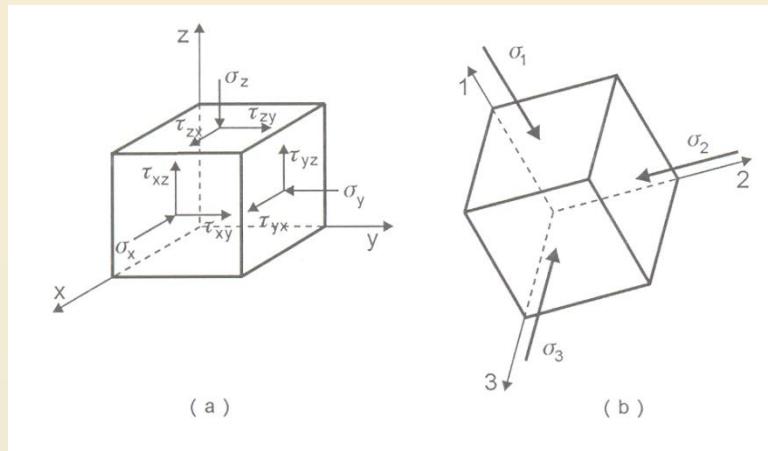


NAPONI I DEFORMACIJE

UVOD

Na slici (a) je prikazan opšti slučaj stanja napona u tački. Na svaku površ elementarne kocke djeluje normalni i smičući naponi na šest ravni od kojih su svake dvije međusobno paralelne ravnine infinitezimalno bliske. U otpornosti materijala i generalno u tehničkoj mehanici, usvojena je konvencija da su naponi zatezanja pozitivni. Ova konvencija nije prihvaćena u mehanici tla zbog toga što to praktično i ne može da primi napone zatezanja. Da bi se izbjeglo suviše često korišćenje negativnog predznaka, u mehanici tla se usvaja da su naponi pritiska pozitivni.

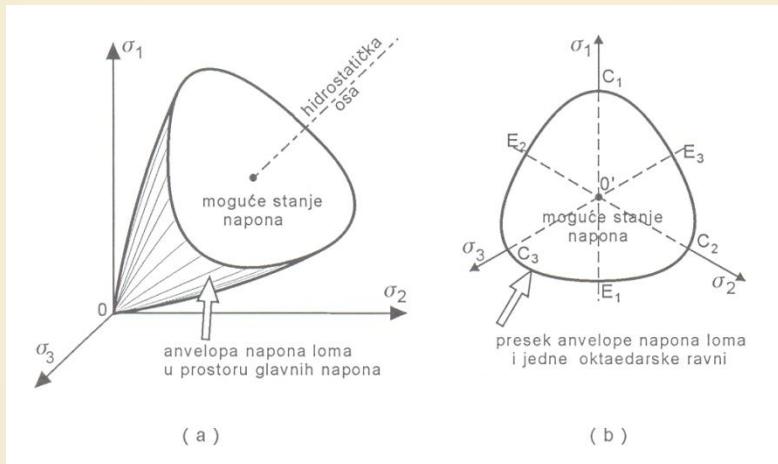


Naponi u tački

Prema slici (b), poznato je da postoje tri međusobno upravne ravni u kojima su smičući naponi jednaki nuli, a normalni naponi su glavni naponi označeni sa $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Sa matematičke strane gledišta veličine glavnih napona su tri međusobno nezavisne veličine.

PROSTOR MOGUĆIH STANJA NAPONA

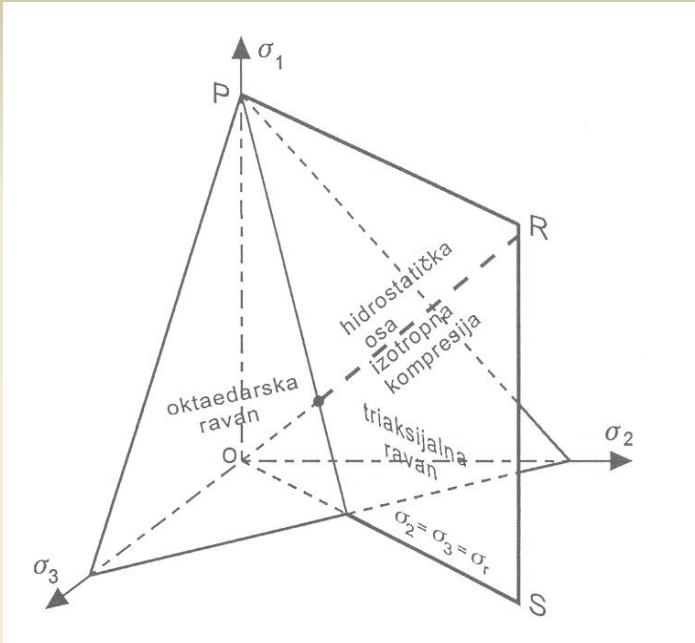
Površ koja graniči područja mogućih i nemogućih stanja napona definiše anvelopu napona loma materijala u trodimenzionalnom prostoru glavnih napona je kvalitativno prikazana na sljedećoj slici.



Prostor mogućih stanja napona

U opštem slučaju prikazana anvelopa ima oblik: $F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$

Ravan upravna na glavnu dijagonalu se naziva oktaedarskom ravninom, a glavna dijagonalna se naziva hidrostatičkom ravninom, jer su sva tri glavna napona definisana ovom pravom međusobno jednaka, što je karakteristično za hidrostatički pritisak.

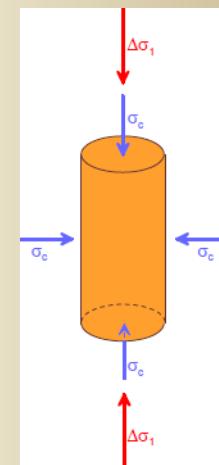
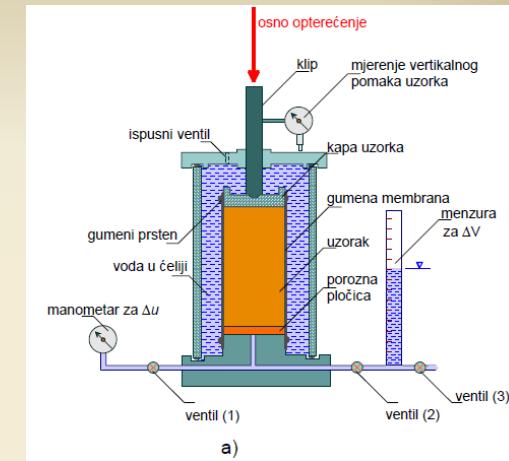
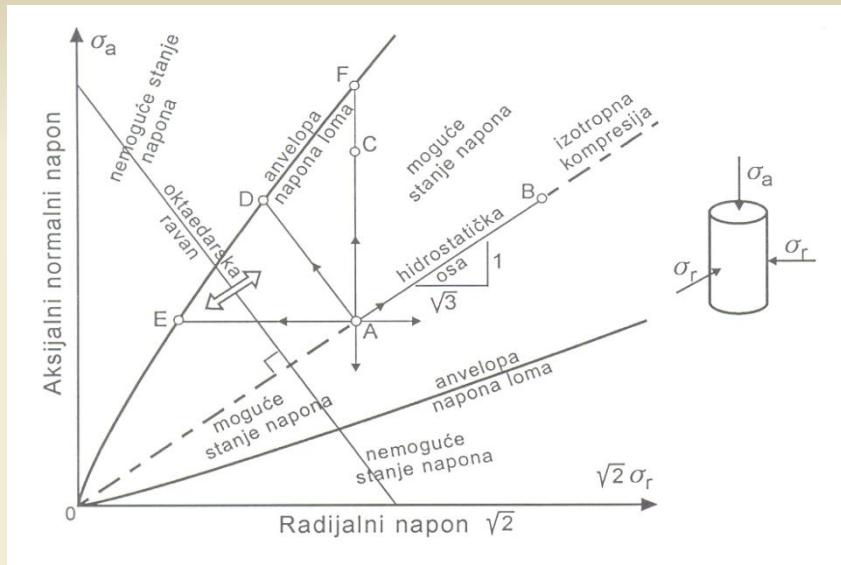
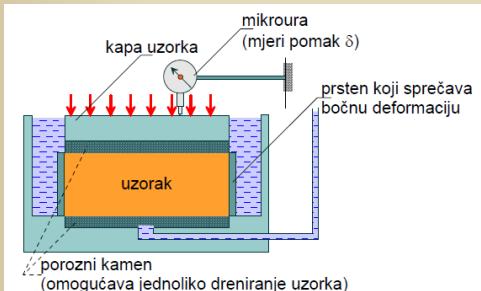


Međusobni položaj oktaedarske i triaksijalne ravni

U slučaju kada figurišu samo dva glavna napona, umjesto tri, uočavamo jednu specijalnu, tzv. triaksijalnu ravan koja je dostupna standardnim uređajima za geomehanička ispitivanja.

Triaksijalna ravna sadrži hidrostatičku osu $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ odnsono $\sigma_a = \sigma_r$

Usvojeni naziv za ovu specijalnu ravan, koja se u mehanici tla zove i Rendulicevom ravni, nije sasvim korektan prema terminologiji mehanike kontinuma, jer je definisana uslovom da su dva glavna napona tj. radijalni naponi, jednaki a treći glavni napon može biti jednak, veći ili manji od njih, tako da je preciznije reći da se radi o rotaciono simetričnom naponskom stanju.



Rotaciono simetrično stanje napona je karakteristično za opit triaksijalne kompresije i edometarski opit. Od cjelokupnog naponskog prostora u ovim opitima se može ispitivati samo ograničeno područje u prikazanoj ravni na prikazanoj slici, koje je omeđeno linijama, presjecima prostorne envelope i triaksijalne ravni. Oktaedarska ravan se ovdje vidi kao prava upravna na hidrostatičku osu, a određena je presjekom triaksijalne i oktaedarskih ravni. U dijagramu u Rendulicevoj ravni mogu se grafički opisati promjene naponi linijama, putanjama napona.

PRIKAZ DVODIMENZIONALNOG STANJA NAPONA

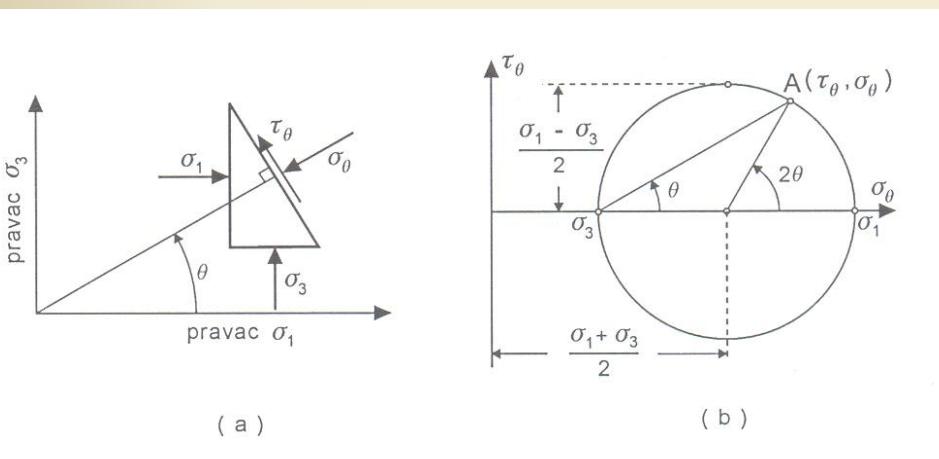
Renduliceov dijagram sa prethodne slike može biti pogodan za prikazivanje putanja napona u pojedinim opitima kada je $\sigma_2 = \sigma_3$, prije svega u opitu triaksijalne kompresije.

Kada su naponi u tlu geostatički, horizontalna ravan je jedna glavna ravan na koju djeluje vertikalni glavni napon σ_v . I vertikalne ravni su takođe glavne ravni, a na njih djeluju horizontalni naponi, koji se najčešće razlikuju od vertikalnog. Ako odnos horizontalnog i vertikalnog napona označimo sa $K = \sigma_h/\sigma_v$, mogu se razlikovati tri karakteristična slučaja:

$$K < 1 \quad \sigma_v = \sigma_1, \quad \sigma_h = \sigma_3 \text{ i } \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_h$$

$$K > 1 \quad \sigma_h = \sigma_1, \quad \sigma_v = \sigma_3 \text{ i } \sigma_2 = \sigma_1 = \sigma_h$$

$$K = 1 \quad \sigma_v = \sigma_h = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \quad \text{i kaže se da je stanje napona izotropno, što je specijalni slučaj koji se često primjenjuje u opitima triaksijalne kompresije.}$$



Opis napona Morovim krugom

Jednačine koje u potpunosti opisuju naponsko stanje definišu jednačinu Morovog kruga prikazanog na slici pod (b). Svaka tačka A predstavlja stanje napona koji djeluje na ravan čija normala zaklapa pravac θ sa pravcem maksimalnog glavnog napona.

Ako su date veličine i pravci glavnih naponova σ_1 i σ_3 , prema slici pod (a), može se izračunati normalni napon i napon smicanja u ravni sa prizvoljnom orientacijom korišćenjem uslova ravnoteže.

