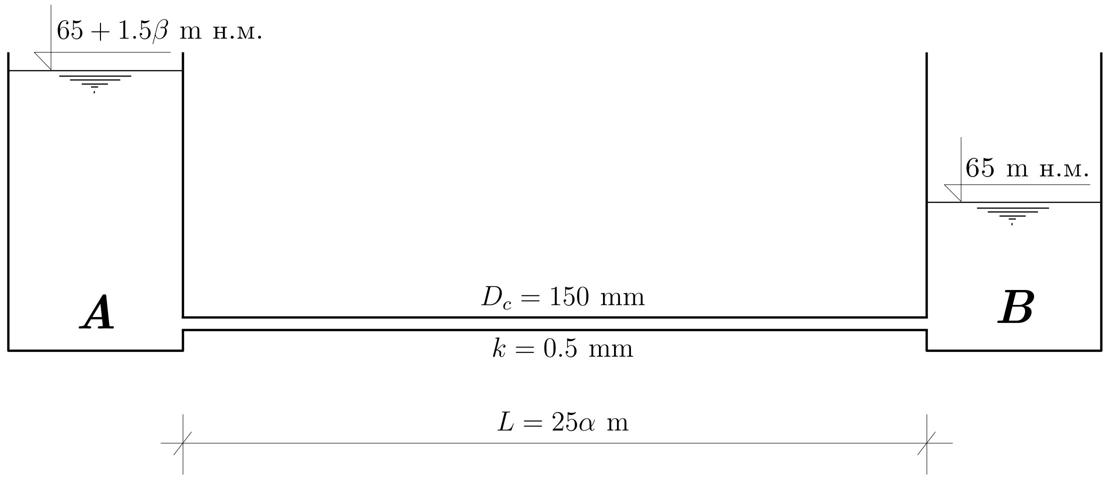
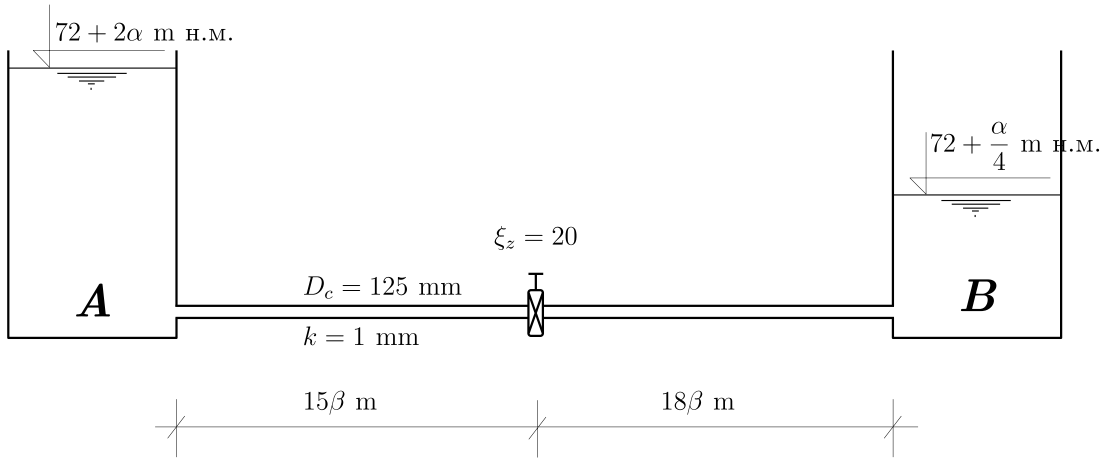
Задатак 1.1 — *Прорачун линијских отпора*

Цевовод дужине $L = 25\alpha$ m и пречника $D = 150$ mm спаја резервоаре велике запремине, ***"A"*** и ***"B"***. У резервоарима се одржавају константни нивои. За апсолутну храпавост цеви $k = 0.5$ mm одредити протицај цевоводом (приближно решење одредити помоћу методе просте замене).
НАПОМЕНА: У прорачуну занемарити све локалне губитке.



