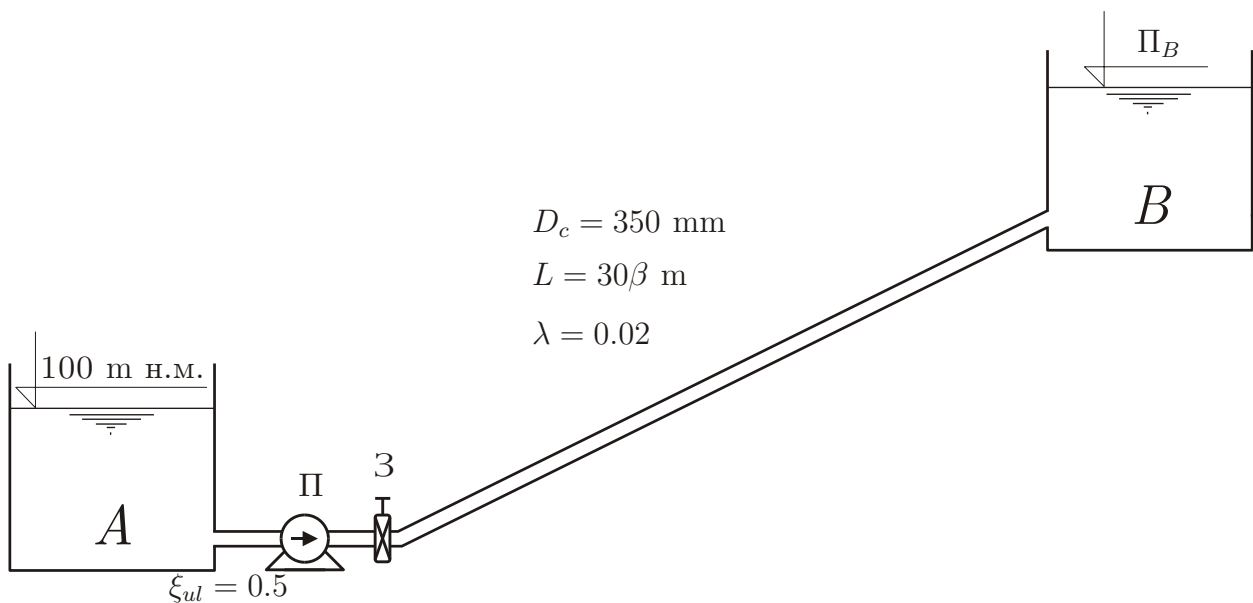
Домаћи 2	Пумпа
----------	-------

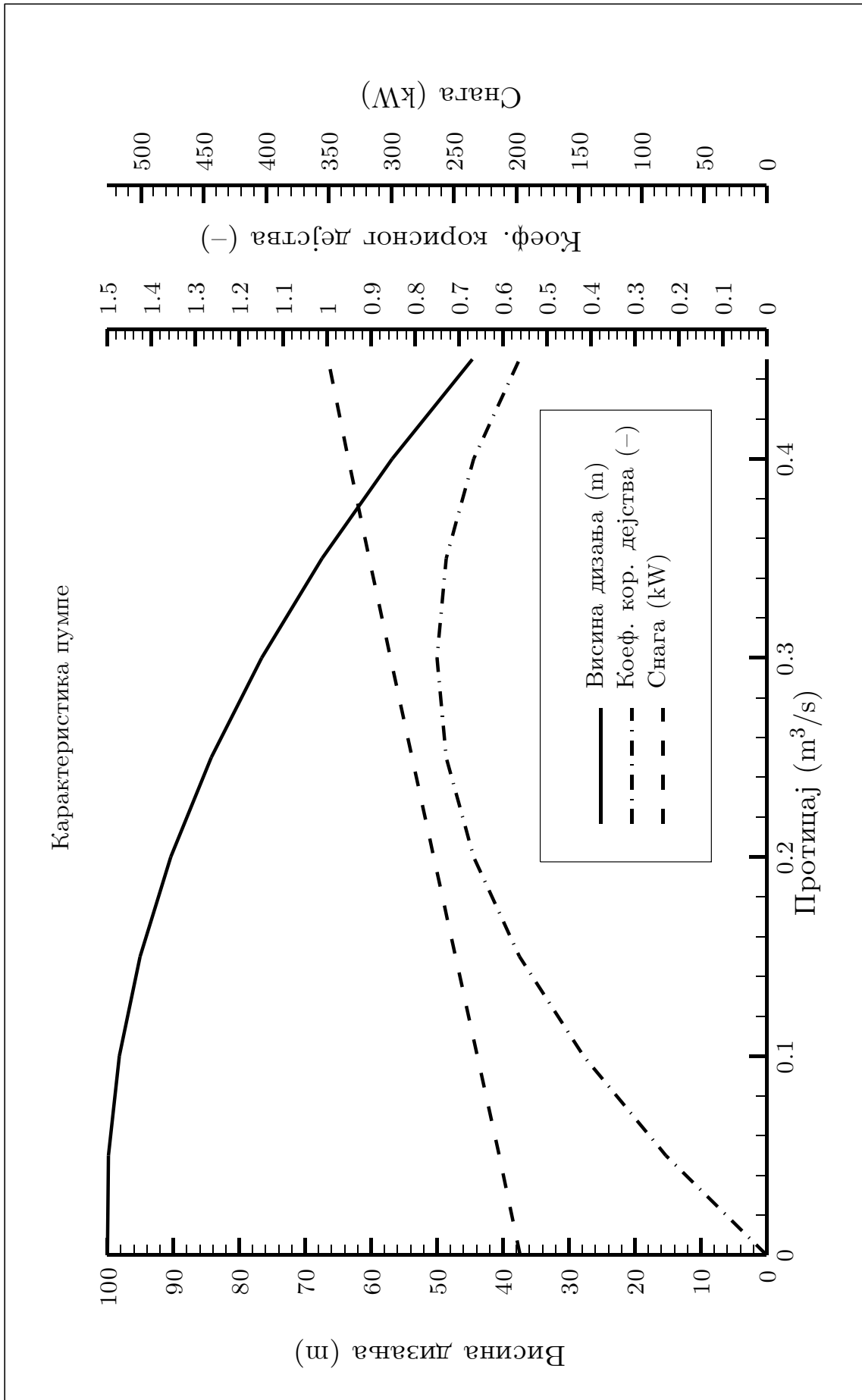
Из резервоара "А" вода се пумпом потискује у резервоар "В". Дужина цевовода је  $30\beta$  m, а пречник цеви је 350 mm. Претпоставити да је коефицијент трења  $\lambda = 0.02$ , константан. Карактеристика пумпе може се изразити једначином:

$$H_p = 85 + 10Q - 250Q^2$$

Непосредно иза пумпе "П" уграђен је затварач "З". Коефицијент локалног губитка енергије на улазу у цевовод је  $\xi_z = 0.5$ , а на затварачу је  $\xi_z = 10$ . За податке као на скици, потребно је:

1. нацртати зависност протицаја од коте нивоа у резервоару "В"
2. на једном дијаграму приказати карактеристику пумпе и карактеристике цевовода за случајеве када је кота у резервоару "В":  $\Pi_B = (100 - \alpha)$  m н.м,  $\Pi_B = 100$  m н.м. и  $\Pi_B = (100 + \alpha)$  m н.м.
3. уколико је ниво у резервоару "В"  $\Pi_B = (100 + \alpha)$  m н.м доцртати на дијаграму из претходне тачке карактеристике цевовода за  $\xi_z = 10$  и  $\xi_z = 50$ . Упоредити радне тачке које се добијају у једном и другом случају.
4. користећи приложени дијаграм за пумпу  $\eta(Q)$ , срачунати ангажовану снагу пумпе за случај када је  $\Pi_B = (100 + \alpha)$  m н.м. и  $\xi_z = 10$ .