Komponentalni naponi su:

$$\sigma_\theta = \sigma_1 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta$$

$$\tau_\theta = (\sigma_1 - \sigma_3) \sin \theta \cos \theta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\theta$$

U geostatičkim naponskim uslovima maksimalni napon smicanja djeluje u ravnima koje zaklapaju ugao od 45° u odnosu na horizontalu.
Maksimalni naponi smicanja su:

$$K < 1 \quad \tau_{\max} = \frac{(1-K)\sigma_v}{2}$$

$$K > 1 \quad \tau_{\max} = \frac{(K-1)\sigma_v}{2}$$

$$K = 1 \quad \tau_{\max} = 0$$

U slučaju kada je na jednom dijagramu poželjno opisati više naponskih stanja u nekom posmatranom elementu tla ili u uzorku tla pogodnije je koristiti opis naponskom tačkom koju je definisao Lemb na takav način da je:

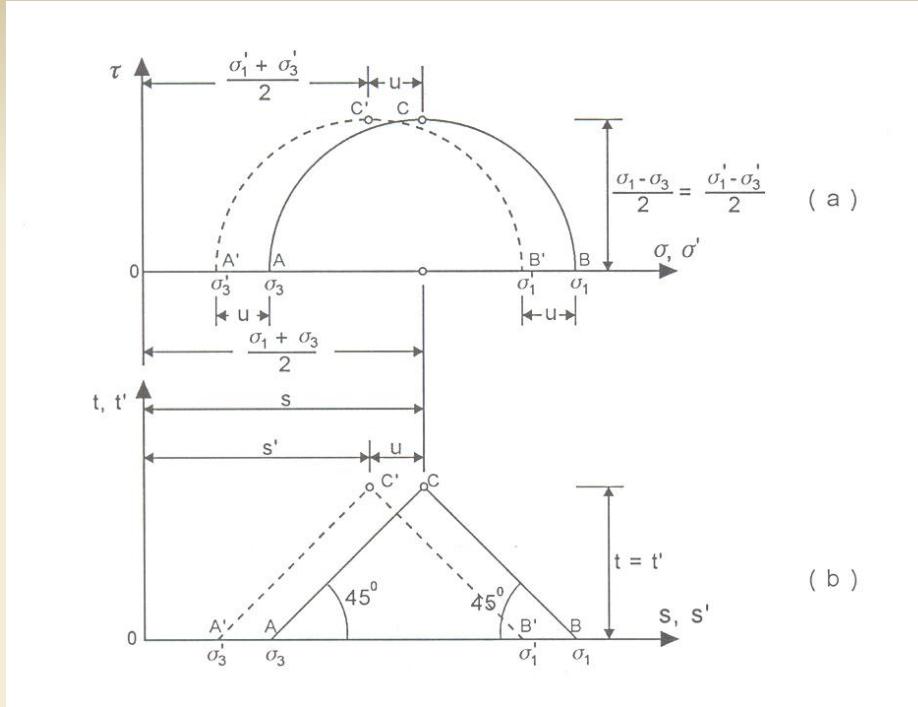
$$s = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

$$t = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

U većini slučajeva kada se primjenjuje opis naponskom tačkom, glavni naponi djeluju na vertikalne i horizontalne ravni, tako da se gornji izrazi mogu pisati i u obliku:

$$s = \frac{\sigma_v + \sigma_h}{2}$$

$$t = \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2}$$

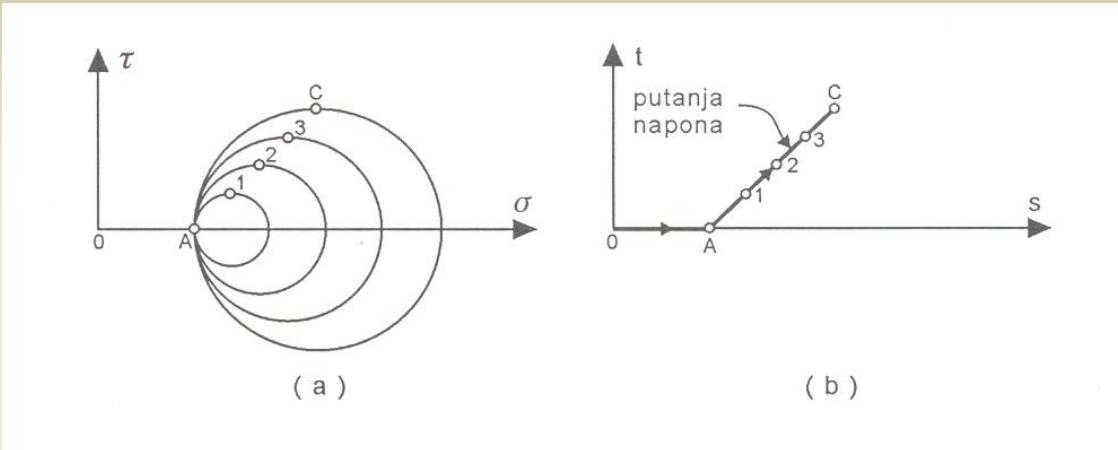


Totalni i efektivni naponi. (a) *Morovi krugovi napona.*
 (b) *Lembov prikaz stanja napona.*

Umjesto Morovog dijagrama, ukoliko se operiše samo sa glavnim naponima, može se koristiti Lembov dijagram na način prikazan na slici. U takvom dijagramu ose su gore definisane veličine s i t . Na ovaj način se umjesto Morovim krugom, stanje napona jednostavnije prikazuje samo jednosm tačkom, koja je definisana presjekom pravaca po uglom od 45° iz $s = \sigma_3$ i $s = \sigma_1$. Na ovaj način mogu se prikazati efektivni naponi, pri čemu je:

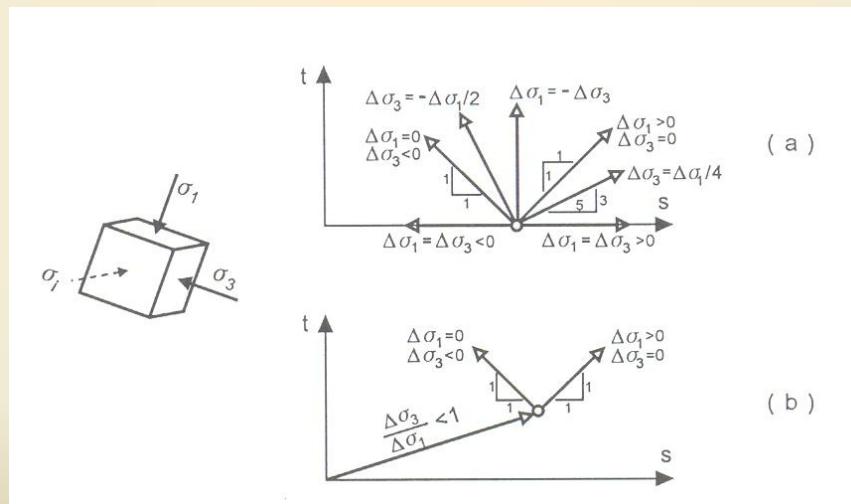
$$s' = \frac{(\sigma_1 - u + \sigma_3 - u)}{2} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} - u = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} = s - u$$

$$t' = \frac{\sigma_1 - u - (\sigma_3 - u)}{2} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} = t$$

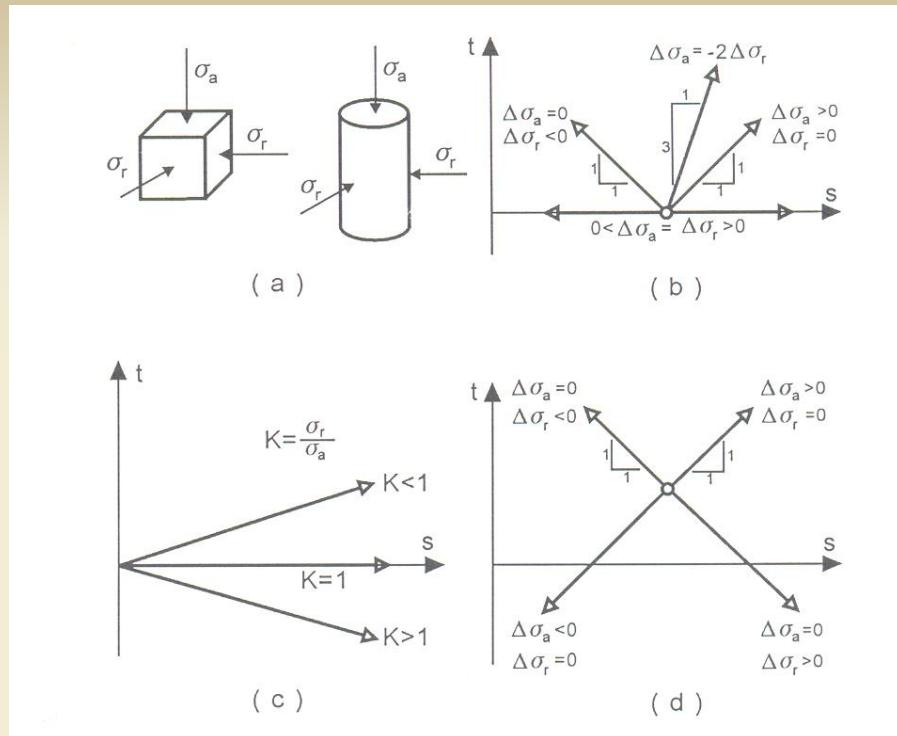


*Sukcesivne promjene napona u
(a) Morovom dijagramu, (b) Lembovom dijagramu*

Putanja napona opisuje kontinualnu promjenu sukcesivnih naponskih stanja. Uporedni prikaz promjene napona, odnosno putanja napona u Morovom i u Lembovom dijagramu, za konstantnu veličinu σ_3 sa povećanjem σ_1 , dat je na prethodnoj slici, što kvalitativno prestavlja i putanju OAC u Rendulicevom dijagramu.



*Primjeri putanja napona pri promjeni samo dva glavna napona
(a) Početno stanje je izotropno, (b) Početno stanje je anizotropno*



Primjeri putanja napona pri promjeni aksijalnog i radijalnog napona u opitu striaksijalne kompresije.

(b) Početno stanje je izotropno, (d) Početno stanje je anizotropno

U uslovima laboratorijskih ispitivanja od interesa su putanje napona koje počinju od $\sigma_1 = \sigma_3 = 0$ sa priraštajima glavnih napona u nekom konstantnom odnosu. Za takav tip opterećivanja važi da je:

$$\frac{t}{s} = \frac{1-K}{1+K} \quad K - \text{koeficijent bočnog pritiska}$$

Putanja $K=1$ odgovara izotropnoj kompresiji bez napona smicanja. Putanja napona K_0 sa nagibom pod uglom β opisuje povećanje napona u normalno konsolidovanom tlu, pri položenju u procesu opterećivanja tokom nastajanja sedimentnog tla, pri čemu je:

$$\tan \beta = \frac{t}{s}$$

$$K_0 = \frac{1 - \tan \beta}{1 + \tan \beta}$$

DEFORMACIJE

Deformacija opisana glavnim specifičnim deformacijama može se raščlaniti na deformaciju promjene zapremine, (volumetrijska deformacija) i deformaciju promjene oblika, tj. Distorzijeksu deformaciju. Ove veličine se mogu opisati odgovarajućim invarijantama deformacija, na primjer:

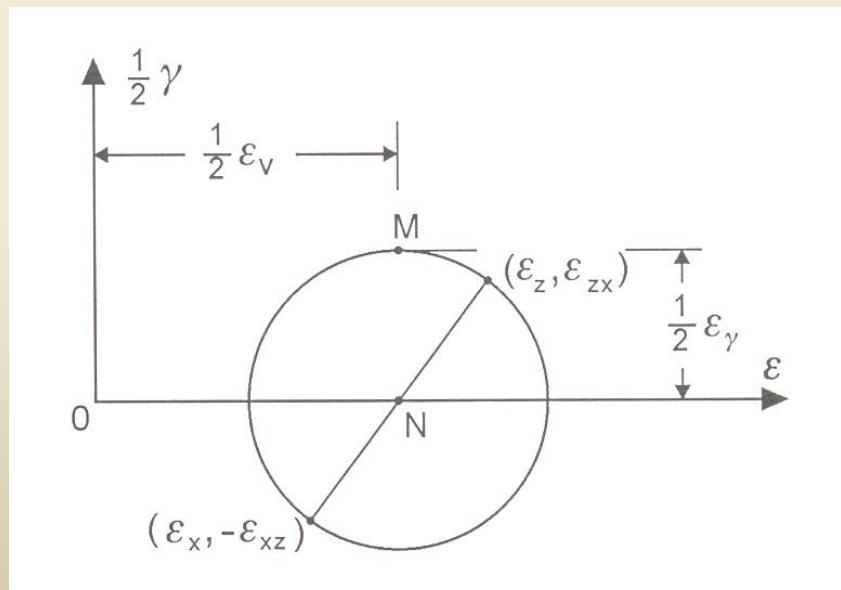
$$\varepsilon_{oct} = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) = \frac{1}{3}\varepsilon_v$$

$$\gamma_{oct} = \frac{2}{3}[(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]^{1/2}$$

ε_{oct} - predstavlja mjeru promjene zapremine koja je proporcionalna voumetrijskoj ili sfernoj komponenti deformacije

γ_{oct} - predstavlja mjeru distorzije, promjene oblika

Tekuće stanje deformacija može se prikazati Morovim krugom deformacija prema sljedećoj slici, podsjećajući da ose Morovih krugova deformacija predstavljaju veličine normalnih deformacija i deformacija čistog smicanja i da je $\varepsilon_{xz} = (1/2)\gamma_{xz}$ gdje je γ_{xz} inženjerska mjera smičuće deformacije.