Задатак 1.2 — *Прорачун линијских и локалних отпора*

Цевовод дужине $L = 33\alpha$ m, пречника $D = 125$ mm и апсолутне храпавости $k = 1$ mm спаја резервоаре велике запремине, ***"A"*** и ***"B"***. На цевоводу се налази затварач. Коефицијенти локалних губитка износе: на затварачу $\xi_z = 20$, на улазу у цев $\xi_{ul} = 0.5$ а на излазу из цеви $\xi_{izl} = 1$. За податке на скици потребно је одредити протицај кроз цевовод и нацртати у погодној размери енергетску и пијезометарску линију.
НАПОМЕНА: У прорачуну претпоставити да је у цеви остварено течење турбулентно у храпавим цевима.



Домаћи 1 | *Прорачун линијских и локалних отпора*

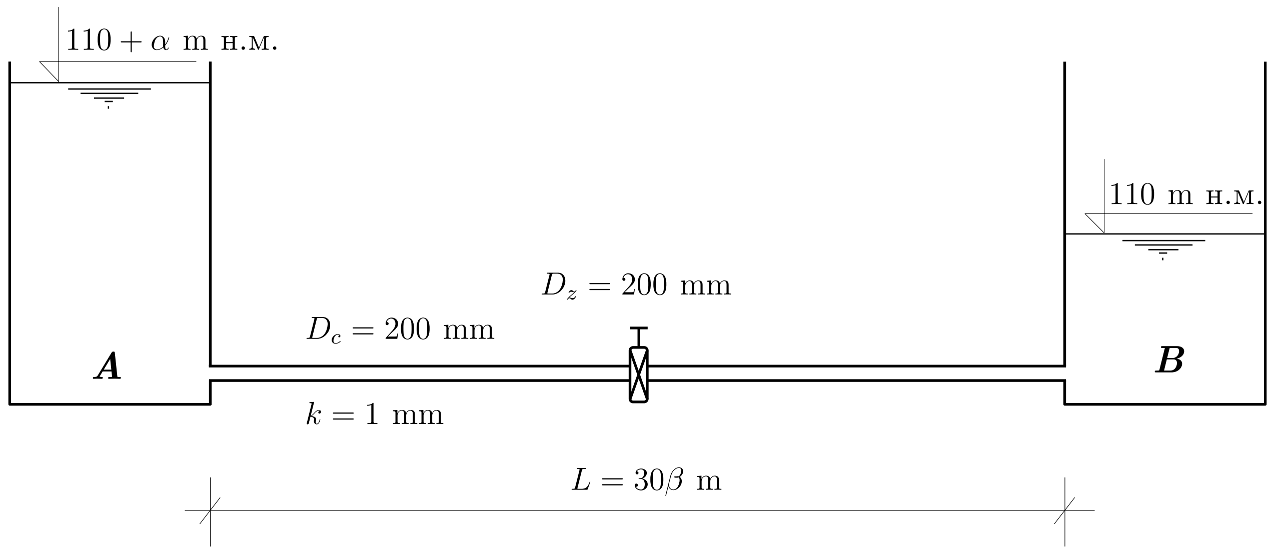
Резервоари велике запремине, ***"A"*** и ***"B"***, спојени су помоћу цеви дужине 30β m и пречника 200 mm. У резервоарима се одржава константан ниво. На средини цеви се налази затварач пречника $D_z = 200$ mm. Коефицијент локалног губитка на затварачу ξ_z, дат је у зависности од степена отворености затварача у табели 1.

Табела 1: *Карактеристика затварача*

степен отворености n	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
ξ_z	1000	220	30	6.0	2.5	2.0

За податке као на скици, потребно је:

- Нацртати функционалну зависност протицаја Q од степена отворености затварача
- Нацртати у погодној размери пијезометарску и енергетску линију за отворености затварача: 0.1, 0.4 и 1.0



Рекапитулација основних једначина

Једначина континуитета

$$\sum Q_{ul} = \sum Q_{izl}, \tag{1}$$

где је:
$Q = VA$ – протицај [m^3/s],
V – брзина течења [m/s],
A – површина протицајног пресека.