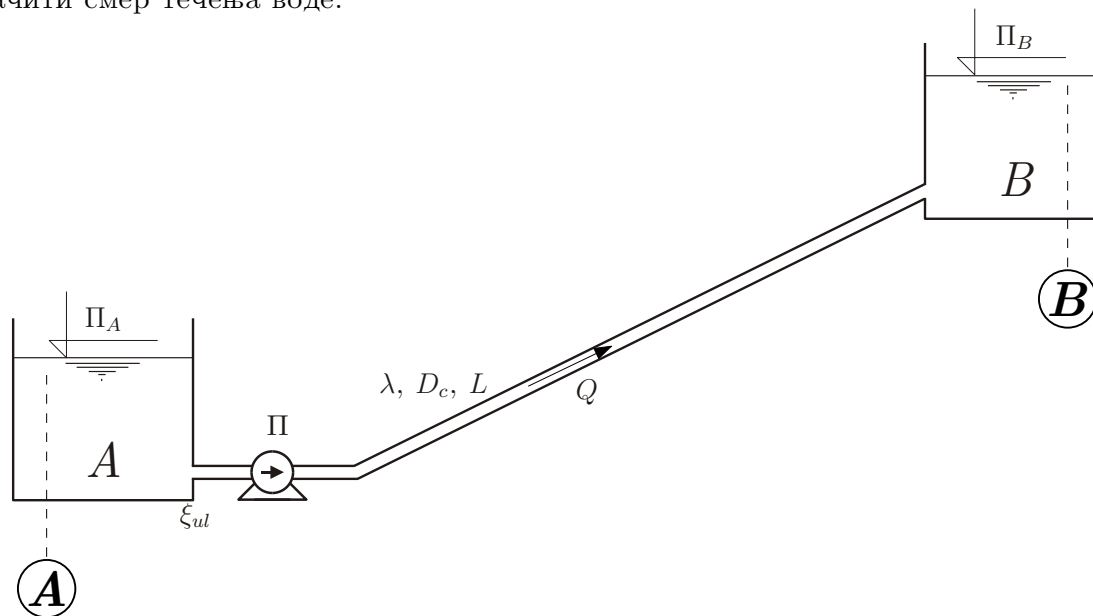




Објашњења задатака

**Задатак 2.1**

Да би урадили овај задатак, потребно је нацртати скицу и на њој уписати своје вредности и означити смер течења воде.



Слика 1: Скица са ознакама које ће бити коришћене у задатку

Задатак се решава применом Бернулијеве једначине коју пишемо за флуидни делић који креће из пресека у резервоару **A** и стиже до пресека у резервоару **B**. Будући да је на цевовод прикључена пумпа, она се у Бернулијевој једначини уписује уз губитке енергије и има негативан предзнак<sup>1</sup>:

$$E_A = E_B + \Delta E_{A-B} - H_p,$$

где је  $H_p$  – енергија по јединици тежине коју пумпа предаје флуиду. Како је брзинска висина воде у резервоарима занемарљива у односу на брзинску висину воде у цеви, из претходне једначине добијамо:

$$П_A = П_B + \left( \xi_{ul} + \lambda \frac{L}{D_c} + 1 \right) \frac{Q^2}{2gA_c^2} - H_p = П_B + R_C Q^2 - H_p$$

Ова једначина се може написати у следећем облику:

$$H_p = K_c, \tag{1}$$

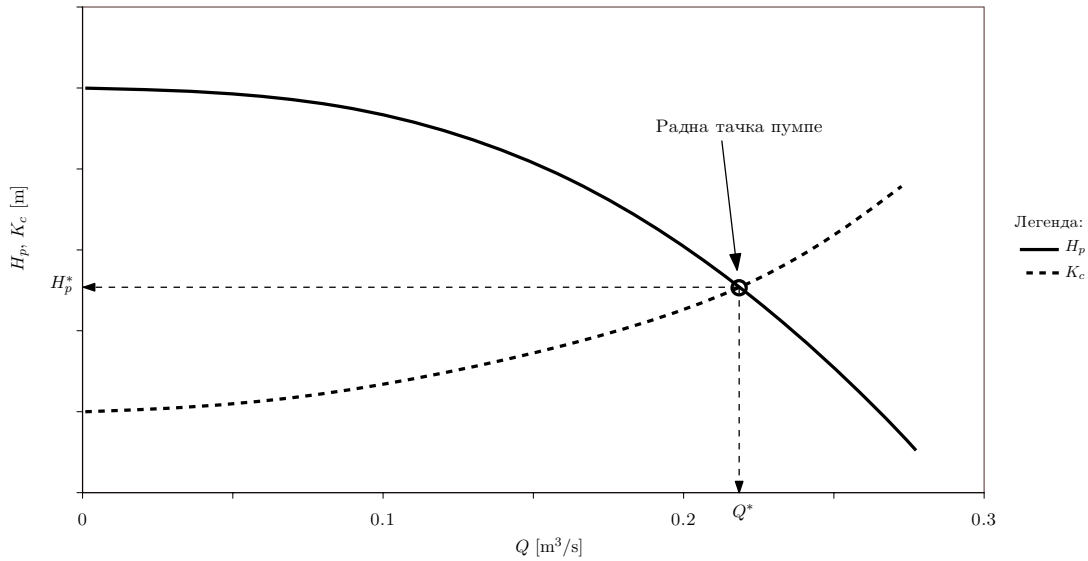
при чему се величина  $K_c = П_B - П_A + R_C Q^2$  назива карактеристика цевовода. Ова величина представља количину енергије коју пумпа треба да дода флуиду. Да бисмо одредили вредност протицаја кроз цевовод, потребно је карактеристику пумпе и карактеристику цевовода нацртати на истом графику. Тражена вредност протицаја  $Q^*$ , се добија у пресеку ове две криве.