Definicije deformacijskih parametara

Položaj i veličina Morovog kruga deformacija može se definisati koordinatama njegove gornje tačke M. Definiše se parametar $\varepsilon_\gamma = 2 \times NM$ i $\varepsilon_v = 2 \times ON$ tako da je iz geometrijskih odnosa:

$$\varepsilon_\gamma = \left[(\varepsilon_x - \varepsilon_z)^2 + 4\varepsilon_{xz}^2 \right]^{1/2}$$

$$\varepsilon_v = (\varepsilon_x + \varepsilon_z)$$

Pri ravnoj deformaciji, izražene glavnim deformacijama, veličine postaju:

$$\varepsilon_\gamma = (\varepsilon_1 - \varepsilon_3) = \gamma_{\max}$$

$$\varepsilon_v = (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) = \frac{\Delta V}{V}$$

ε_v - volumetrijska ili zapreminska ili sferna deformacija

U posebnom slučaju rotaciono simetričnog deformacijskog stanja, kada je $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$, deformacijske veličine se mogu izraziti u obliku:

$$\gamma_{\max} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)$$

$$\varepsilon_v = (\varepsilon_1 + 2\varepsilon_3)$$

Ako zapremina elementa tla V , uslijed promjene efektivnih napona, promjeni zapreminu za ΔV , uz negativan predznak kako bi kompresione deformacije bile pozitivne, promjena volumetrijske deformacije je:

$$\Delta \varepsilon_v = -\frac{\Delta V}{V}$$

Zapremina zasićenog tla V se sastoji od zapremine vode V_w i zapremina čvrstih čestica V_s . Ako se pretpostavi da su zrna tla i voda praktično nestišljivi u odnosu na stišljovost skeleta tla, zapremina tla može da se promjeni samo ako se iz njega istisne voda ili ako tlo vodu upije, tj.:

Promjena koeficijenta poroznosti je:

$$\Delta e = \frac{\Delta V}{V_s}$$

$$\Delta V = V_s \Delta e$$

$$\Delta \varepsilon_v = -\frac{\Delta V}{V} = -\frac{V_s \Delta e}{V_s + V_w}$$

$$\Delta \varepsilon_v = \frac{\Delta e}{1+e}$$

$$\Delta \varepsilon_l = \Delta \varepsilon_v = \frac{\Delta e}{1+e}$$

$$v_s = \frac{\Delta \varepsilon_3}{\Delta \varepsilon_l} = -\frac{\Delta \varepsilon_v - \Delta \varepsilon_l}{2 \Delta \varepsilon_l} = \frac{1}{2} - \frac{\Delta \varepsilon_v}{2 \Delta \varepsilon_l} \quad - \text{Poasanov koeficijent}$$

$$E_s = \frac{\Delta \sigma_1}{\Delta \varepsilon_l} \quad - \text{Modul deformabilnosti}$$

VEZA NAPONA I DEFORMACIJA

Deformisanje elemenata tla, prema uzroku pojave deformacije, može se podijeliti na dvije grupe i to:

- deformacije uslijed promjene efektivnih ili totalnih napona
- deformacije uslijed promjene uslova sredine, bez značajnije promjene opterećenja.

Kada je element elastičnog izotropnog tla izložen priraštajima glavnih napona $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2$ i $\Delta\sigma_3$, odgovarajući priraštaji glavnih deformacija su:

$$\Delta\varepsilon_1 = \frac{1}{E_s} [\Delta\sigma_1 - v_s (\Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3)]$$

$$\Delta\varepsilon_2 = \frac{1}{E_s} [\Delta\sigma_2 - v_s (\Delta\sigma_3 + \Delta\sigma_1)]$$

$$\Delta\varepsilon_3 = \frac{1}{E_s} [\Delta\sigma_3 - v_s (\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2)]$$

Sabiranjem lijevih i desnih strana gore datih izraza, uz pretpostavku da se deformacije male, dobijamo da je:

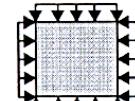
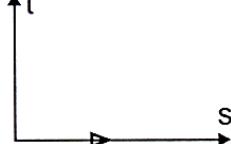
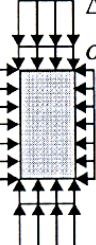
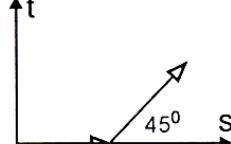
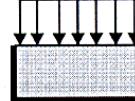
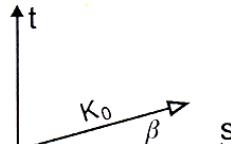
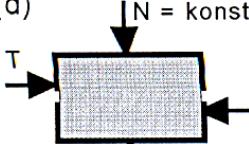
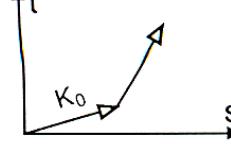
$$\Delta\varepsilon_v = \Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2 + \Delta\varepsilon_3 = \frac{1-2v_s}{E_s} (\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3) = \frac{\Delta\sigma_{oct}}{K}$$

Gdje je modul zapreminske deformacije: $K_s = \frac{E_s}{3(1-2v_s)}$

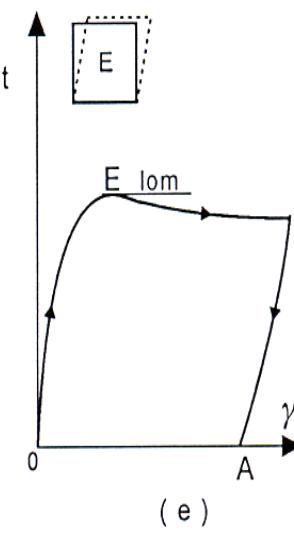
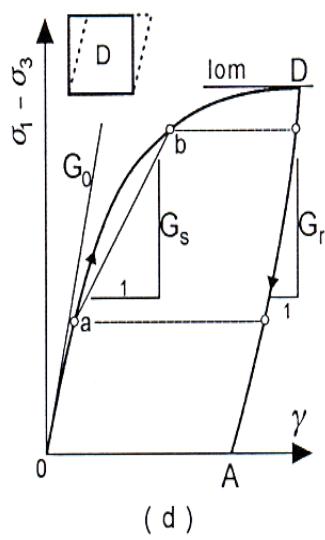
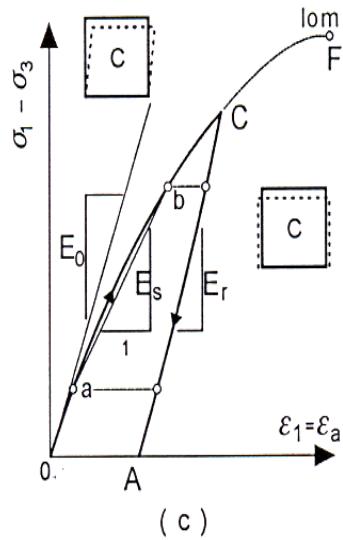
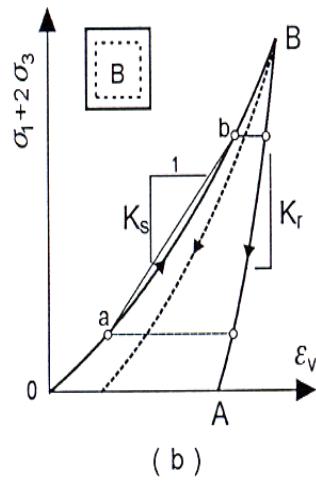
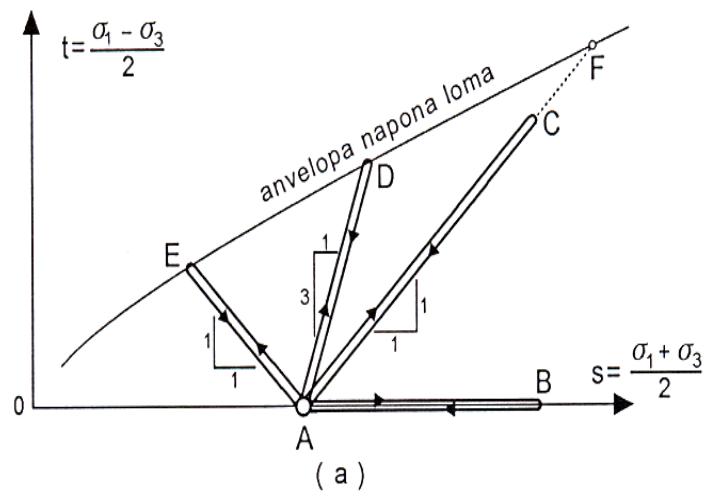
Slično, za smičuće napone i deformacije dobija se:

$$\gamma = \frac{2(1+v_s)}{E_s} \tau = \frac{\tau}{G_s}$$

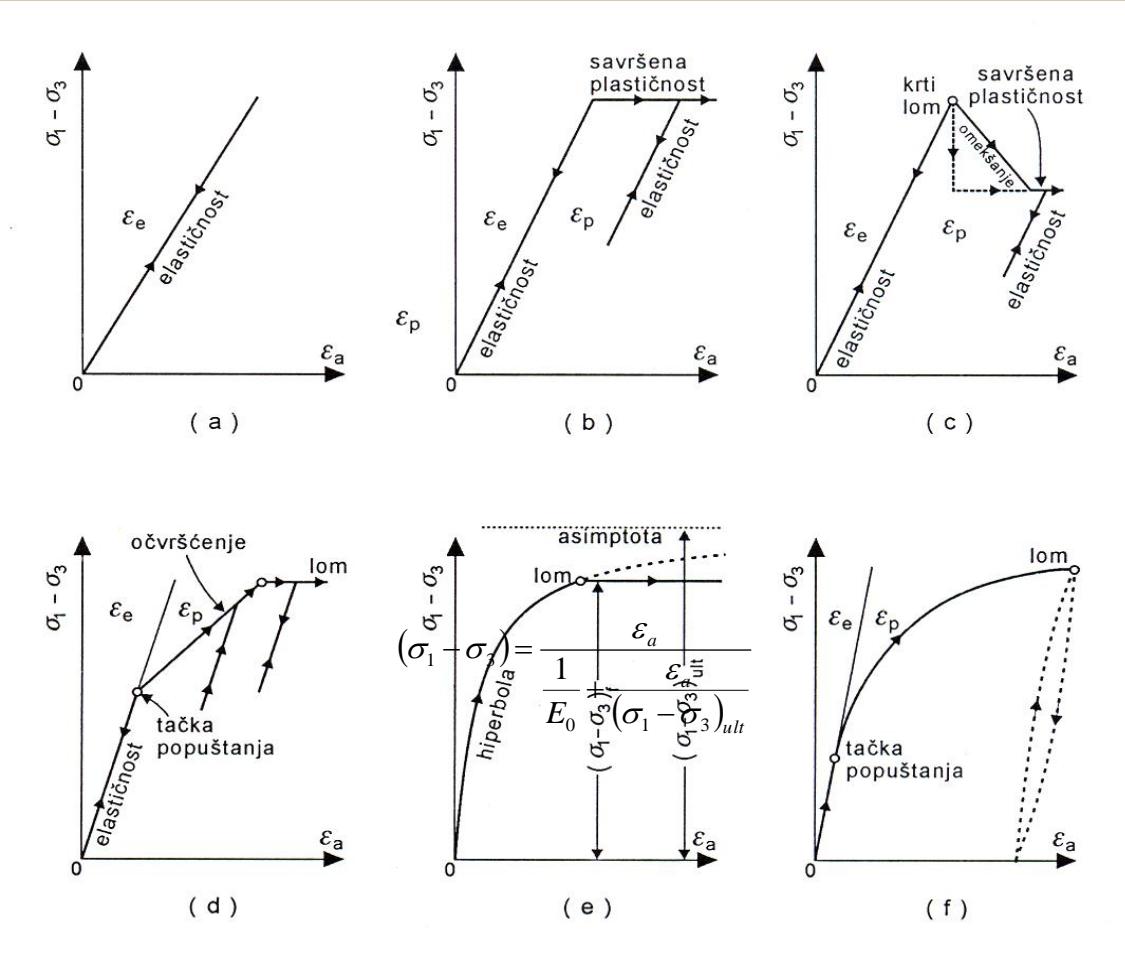
Gdje je modul smicanja: $G_s = \frac{E_s}{2(1+v_s)}$

USLOVI OPTEREĆIVANJA	DEFORMACIJA	PUTANJA NAPONA	VRSTA OPITA I NAMENA
(a) 	volumetrijska		IZOTROPNA KOMPRESIJA Prva faza konvencionalnog triaksijalnog opita. Merenje parametara volumetrijske deformabilnosti
(b) 	distorzijska i volumetrijska		KONVENCIONALNA TRIAKSIJALNA KOMPRESIJA Najčešći opit za merenje naponsko-deformacijskih parametara i parametara čvrstoće tla u razlicitim uslovima
(c)  sprečena bočna deformacija	pretežno volumetrijska uz manju distorziju		EDOMETARSKI OPIT Relativno jednostavan; aproksimira izvesne uslove u terenu. Merenje parametara kompresibilnosti
(d)  T postepeno raste	pretežno distorzija sa manjom volumetrijskom		DIREKTNO SMICANJE Relativno jednostavan za merenje čvrstoće