Динамичка једначина

$$\sum(\overrightarrow{P} + \overrightarrow{I} + \overrightarrow{G} + \overrightarrow{T} + \overrightarrow{K}) = 0 \tag{2}$$

Енергетска (Бернулијева) једначина

$$E_A = E_B + \Delta E_{A-B} \tag{3}$$

У једначини (3) су уведене следеће ознаке:
E_A, E_B – енергија по јединици тежине у пресеку $\boldsymbol{A}$, односно у пресеку $\boldsymbol{B}$
ΔE_{A-B} – губитак енергије по јединици тежине између пресека A и B

Енергија у једном пресеку се може израчунати на следећи начин:

$$E = \frac{p}{\rho g} + Z + \frac{V^2}{2g} = \Pi + \frac{V^2}{2g}, \tag{4}$$

где су:
Π – потенцијална енергија по јединици тежине [m]
$\frac{V^2}{2g}$ – брзинска висина [m]

Губици енергије се могу поделити у две групе:

- линијски

$$\Delta E_{lin} = \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \tag{5}$$

- локални

$$\Delta E_{lok} = \xi_{lok} \frac{V^2}{2g} \tag{6}$$

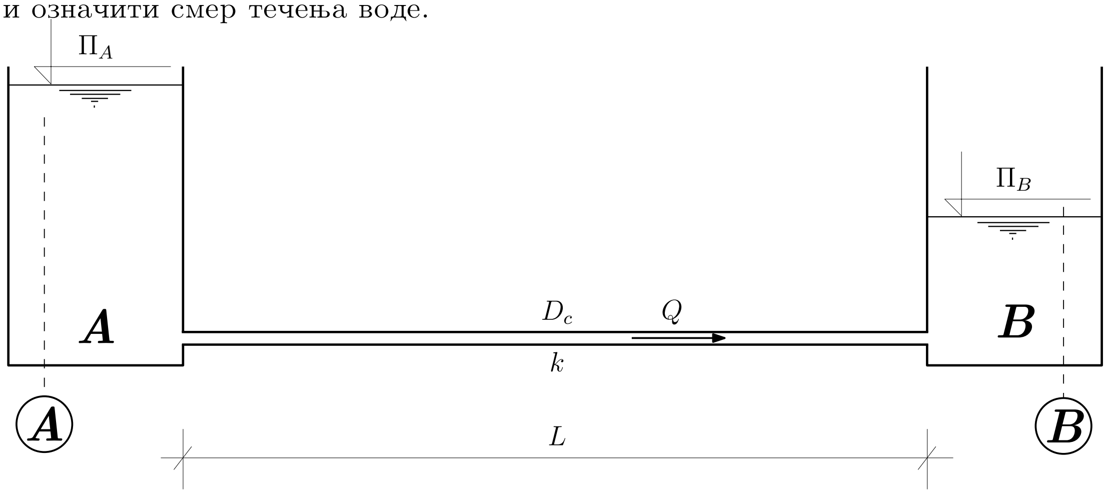
У општем случају, губитак енергије се може написати на следећи начин:

$$\Delta E_{A-B} = \sum_i \xi_{lok,i} \frac{V_i^2}{2g} + \sum_j \lambda_j \frac{L_j}{D_j} \frac{V_j^2}{2g}$$

Објашњења задатака

Задатак 1.1

Да би урадили овај задатак, потребно је нацртати скицу и на њој уписати своје вредности и означити смер течења воде.