<sup>1</sup>Пумпа је хидрауличка машина која додаје енергију флуиду

Одређивање радне тачке пумпе

$$R_Q : 10 \text{ cm} \simeq 1 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$R_H : 20 \text{ cm} \simeq 1 \text{ m}$$



Слика 2: График за одређивање радне тачке пумпе

**Задатак 2.2**

У овом задатку ћемо видети да је претходни проблем могуће решити и нумерички. Решење ћемо наћи тако што ћемо задатак свести на тражење нуле функције. Да бисмо то урадили потребно је да напишемо функцију:

$$F(Q) = H_p - K_c, \tag{2}$$

Да бисмо задовољили једначину (1), морамо наћи такво  $Q^*$  да буде испуњено:

$$F(Q^*) = 0, \tag{3}$$

**Метода Regula falsi:** Ова метода се примењује на интервалу ограниченог тачкама  $a_0$  и  $b_0$ . Њихове вредности бирамо тако да је знак функције у овим тачкама различит (што значи да се унутар овог интервала налази бар једна нула). Овај услов се може математички изразити на следећи начин<sup>2</sup> (што значи да се унутар овог интервала налази бар једна нула). На слици 3 вредност ове функције у тачки  $a_0$  је негативна, а у  $b_0$  је позитивна. Следећи корак је да конструишемо праву која пролази кроз тачке  $(a_0, F(a_0))$  и  $(b_0, F(b_0))$ . Вредност за коју ова линија сече апсцису ћемо означити са  $Q_0$ , и може се показати да је њена вредност једнака:

$$Q_0 = a_0 - F(a_0) \frac{b_0 - a_0}{F(b_0) - F(a_0)} \tag{4}$$

Након што смо одредили ову вредност, границе новог интервала  $[a_1, b_1]$  опет усвајамо да на њему функција мења знак при чему једна граница има вредност  $Q_0$ . То се може написати у следећој форми:

<sup>2</sup>математички се овај услов може написати  $sign(F(a_0)) \neq sign(F(b_0))$ , где је:

$$sign(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ -1, & x \leq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