Uobičajeni opiti za određivanje veza napona i deformacija



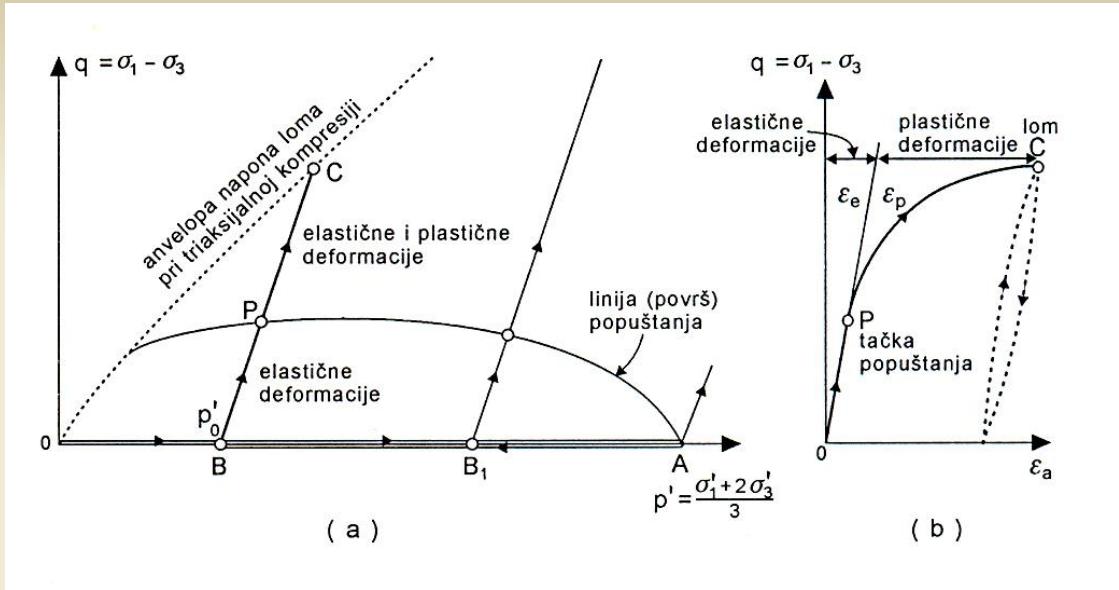
Deformacije u funkciji putanje napona



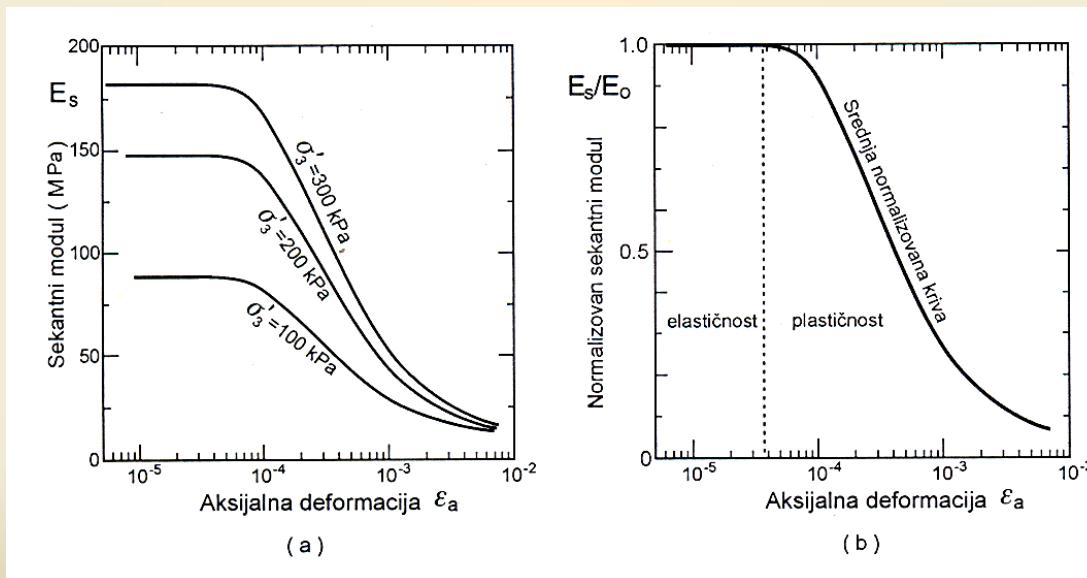
Naponsko-deformacioni modeli

Hiperbolička aproksimacija krive u opitu konvencionalne triaksijalne kompresije ima oblik:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon_a}{\frac{1}{E_0} + \frac{\varepsilon_a}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}}$$



Površ popuštanja za rastresit pijesak sa izotropnom prekompresijom



Sekantni moduli u funkciji deformacija za NC kaolin

PORNI PRITISAK – NEDRENIRANI USLOVI

Uslovi i ponašanja vodom zasićenog tla izloženog priraštaju napona se mogu posmatrati u dva granična slučaja i to su:

- nedrenirani uslovi
- drenirani uslovi.

Ako tlo ima veoma malu vodopropusnost (gline) i ako su naponi nanijeti relativno brzo, onda neposredno nakon nanošenja napona nema dreniranja vode iz pora, jer nama vremena da voda istekne, povećaće se i pritiska vode u porama. Ovaj pritisak se naziva porni pritisak ili porni natpritisak u nedreniranim uslovima.

Veličina priraštaja pornih pritisaka u nedreniranim uslovima zavisiće od priraštaja komponentalnih napona i od prirode tla. U opštem slučaju potpuno zasićenog tla, priraštaj pornih pritisaka, uz izdvajanje doprinosa prosječnih veličina priraštaja normalnih napona od doprinosa napona smicanja, dao je Henkel u obliku:

$$\Delta u = \frac{\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3}{3} + \beta \sqrt{(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_2)^2 + (\Delta \sigma_2 - \Delta \sigma_3)^2 + (\Delta \sigma_3 - \Delta \sigma_1)^2}$$

U triaksijalnom opitu, kada je $\Delta \sigma_2 = \Delta \sigma_3$ ili $\Delta \sigma_1 = \Delta \sigma_2$, gornji izraz postaje:

$$\Delta u = \frac{\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3}{3} + \alpha(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \quad \text{gdje je} \quad \alpha = \sqrt{2}\beta$$

U opitu triaksijalne kompresije, kada je radijalni napon konstantan tako da je $\Delta \sigma_2 = \Delta \sigma_3 = 0$, priraštaj pornog pritisaka je

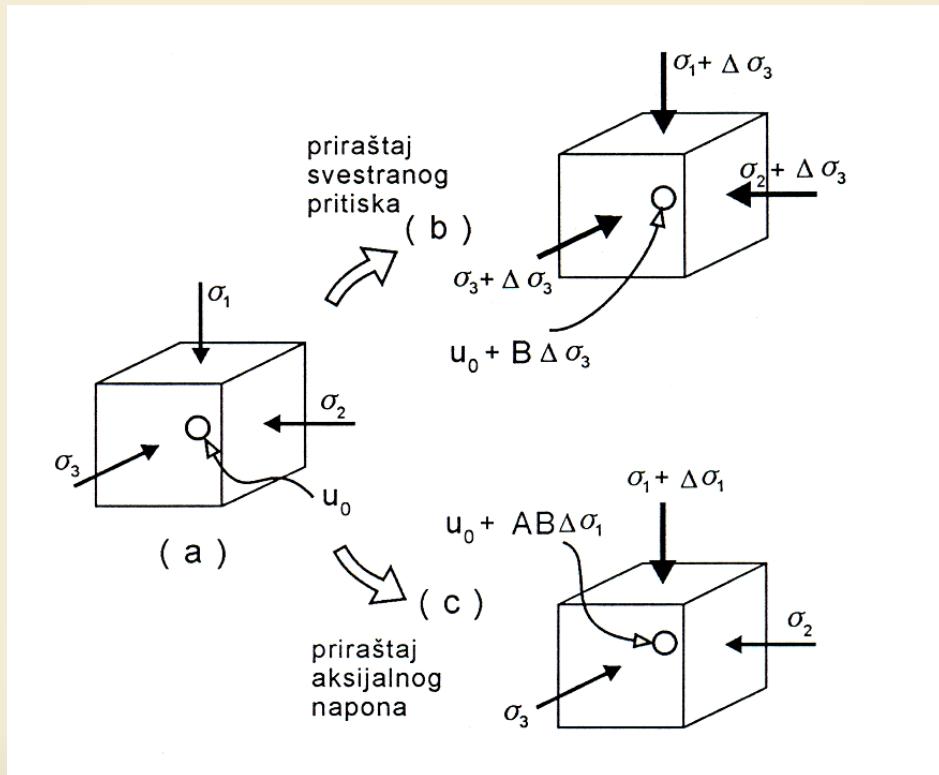
$$\Delta u = (\sigma_1 - \sigma_3) \left(\frac{1}{3} + \alpha \right)$$

U obrnutom i praktično izvodljivom slučaju opita triaksijalnog istezanja, kada je aksijalni napon konstantan a radikalni naponi se povećavaju, tj. kada je $\Delta\sigma_3 = 0$ i $\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_2 = (\sigma_1 - \sigma_3)$, porni pritisak je

$$\Delta u = (\sigma_1 - \sigma_3) \left(\frac{2}{3} + \alpha \right)$$

Za praktične potrebe koristi se izraz koji je dao Skempton a glasi:

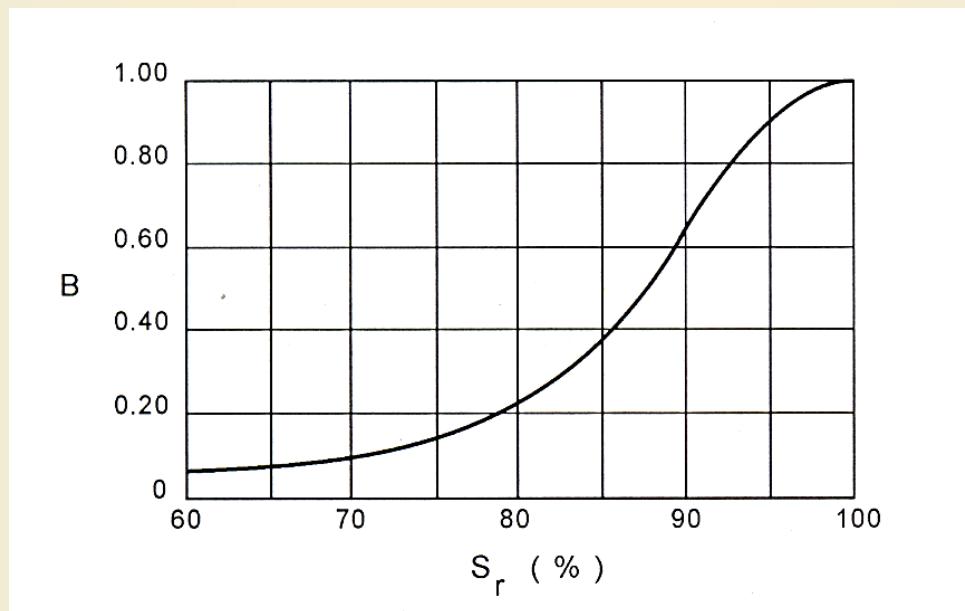
$$\Delta u = B[\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)] \quad \text{gdje su veličine } A \text{ i } B \text{ parametri pornog pritiska po Skemptonu.}$$



Priraštaji pornih pritisaka u nedreniranim uslovima zbog rotaciono simetričnog priraštaja napona (a) početno satanje, (b) priraštaj svestranog napona, (c) priraštaj jednog glavnog napona

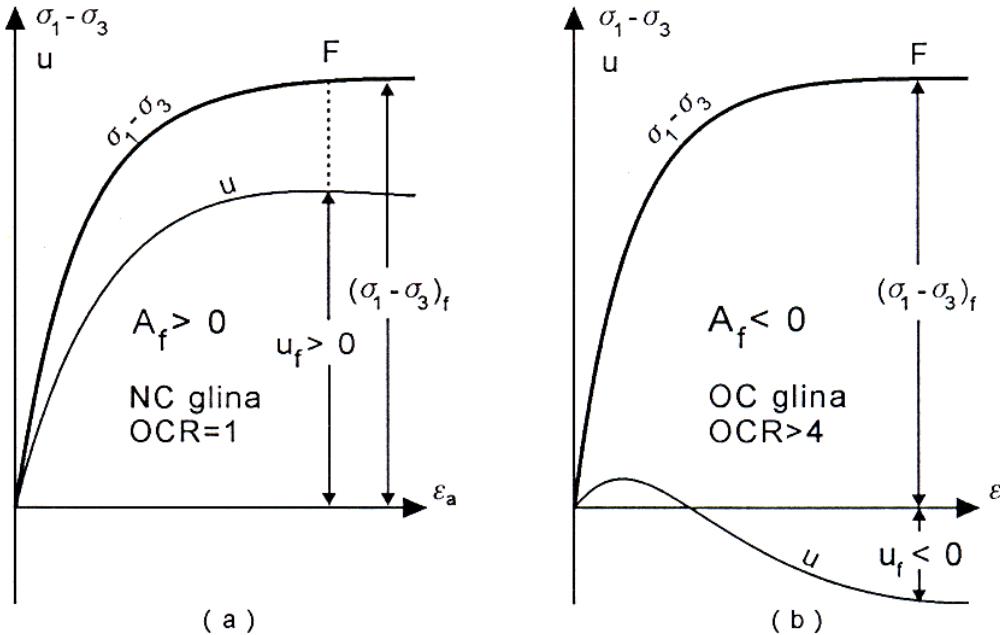
Prepostavljajući da važi princip superpozicije, parametar B se može odrediti u opitu izotropne kompresije kada je devijator napona jednak nuli tako da je:

$$\Delta u = B \Delta \sigma_3 \text{ odnosno } B = \frac{\Delta u}{\Delta \sigma_3}$$