Слика 1: Скица са ознакама које ће бити коришћене у задатку

Задатак се решава применом Бернулијеве једначине (3) коју пишемо за флуидни делић који креће из пресека у резервоару $\boldsymbol{A}$ и стиже до пресека у резервоару $\boldsymbol{B}$:

$$E_A = E_B + \Delta E_{A-B}$$

Будући да су брзине воде у резервоарима вишеструко мање од брзина у цевоводима, брзинску висину у резервоарима можемо занемарити. Овом апроксимацијом добијамо да је енергија воде у резервоару једнака:

$$E_{rez} = \Pi_{rez} + \underbrace{\frac{V_{rez}^2}{2g}}_{\approx 0} \approx \Pi_{rez}$$

Пошто је условима задатка назначено да се не узимају у обзир локални губици, добијамо:

$$\Delta E_{A-B} = \lambda \frac{L}{D_c} \frac{V^2}{2g}$$

Ако искористимо везу између средње брзине и протицаја, добијамо следећи израз за брзинску висину:

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{Q^2}{2gA_c^2},$$

при чему је $A_c = \dfrac{D_c^2 \pi}{4}$. Коришћењем ових поједностављења, добијамо следећи израз:

$$\Pi_A = \Pi_B + \lambda \frac{L}{D_c} \frac{Q^2}{2gA_c^2} \tag{7}$$

Дарси – Вајсбахов коефицијент трења се може израчунати на следећи начин:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.71D} + \frac{5.17}{\mathrm{Re}^{0.89}} \right), \tag{8}$$

а Рејнолдсов број помоћу израза[1]:

$$\mathrm{Re} = \frac{VD_c}{\nu} = \frac{4Q}{D_c \pi \nu} \tag{9}$$

Једначину (7) није могуће добити аналитички, па ћемо приближно решење тражити нумерички помоћу методе просте замене.

Метода просте замене (метода простих итерација):

Прво ћемо претпоставити вредност протицаја (у зависности од тога колико добро је претпостављен протицај, зависи колико рачунских корака ћемо имати). Најједноставније је узети следећу вредност:

$$Q_0 = A_c \cdot 1\mathrm{m/s}$$

Ако ову вредност убацимо у једначину (9) добијамо Re_0, затим помоћу Re_0 и једначине (8) добијамо λ_0. Будући да смо добили вредност коефицијента трења, можемо одредити тачнију вредност протицаја (означимо је са Q_1) коришћењем λ_0 и израза (7). Да бисмо видели колико смо погрешили у претпоставци, израчунаћемо релативну грешку за протицај:

$$\varepsilon = \frac{|Q_0 - Q_1|}{Q_1} \cdot 100$$

и уколико је она већа од 3%, почетну претпоставку за протицај ћемо поправити тако што ћемо узети протицај Q_1 и поновити претходни поступак. Поступак понављамо док не задовољимо услов $\varepsilon < 3\%$. Наведени поступак можемо обавити у табели:

Табела 1: *Одређивање вредности протицаја применом методе замене*

i	Q_i	λ_i	$\mathrm{Re_i}$	Q_{i+1}	ε
0	$A_c \cdot$ 1 m/s	(9)	(8)	(7)	
1		(9)	(8)	(7)	

Задатак 1.2

Све претходно, може се применити у овом задатку са том разликом што се једначина за губитак енергије може написати на следећи начин:

$$\begin{aligned}\Delta E_{A-B} &= \xi_{ul}\frac{V^2}{2g} + \lambda\frac{L_1}{D_c}\frac{V^2}{2g} + \xi_z\frac{V^2}{2g} + \lambda\frac{L_2}{D_c}\frac{V^2}{2g} + \xi_{izl}\frac{V^2}{2g} = \left(\xi_{ul} + \lambda\frac{L_1}{D_c} + \xi_z + \lambda\frac{L_2}{D_c} + \xi_{izl}\right)\frac{V^2}{2g} \\ &= \left(\xi_{ul} + \lambda\frac{L}{D_c} + \xi_z + \xi_{izl}\right)\frac{V^2}{2g}\end{aligned}$$