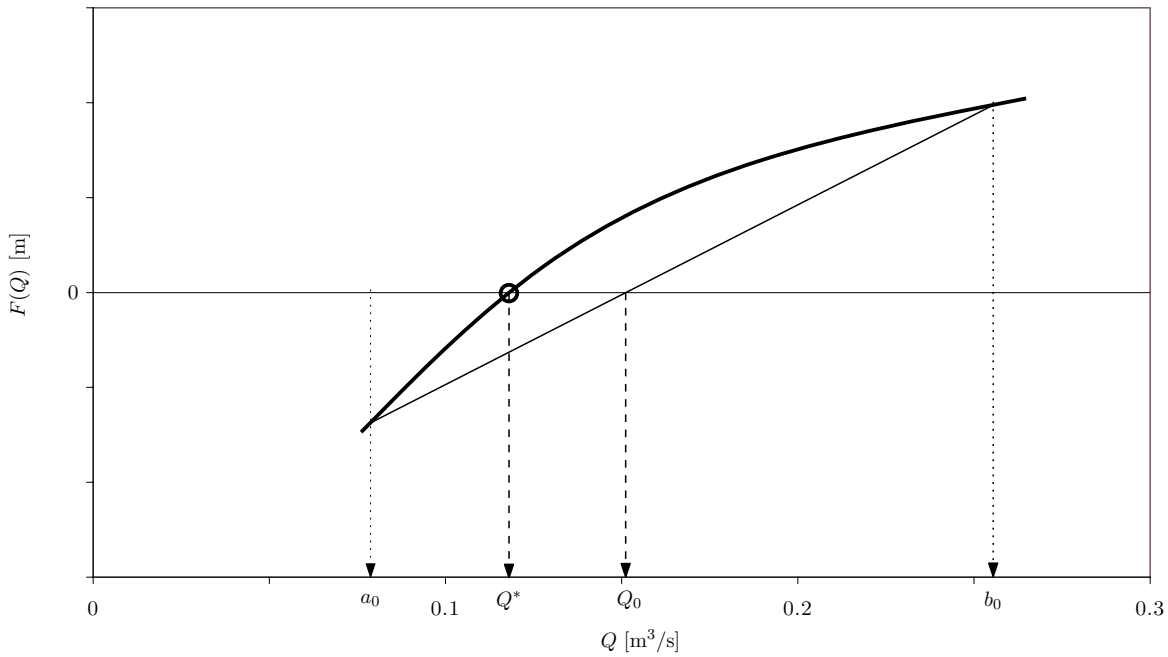
$$a_1 = \begin{cases} a_0, & \text{sign}(F(a_0)) \neq \text{sign}(Q_0) \\ Q_0, & \text{sign}(F(a_0)) = \text{sign}(Q_0) \end{cases} \quad (5)$$

$$b_1 = \begin{cases} Q_0, & \text{sign}(F(b_0)) = \text{sign}(Q_0) \\ b_0, & \text{sign}(F(b_0)) \neq \text{sign}(Q_0) \end{cases} \quad (6)$$

Одређивање радне тачке пумпе методом *Regula falsi*

$$R_Q : 10 \text{ cm} \simeq 1 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$R_{F(Q)} : 20 \text{ cm} \simeq 1 \text{ m}$$



Слика 3: Објашњење методе *Regula falsi*

Након одређивања новог интервала конструише се права кроз тачке  $(a_1, F(a_1))$  и  $(b_1, F(b_1))$  и одређујемо вредност  $Q_1$ . После  $n$  корака, може се написати да је:

$$Q_n = a_n - F(a_n) \frac{b_n - a_n}{F(b_n) - F(a_n)}$$

Да бисмо видели колико смо се приближили траженој вредности нуле  $Q^*$ , израчунаћемо грешку:

$$\varepsilon = \frac{|Q_i - Q_{i-1}|}{Q_i} \cdot 100,$$

и уколико је она већа од 3% понављамо поступак, у супротном ћемо за "тачну" вредност протицаја узети вредност  $Q_i$ . Прорачун спровести табеларно (види пример табеле 1).

Табела 1: Одређивање вредности протицаја применом методе *Regula falsi*

i	$a_i$ [m³/s]	$F(a_i)$ [m]	$b_i$ [m³/s]	$F(b_i)$ [m]	$Q_i$ [m³/s]	$\varepsilon$ [%]
0						
1						

Након што одредимо вредност протицаја и висине дизања пумпе, снага пумпе се одређује помоћу следећег израза:

$$S_p = \frac{\rho g Q H_p}{\eta} \quad (7)$$

## Домаћи 2

Задатак се решава применом знања стеченог у претходна два задатка. При раду користити следеће смернице:

1. Нацртати зависност промене протицаја од коте нивоа у резервоару **"B"**, користити следеће вредности нивоа:
  - $P_B = 100$  m н.м. (решење наћи применом методе Regula falsi)
  - $P_B = (100 \pm \alpha)$  m н.м. (решење наћи аналитички)
  - $P_B = (100 \pm 2\alpha)$  m н.м. (решење наћи аналитички)
2. Дијаграме са карактеристикама нацртати на посебном листу милиметарског папира формата А4

**НАПОМЕНА:** Сваки цртеж и график мора садржати наслов и хоризонталну и вертикалну размеру. Свака табела мора имати наслов (као у објашњењима).