Parametar pornog pritiska B u zavisnosti od zasićenja tla

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \text{const.}, \quad \Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3 = \sigma_1 - \sigma_3 \quad A_f = u_f / (\sigma_1 - \sigma_3)_f$$



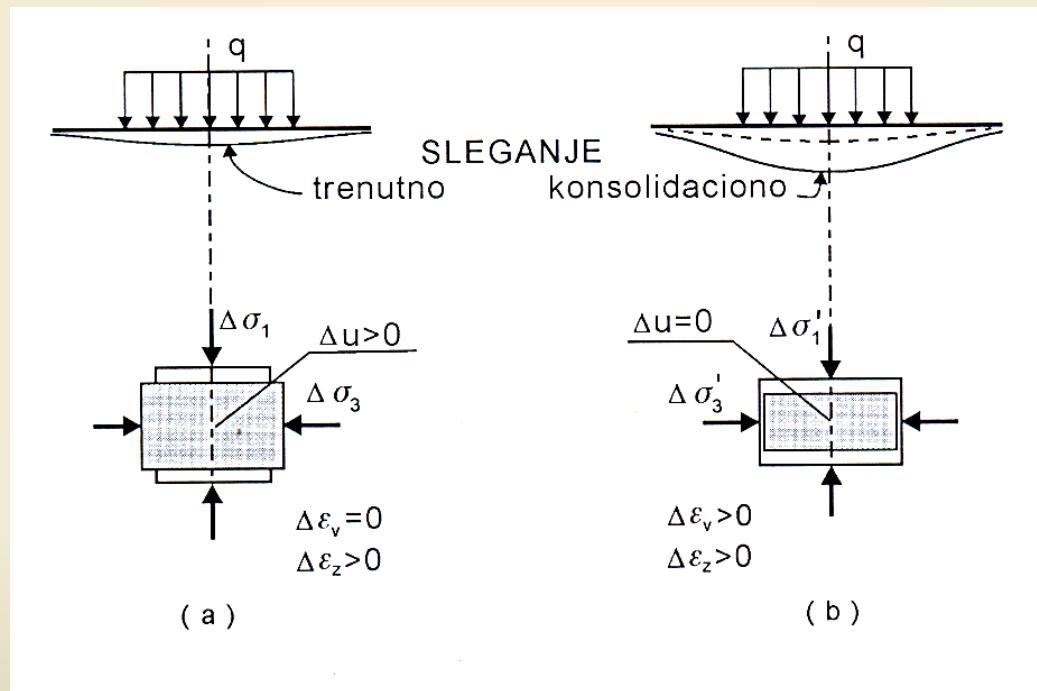
Razvoj pornih pritisaka pri deformisanju, rotaciona simetrija

Tlo	A	A_f
Veoma meke senzitivne gline	1.0 do 1.25	$A_f > 1.3$
Normalno konsolidovane gline	0.5 do 1.0	0.7 do 1.3
Prekonsolidovane gline	0.25 do 0.5	0.0 do 0.7
Jako prekonsolidovane gline	0.0 do 0.25	0.0 do -0.5

Koeficijenti A i A_f za stanje napona pri lomu uzorka tla
u opitu triaksijalne kompresije

DEFORMABILNOST I STIŠLJIVOSTI

Stišljivost je osobina tla da smanjuje zapreminu pri povećavanju efektivnih napona. Ova osobina je od posebnog značaja kada se analizira sleganje objekata koji se oslanjaju na tlo.



Naponi i deformacije ispod centra kružne opterećene površine

KONSOLIDACIJA

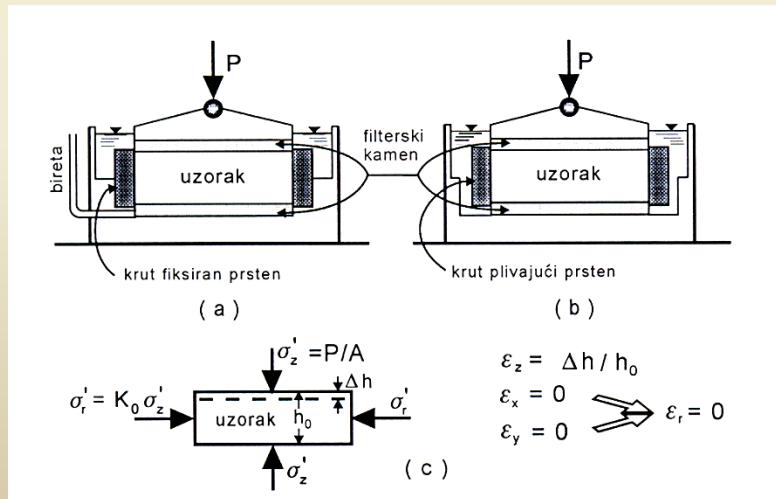
Neposredno poslije nanošenja napona, tokom vremena, dolazi do opadanja pornih pritisaka, povećanja efektivnih napona i smanjenja zapremine tla na račun istisnute vode iz pora i do sleganja kao posljedice smanjenja zapremine tla.

Ovaj proces opadanja pornih pritisaka, povećavanja efektivnih napona i smanjenja zapremine tla je konsolidacija. U tom procesu se naponi pornih pritisaka prenose na skelet tla.

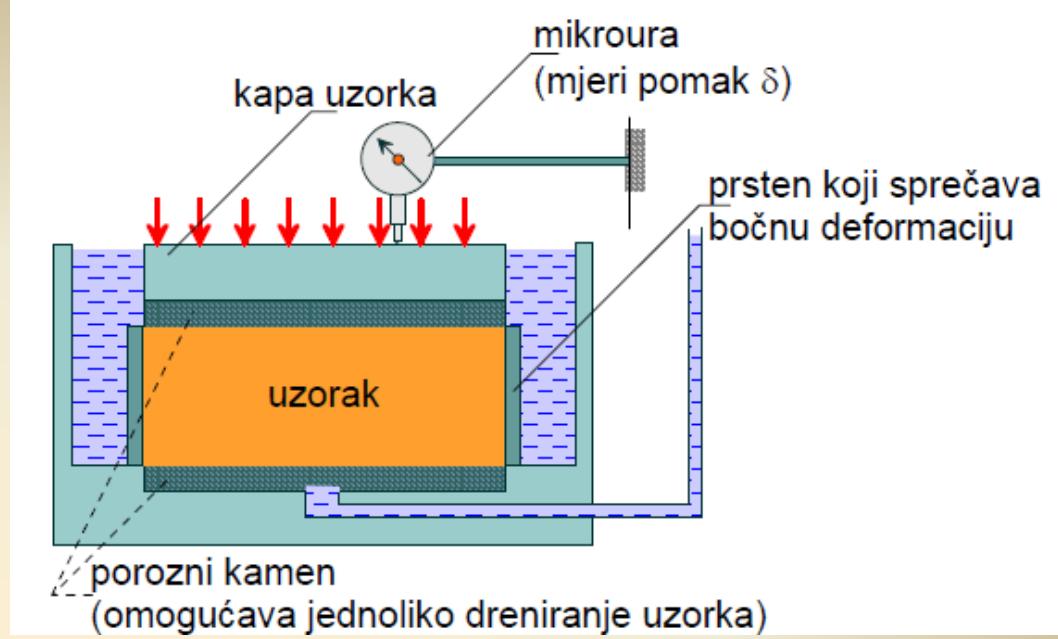
Sleganje nastalo uslijed promjene zapremine tla naziva se konsolidacionim sleganjem i može biti relativno veliko kod objekta na mekim i stišljivim glinama.

EDOMETARSKI OPIT – OPIT STIŠLJIVOSTI ILI KONSOLIDACIJE

Opit stišljivosti izvodi se u kutijastom aparatu koji se naziva edometar. U načelu uzorak u obliku relativno niskog cilindra izlaže se kontrolisanim priraštajima vertikalnih napona, ali je bočna deformacija spriječena. Mjeri se sleganje uzorka, tj. smanjenje njegove visine sa povećanjem napona. Presjek kroz kutiju edometra sa fiksnim i plivajućim prstenom prikazani su na slici. Porozne pločice na bazama uzorka omogućavaju evakuaciju vode u procesu konsolidacije, dok se promjena zapremine registruje mjerjenjem promjene visine uzorka.



Šema edometra. (a) sa fiksiranim prstenom,
(b) sa plivajućim prstenom, (c) naponi i deformacije



Edometar

U edometru se mogu ispitivati neporemećeni i poremećeni uzorci s tim da je postupak ugradnje različit.

Kod neporemećenih uzoraka tla edometarski prsten se utisne u reprezentativni dio uzorka, površina uzorka se zagladi i poravna sa visinom prstena. Tako ugrađen uzorak u prsten ugrađujemo u edometar.

Kod poremećenih uzoraka tla određena masa tla se zbijanje edometarski prsten poznatog volumena da bi se dobila gustoća odnosno zbijenost tla kakva je u prirodnom stanju.

Prsten sa uzorkom ugrađujemo u edometar

Edometar

Postupak ispitivanja:

- u reprezentativni uzorak utisnemo metalni prsten, višak materijala odrežemo i izravnamo površinu s rubom prstena (s gornje i donje strane);
- izvažemo masu edometarskog prstena sa uzorkom (masa edometarskog prstena je poznata) za određivanje prirodne vlažnosti uzorka;
- s gornje i donje horizontalne površine uzorka postavimo porozne pločice da bi s obje strane uzorka bilo omogućeno dreniranje (na tim površinama uzorka pritisak vode tokom cijelog opita je jednak nuli);

Edometar

- prsten sa uzorkom i poroznim pločicama ugradimo u edometar;
- na vrh uzorka stavlja se metalna ploča preko koje se sistemom poluga nanosi opterećenje i koja omogućava da se opterećenje ravnomjerno preraspodijeli po uzorku. Opterećenje se prenosi centrično preko čelične kuglice postavljene na vrh metalne ploče i uređaja za prenos sile;
- na vrh metalne ploče postavimo senzor za mjerjenje pomaka, tzv. mikrouru(komparater) te nuliramo pomak (preko kompjutera);
- edometar, tj. posudu koja osigurava potopljenost i zasićenost uzorka napunimo vodom do nivoa gornje površine uzorka;

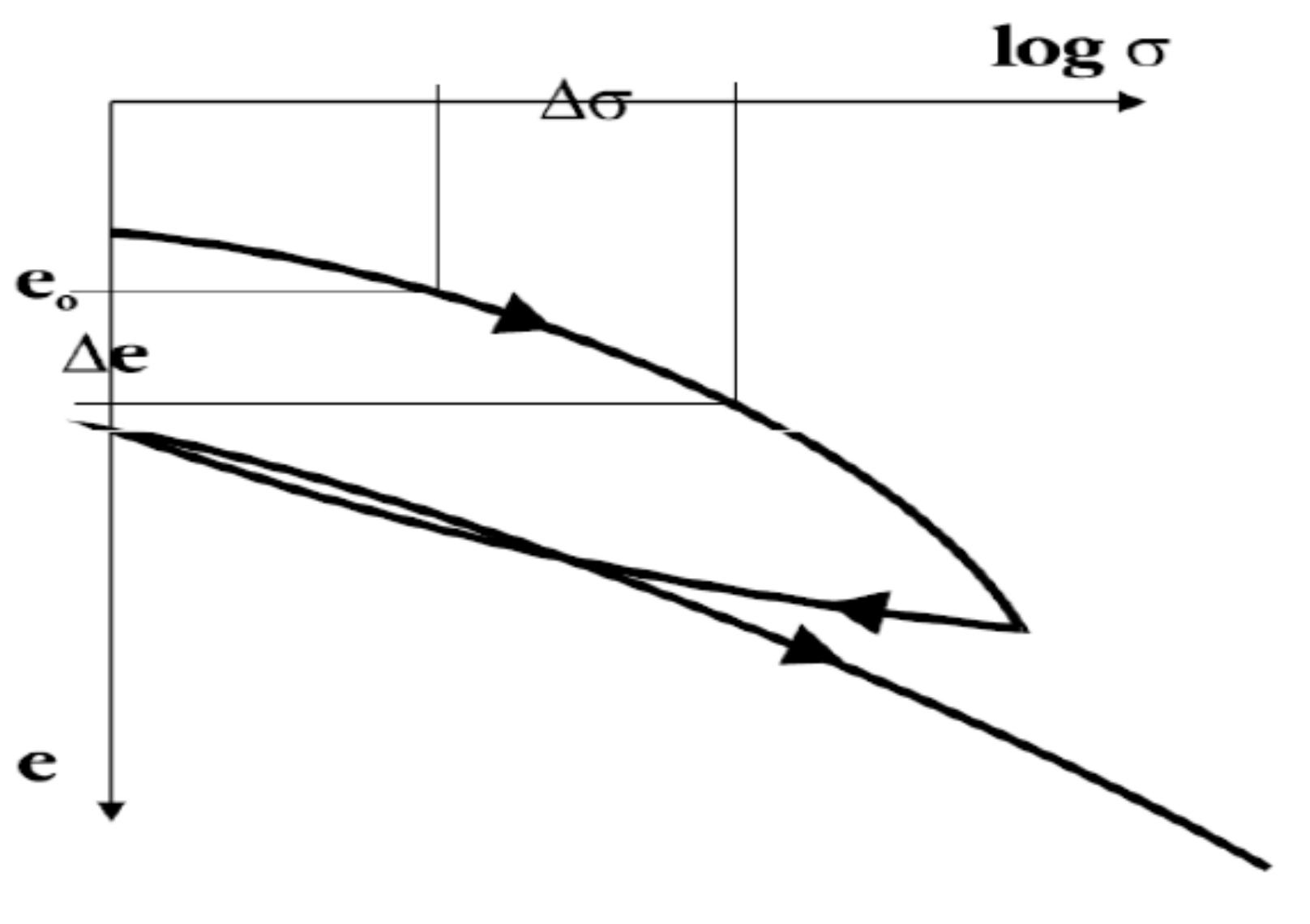
Edometar

- pokus pokrećemo preko kompjutera koji pomoću mikroure mjeri vertikalni pomak uzorka pod konstatnim opterećenjem;
- nanesemo početno opterećenje koje je manje od pritiska bubrengja, kompjuter bilježi pomake tokom 24 h nakon čega nanosimo novo opterećenje. Opterećenja se nanose u inkrementima tako da je svako sljedeće opterećenje dva puta veće od prethodnog (50, 100, 200, 400, 800, 1600 kPa);