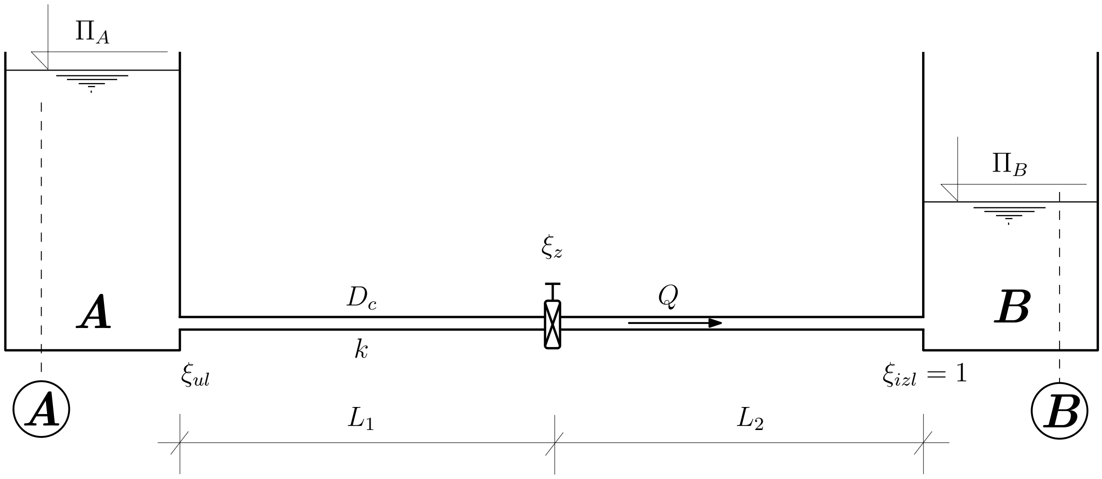
Ако искористимо везу између протицаја и средње брзине, губитак енергије можемо написати у скраћеној форми:

$$\Delta E_{A-B} = R_c Q^2,$$

при чему је:

$$R_c = \frac{\sum \xi + \lambda \dfrac{L}{D_c}}{2gA_c^2}$$

[1] Усвојити да је вредност кинематске вискозности $\nu = 10^{-6} \quad \mathrm{m^2/s}$



Слика 2: Скица са ознакама које ће бити коришћене у задатку

Условима задатка је речено да се може претпоставити да се остварује турбулентно течење у храпавим цевима, што значи да се Дарси – Вајсбахов коефицијент трења израчунава на следећи начин:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{k}{3.71D}\right)$$

Из наведеног се може видети да је са променом протицаја коефицијент трења остаје константан. Када напишемо Бернулијеву једначину за флуидни делић који креће из пресека ***A*** и стиже до пресека ***B***, добијамо следеће[2]:

$$\Pi_A = \Pi_B + R_c Q^2 \tag{10}$$

Ово је квадратна једначина и може се решити аналитички и због тога је погодна за илустрацију примене Њутнове методе за назажење нула функције. Наиме, функцију за коју тражимо нулу добијамо из (10):

$$F(Q) = \Pi_B - \Pi_A + R_c Q^2 \tag{11}$$

Њутнова метода (метода тангенте):

$$Q_{i+1} = Q_i - \frac{F(Q_i)}{F'(Q_i)}, \tag{12}$$

где је:
Q_i и Q_{i+1} – вредност протицаја у *i* и *i+1* итерацији,
$F'(Q_i) = 2\,R_c\,Q$ – извод функције $F(Q_i)$ по промењљивој Q.