Edometar

- nakon maksimalnog opterećenja rasterećujmo uzorak u dvostruko većim dekrementima od opt. (200, 50 kPa);
- na kraju opita edometarski prsten sa uzorkom stavimo u pećnicu na sušenje 24 h te na već poznati način odredimo prirodnu vlažnost uzorka;
- rezultati opita prikazuju se u edometarskom dijagramu koji se prikazuje u polulogaritamskom mjerilu na osi opterećenja i obrnuto usmjerenom osi za porozitet (vrijednosti se smanjuju u smjeru osi);
- rezultat opita je edometarska kriva koja prikazuje zavisnost koeficijenta pora o opterećenju

Edometar



Edometar

Relativna deformacija : $\varepsilon = \frac{\Delta e}{1 + e_0}$

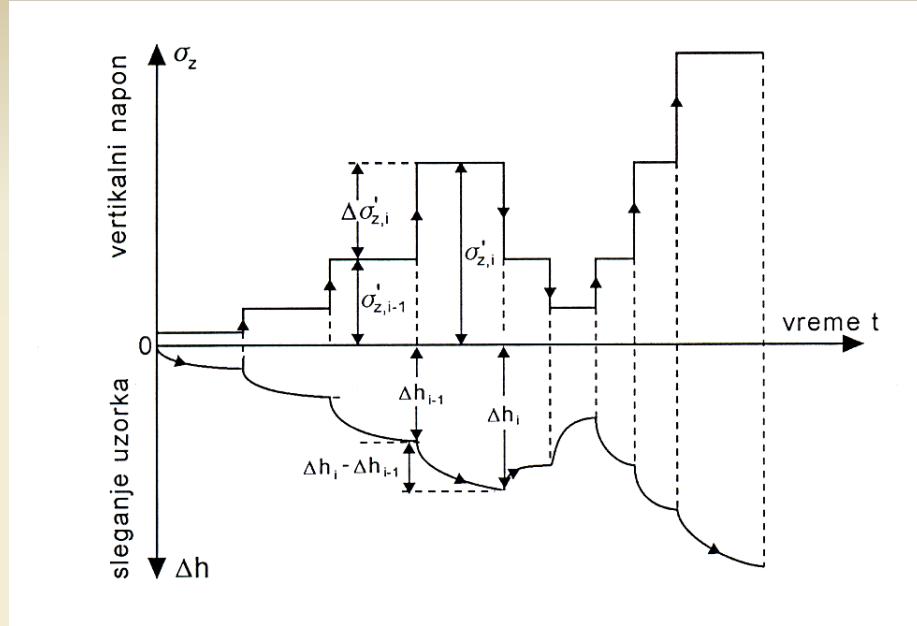
Koeficijent stišljivosti: $a_v = -\frac{\Delta e}{\Delta \sigma}$

Modul stišljivosti: $M_k = \frac{\Delta \sigma}{\varepsilon} = \frac{\Delta \sigma}{\Delta e} (1 + e_0) = \frac{(1 + e_0)}{a_v}$

Koeficijent promjene volumena: $m_v = \frac{a_v}{(1 + e_0)}$

Indeks kompresije: $C_c = -\frac{\Delta e}{\Delta \log \sigma}$

Indeks rekompresije: C_r



Nanošenje napona i deformacije u edometarskom

STANJE NAPONA I DEFORMACIJA U EDOMETRU. Naponsko stanje je rotaciono simetrično, a deformacija je jednodimenzionalna.

Ako se prepostavi da se uzorak tla ponaša kao idealno elastičan materijal pri djelovanju efektivnih napona, onda iz uslova da su bočne deformacije spriječene imamo:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma'_r - v(\sigma'_r + \sigma'_z)] = 0$$

odakle se dobija da je radikalni napon:

$$\sigma'_r = \frac{v}{1-v} \sigma'_z = K_0 \sigma'_z$$

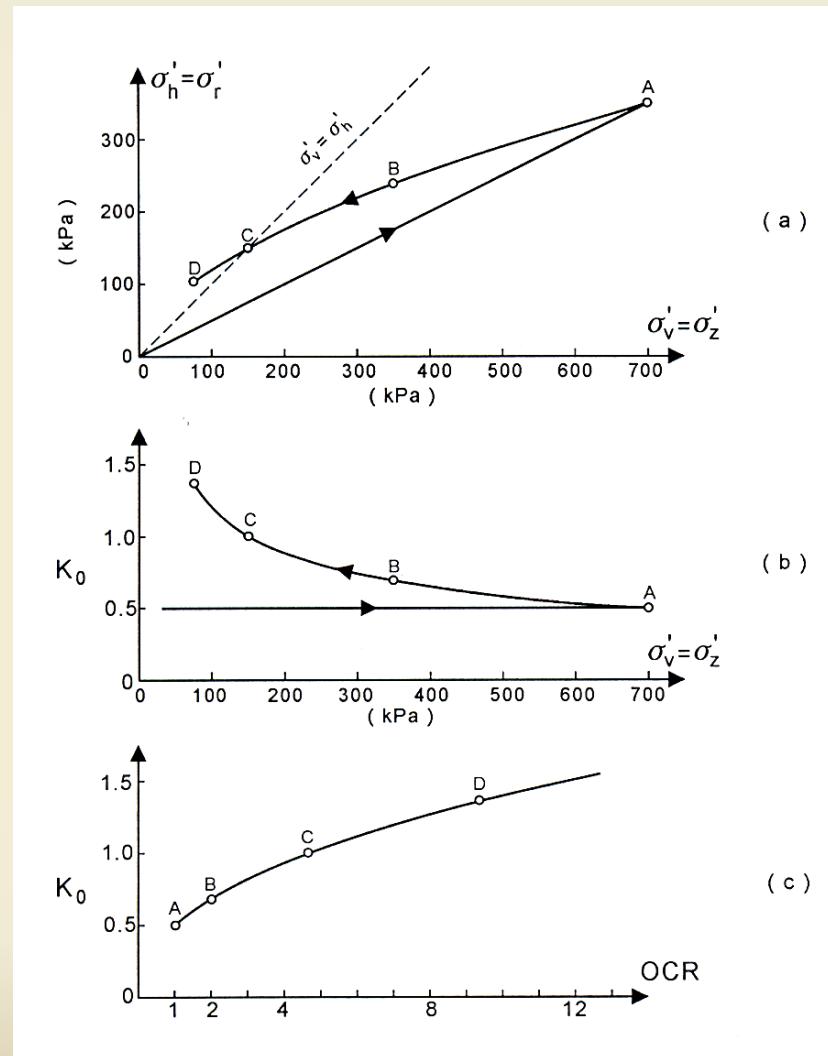
Ako se prepostavi da je tlo elastično, na osnovu posljednje formule koeficijent pritiska tla u miru ima vrijednost:

$$K_0 = \frac{v}{1-v}$$

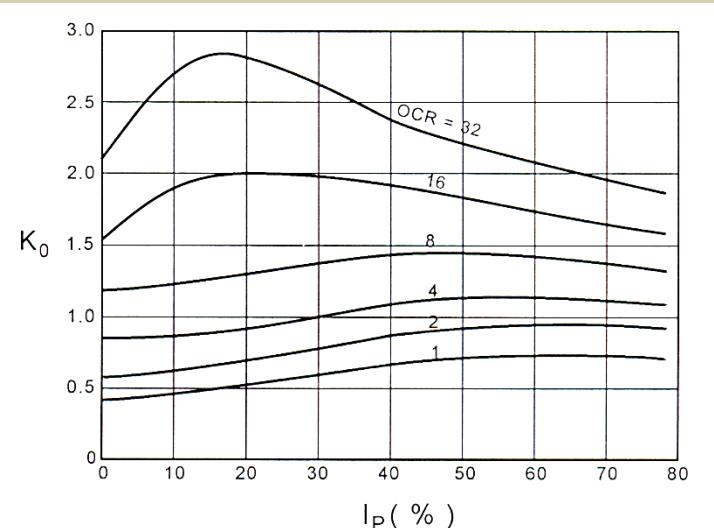
Za normalno konsolidaovana tla eksperimentalna ispitivanja su pokazala da su sa dovoljnom tačnošću rezultati saglasni sa empirijskim izrazom koji je dao Jaki, a glasi:

$$K_{0,NC} = 1 - \sin \phi'$$

ϕ' - ugao smičuće otpornosti tla za efektivne napone



Aksijalni i radikalni naponi u edometru pri opterećivanju i rasterećenju



Koeficijent bočnog pritiska u miru u funkciji stepena prekonsolidacije i indeksa plastičnosti

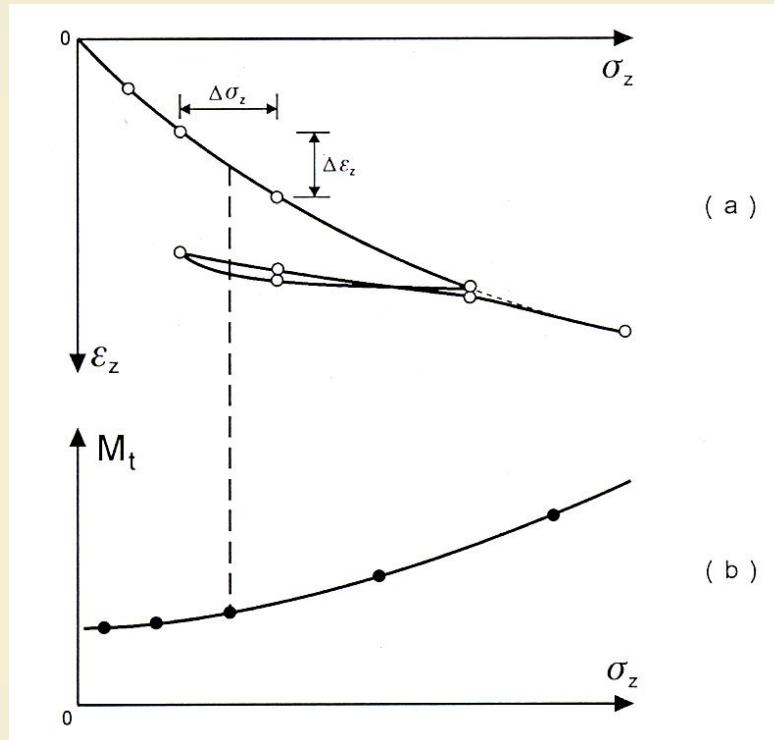
Brooker i Ireland su izvršili seriju specijalnih opita u kojima su mjerili osim vertikalnih i horizontalne napone. Rezultati su sumirani dijagramom sa slike.

Jedan od empirijskih izraza, koji se može koristiti za procjenu odnosa početnih horizontalnih i vertikalnih napona prekonsolidovanog tla, dovoljno tačan za praktične potrebe predložili su Mayne i Kulhawy:

$$K_0 = K_{0,NC} (OCR)^{\sin \phi'}$$

POKAZATELJI STIŠLJIVOSTI IZ EDOMETARSKIH ISPITIVANJA. Tipični rezultati dobijeni edometarskim ispitivanjem uzoraka prikazani su dijagramima na sljedećoj slici. S obzirom da se tlo samo aproksimativno može tretirati kao elastičan materijal, za interval napona $\Delta\sigma_z = \sigma_{z,i+1} - \sigma_{z,i}$ može se definisati tangentni, odnosno sekantni modul stišljivosti kao

$$M_v = \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\varepsilon_z}$$



Rezultati opita stišljivosti u edometarskom opitu.

- (a) Specifične deformacije,
- (b) Tangentni modul stišljivosti.

Ako je neopterećen uzorak tla u edometru imao početnu visinu h_0 i pri stepenici opterećenja "i" smanjio visinu za Δh_i , specifična deformacija je:

$$\Delta \varepsilon_z = \frac{\Delta h_i - \Delta h_{i-1}}{h_0 - \Delta h_i}$$

Veličine komponentalnih napona u edometarskim uslovima su:

$$\Delta \sigma'_1 = \Delta \sigma'_z \quad i \quad \Delta \sigma'_2 = \Delta \sigma'_3 = \frac{v'}{1-v'} \Delta \sigma'_1$$

Volumetrijska deformacija je:

$$\Delta \varepsilon_v = \frac{(1-2v')(1+v')}{1-v'} \frac{\Delta \sigma'_z}{E'} = \Delta \varepsilon_z = \frac{\Delta \sigma'_z}{M_v}$$

tako da je veza između modula stišljivosti M_v i modula elastičnosti tla E^*

$$M_v = \frac{1-v'}{(1-2v')(1+v')} E'$$

Osim gore ilustrovanog modula stišljivosti, koristi se i pokazatelj m_v , koeficijent zapreminske stišljivosti, koji se definišu kao:

$$m_v = \frac{\Delta \varepsilon_z}{\Delta \sigma'_z} \quad \text{tako da je} \quad m_v = \frac{1}{M_v}$$

Ako se definicija sekantnog modula izrazi u infinitezimalnom obliku kada $\Delta \sigma'_z$ teži nuli, dobija se tangentni modul stišljivosti u obliku funkcije:

$$M_t(\sigma'_z) = \frac{d\sigma'_z}{d\varepsilon_z} \approx \frac{\Delta \sigma'_z}{\Delta \varepsilon_z}$$

Veličina priraštaja deformacije $\Delta\varepsilon_z$ uslijed priraštaja napona $\Delta\sigma_z'$ za početnu veličinu napona p_0' je:

$$\Delta\varepsilon_z = \int_{p_0'}^{p_0' + \Delta\sigma_z'} \frac{d\sigma_z'}{M_t(\sigma_z')} \quad *$$

Jedno jednostavno rješenje pogodno za praktičnu primjenu se može dobiti ako je tangentni modul linearna funkcija napona

$$M_t(\sigma_z') = M_0 + k\sigma_z'$$

za koji se primjenom prethodnog integrala dobija:

$$\Delta\varepsilon_z = \frac{1}{k} \ln \left[\frac{M_0 + k(p_0' + \Delta\sigma_z')}{M_0 + kp_0'} \right] \quad \text{samo ako je } k \neq 0$$

U trivijalnom slučaju kada je $k=0$ i $M_t(\sigma_z') = M_0 = \text{konst.}$, deformacija je jednostavno $\Delta\varepsilon_z = \frac{\Delta\sigma_z'}{M_0}$

Janbu je pokazao da se tangentni modul može opisati sljedećom empirijskom jednačinom:

$$M_t = mp_a \left(\frac{\sigma_z'}{p_a} \right)^{(1-a)} \quad ** \quad \begin{aligned} m & - \text{modulni broj} \\ p_a & - \text{referentni napon u veličini od 100 kPa} \\ a & - \text{naponski eksponent} \end{aligned}$$

Integriranjem prema * izraza ** dobijaju se sljedeći izrazi za specifične deformacije:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{ma} \left[\left(\frac{p_0' + \Delta\sigma_z'}{p_a} \right)^a - \left(\frac{p_0'}{p_a} \right)^a \right] \quad za \quad a \neq 0$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{m} \left(\frac{p_0' + \Delta\sigma_z'}{p_0'} \right) \quad za \quad a = 0$$

Vrsta tla	Stanje tla	a	m
Šljunak		0.5	400 - i više
Pijesak	zbijen	0.5	400 – 250
	srednje zbijen	0.5	250 – 150
	rastresit	0.5	150 – 100
Prašina	zbijena	0.5	200 – 80
	srednja zbijena	0.5	80 – 60
	rastresita	0.5	60 – 40
Gline	prašinaste i tvrde	0.0	60 – 20
	glinovita prašina čvrsta	0.0	20 – 10
	glinovite prašine meke	0.0	10 – 5
	meke morske i organske	0.0	20 – 5
Treset		0.0	5 - 1

Tipične vrijednosti naponskog eksponenta i modulnog broja

Jedan od jednostavnijih i u našoje literaturi davno prihvaćenih opisa nelinearne veze između napona i deformacija, koji se može upotrijebiti ako je promjena visine uzorka podijeljena sa početnom visinom približno prava linija u polu-logaritamskom dijagramu, što definiše Terzajevu "konstantu stišljivosti":

$$C = \frac{\ln\left(\frac{p_0 + \Delta\sigma_z}{p_0}\right)}{\Delta\varepsilon_z}$$

tako da je $\Delta\varepsilon_z = \frac{1}{C} \ln\left(\frac{p_0 + \Delta\sigma_z}{p_0}\right)$

Nagib prave AB sa slike *Rezultati opita stišljivosti u edometarskom opitu* je koeficijent stišljivosti a_v , tako da je:

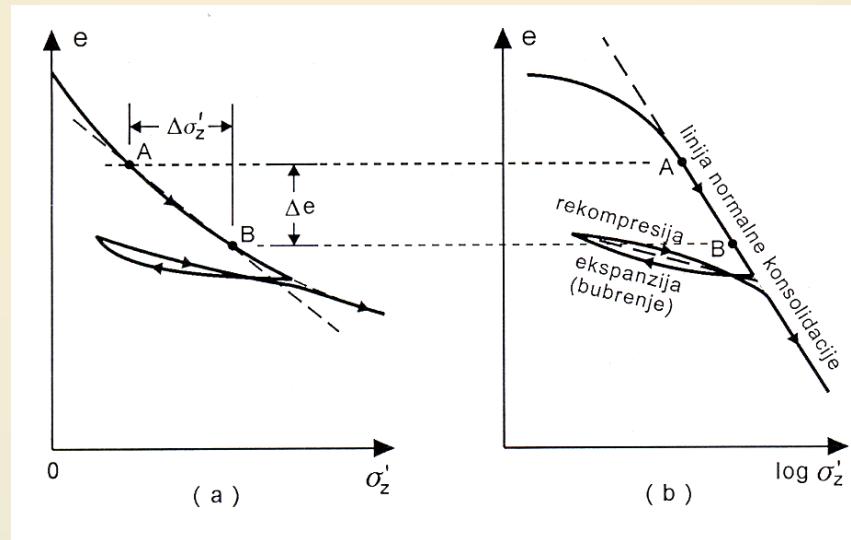
$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta\sigma_z} = (1 + e_0) \frac{\Delta\varepsilon_z}{\Delta\sigma_z} = (1 + e_0)m_v \quad e_0 - \text{početni koeficijent poroznosti}$$

NORMALNO KONSOLIDOVANE I PREKONSOLIDOVANE GLINE

Kaže se da je tlo normalno konsolidovano ako od svog nastanka u prošlosti do vremena kada ga posmatramo nije bilo izloženo većem vertikalnom naponu od napona p_0^+ kome je sada izložen.

Element tla je prekonsolidovan ako je u svojoj prošlosti bio opterećen vertikalnim efektivnim naponom p_c^+ , na p_0^+ .

Ove definicije omogućuju da se definiše pokazatelj stepen prekonsolidacije $OCR = p_c^+ / p_0^+$. Za normalno konsolidovano tlo $p_c^+ = p_0^+$, tj. $OCR=1$, a za prekonsolidovano tlo $p_c^+ > p_0^+$, tj. $OCR > 1$.



Zavisnost napona i koeficijenta poroznosti

Empirijski je ustanovljeno da se zavisnost između normalnog efektivnog napona u logaritamskoj razmjeri i koeficijenta poroznosti može, sa dovoljnom tačnošću za praktične potrebe, prikazati pravom linijom. Nagib ove prave definisan je veličinom indeksa stišljivosti C_c koja predstavlja promjenu koeficijenta poroznosti za desetostruko povećanje napona tako da je:

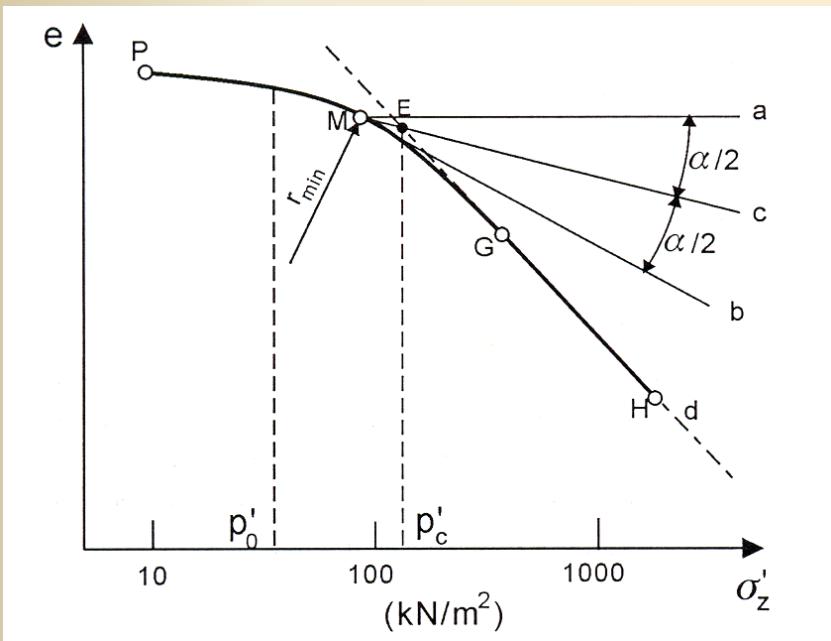
$$C_c = -\frac{\Delta e}{\log[(p_0 + \Delta \sigma_z)/p_0]}$$

S obzirom da je u uslovima jednodimenzionate deformacije $\varepsilon_v = \varepsilon_z = \Delta e / (1 + e_0)$, specifična deformacija je:

$$\varepsilon_z = \frac{C_c}{1 + e_0} \log \left(\frac{p'_0 + \Delta \sigma'_z}{p'_0} \right)$$

Iz velikog broja eksperimentalnih rezultata Skempton daje empirijsku zavisnost između indeksa stišljivosti i granice tečenja izražene u procentima koju Terzaghi i Pek daju u obliku:

$$C_c = 0.009(w_L - 10\%)$$

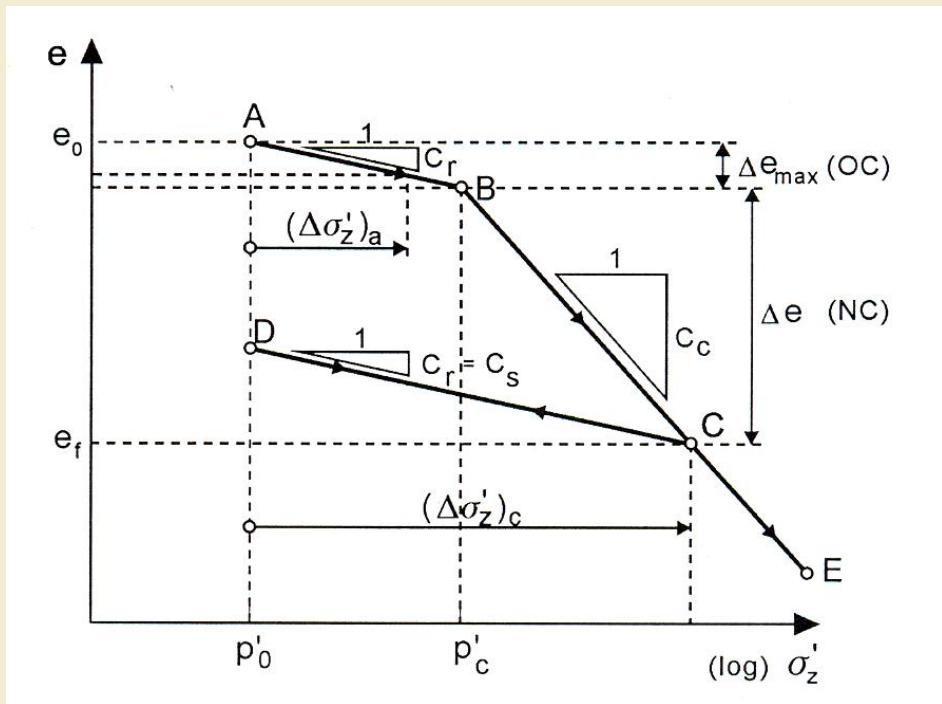


Određivanje napona prekonsolidacije

1. Izabrati tačku M na mjestu maksimalne zakrivljenosti krive PGH
2. Povući horizontalnu liniju *a* u tački M
3. Povući tangantu *b* na krivu PGH u tački M
4. Nacrtati simetralu ugla α , između pravih *a* i *b*, koja je označena sa *c*
5. Produciti GH, linearni segment krive PGH do presjeka sa *c* u tački E
6. Tačka E definije napon p_c^+ , veličinu maksimalnog vertikalnog efektivnog napona koji je na uzorak tla djelovao u prošlosti.

Histerezisna petlja sa slike za Zavisnost napona i koeficijenta poroznosti b) pri dekompresiji i rekompresiji je aproksimirana jednom linijom čiji je nagib definisan indeksom buburenja C_s ili indeksom rekompresije C_r koji je jednak:

$$C_r = -\frac{\Delta e}{\log(p_c^+ / p_0^+)} \approx C_s \quad \Delta e \text{ - odgovarajuća razlika koeficijenta poroznosti pri naponima } p_c^+ \text{ i } p_0^+.$$



Idealizovano ponašanje gline pri jednodimenzionalnoj deformaciji

Ako je $p_0^+ + \Delta\sigma_z^+ \leq p_c^+$ tada je vertikalna deformacija:

$$\varepsilon_z = \frac{C_r}{1+e_0} \log \frac{p_0^+ + \Delta\sigma_z^+}{p_0^+}$$

Ako je $p_0^+ + \Delta\sigma_z^+ > p_c^+$ tada je vertikalna deformacija:

$$\varepsilon_z = \frac{C_r}{1+e_0} \log \frac{p_c^+}{p_0^+} + \frac{C_c}{1+e_0} \log \frac{p_0^+ + \Delta\sigma_z^+}{p_c^+}$$

Ocjena tačnosti proračuna slijeganja pomoću edometarskog modela

Realno, u tlu bočne deformacije nisu u potpunosti spriječene, pa će se ovdje pokazati usporedba slijeganja pravougaonog temelja, izračunatih prema tačnom i približnom rješenju.