За почетну вредност протицаја узети протицај који се добија за брзину од 1 m/s[3]. Прорачун спровести табеларно:

Табела 2: *Одређивање вредности протицаја применом Њутнове методе*

i	Q_i	$F(Q_i)$	$F'(Q_i)$	Q_{i+1}	ε
0	$A_c \cdot$ 1 m/s	(9)	(8)	(7)	
1		(9)	(8)	(7)	

[2] види објашњење претходног задатка
[3] Види начин на који је усвојена почетна вредност протицаја у методи просте замене

<u>Домаћи 1</u>

Задатак се решава применом знања стеченог у претходна два задатка. При раду користити следеће смернице:

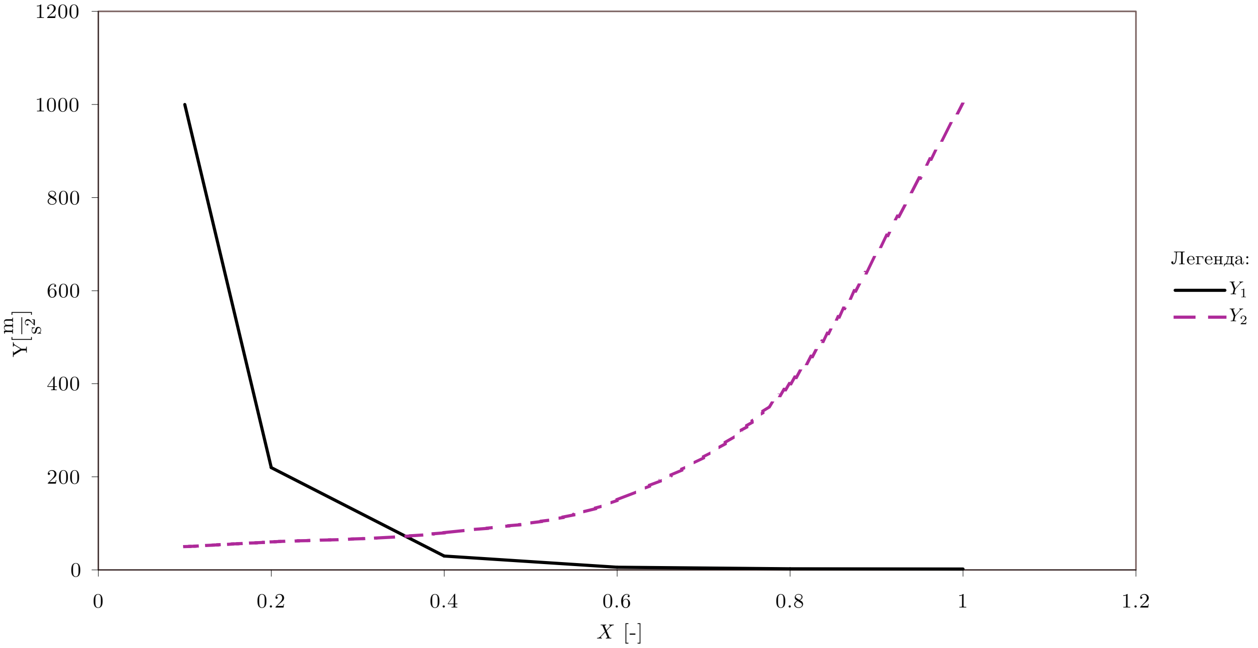
1. Нацртати зависност промене коефицијента локалног губитка на затварачу од отворености на милиметарском папиру
2. Претпоставити да је течење турбулентно у храпавим цевима при свим отвореностима затварача
3. За све вредности отворености затварача из табеле, вредност протицаја одредити:
   - применом методе просте замене за отвореност $n = 0.2$,
   - применом Њутнове методе за отвореност $n = 0.6$,
   - аналитички за остале отворености.
4. Нацртати зависност промене протицаја од отворености затварача на милиметарском папиру
5. На једном листу А3 формата нацртати у погодној размери енергетске и пијезометарске линије за тражене отворености

НАПОМЕНА: Сваки цртеж и график мора садржати наслов и хоризонталну и вертикалну размеру. Свака табела мора имати наслов (као у објашњењима).

Пример графика

R_X :1 ≏10 cm

R_Y :$1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ ≏20 cm



Слика 3: Пример графика