Tačno rješenje za taj slučaj glasi:

$$s_{qb} = \frac{q \cdot b \cdot (1 - \nu^2) \cdot I_b}{E}$$

Ovaj izraz upotrijebljen za ocjenu slijeganja s edometarskim modulom ($\nu = 0$, a $E = E_{oed}$).

$$s_{oed} = \frac{q \cdot b \cdot I_b}{E_{oed}}$$

$$E_{oed} = \frac{E' (1 - \nu')}{(1 + \nu') (1 - 2\nu')}$$

$$s_{oed} = \frac{q \cdot b \cdot I_b \cdot (1 + \nu') \cdot (1 - 2\nu')}{(1 - \nu') \cdot E'}$$

$$\frac{s_{oed}}{s_{qb}} = \frac{(1 + \nu') (1 - 2\nu')}{(1 - \nu') (1 - \nu'^2)} = \frac{1 - 2\nu'}{(1 - \nu')^2}$$

ν'	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
s_{oed}/s_{qb}	1.00	0.99	0.94	0.82	0.56	0.00

Dodatak

Određivanje deformacijskih parametara tla za proračun slijeganja

Korelacije za određivanje modula elastičnosti za drenirano, E' , i nedrenirano stanje E , na osnovu \bar{N} i q_c (u kN/m²)

tip tla	preko N	preko q_c
pjesak	500 ($N+15$) 18000+750 N (15200 do 22000)ln N	2 do 4 q_c $2(1+D_r^2) q_c$
zaglinjeni pjesak	320 ($N+15$)	3 do 6 q_c
prašinasti pjesak	300($N+6$)	1 do 2 q_c
šljunkovit pjesak	1200($N+6$)	-
meka glina	-	6 do 8 q_c

Dodatak

Određivanje deformacijskih parametara tla za proračun slijeganja

Korelaciјe za određivanje modula elastičnosti za nedrenirano stanje, E_t , u tlu na temelju c_u (nedrenirane čvrstoće) i indeksa plastičnosti I_p

tip gline	E_t
$I_p > 30$ ili organske gline	100 do 500 c_u
$I_p < 30$ ili krute gline	500 do 1500 c_u
$1 < \text{OCR} < 2$	800 do 1200 c_u
$2 < \text{OCR}$	1500 do 2000 c_u

Dodatak

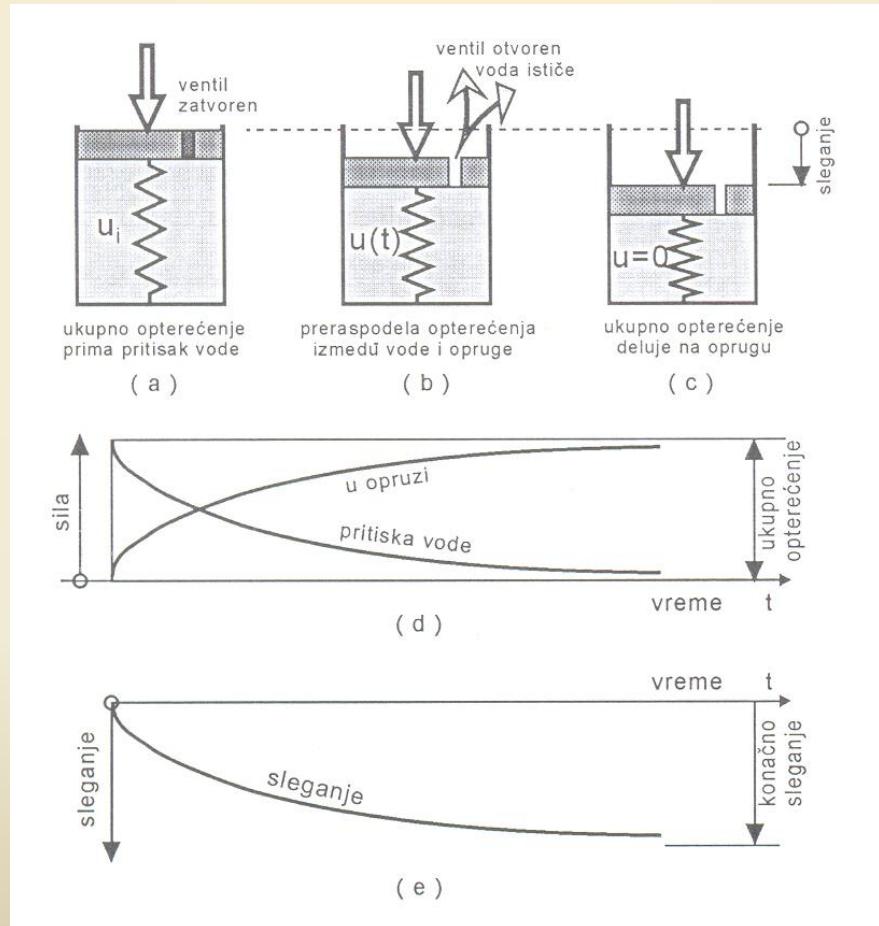
Određivanje deformacijskih parametara tla za proračun slijeganja

Tipične vrijednosti Poissonovog koeficijenta ν'

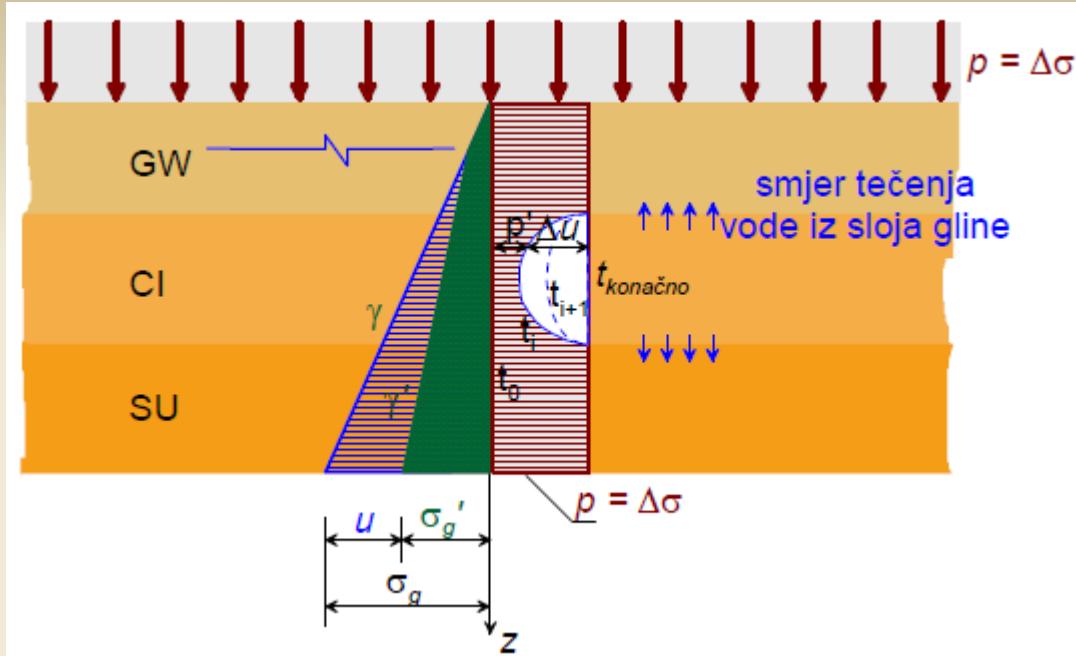
tip tla	ν'
glina, zasićena	0.4 do 0.5
glina, nezasićena	0.1 do 0.3
pjeskovita glina	0.2 do 0.3
prah	0.3 do 0.35
pijesak, zbijen	0.2 do 0.4
pijesak, grubi	0.15
pijesak, fini	0.25
stijena	0.1 do 0.4
prapor	0.1 do 0.3
led	0.36
beton	0.15

PROMJENE ZAPREMINE TLA U VREMENU - KONSOLIDACIJA

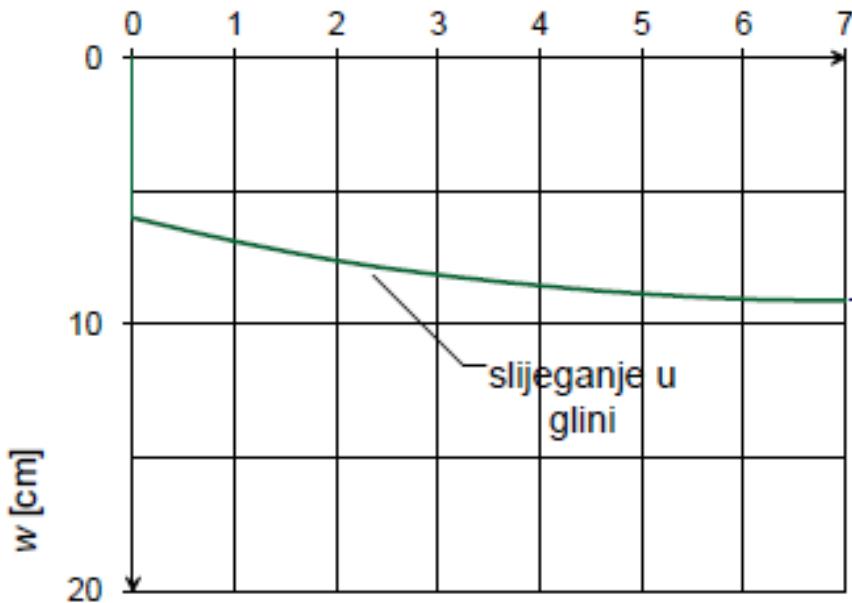
Proces postepenog smanjivanja zapremine, opadanja veličine pornog natpritiska i povećanja efektivnih naponu naziva se procesom konsolidacije.



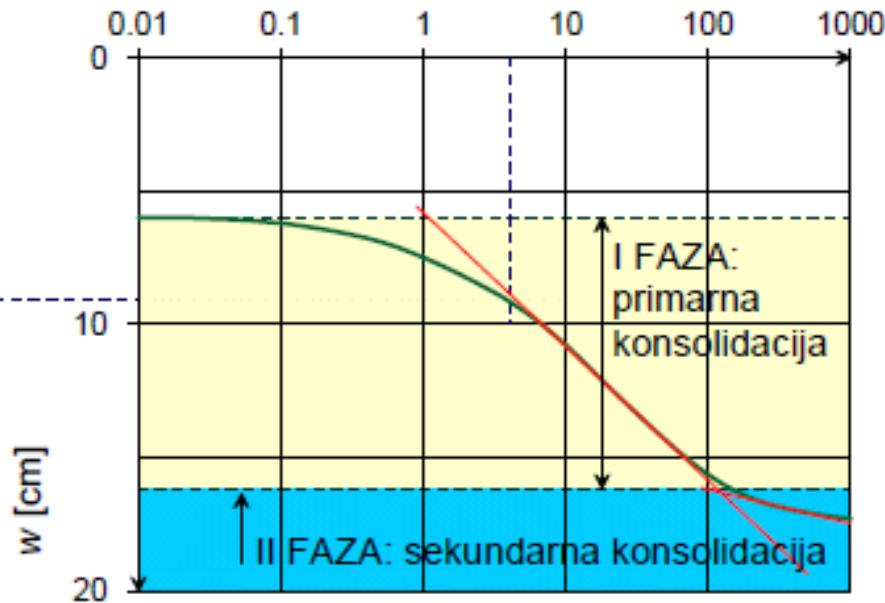
Mehanički model konsolidacije



linearno mjerilo t [mj.]



log mjerilo t [mj.]



Teorija primarne konsolidacije-Terzaghi

Početne su postavke jednake kao i kod tečenja tj. da je pri protjecanju kroz element tla promjena protoka jednaka promjeni volumena vode u elementu tla u vremenu, a za smjerove x i y (balans masa):

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) dx dz = \frac{dV}{dt} \quad (1)$$

Promatrajući samo tečenje i deformaciju u smjeru z , jednodimenzionalan problem. Primjenom Darcyijeviog zakona, lijeva strana izraza 1 se pojednostavljuje na:

$$\Delta q = \Delta q_z = \left(k \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) \cdot dx dy dz \quad (2)$$

U slučaju primarne konsolidacije se element tla sliježe i imamo da je:

$$\frac{\partial V_w}{\partial t} \neq 0 \quad (3)$$

Teorija primarne konsolidacije-Terzaghi

Volumen vode u elementu tla se može izraziti preko; S_r i e :

$$V_w = \frac{S_r \cdot e_o}{1 + e_o} \cdot dx dy dz \quad (4)$$

Promjena volumena vode u elementu tla u vremenu je onda:

$$\Delta q = \frac{\partial V_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_r \cdot e_o}{1 + e_o} \cdot dx dy dz \right) \quad (5)$$

Iz uslova ravnoteže masa (balansa masa), volumen vode koji istekne iz pora elementa tla jednak je promjeni volumena vode u elementu tako da je:

$$k \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{1 + e_o} \left(e_o \cdot \frac{\partial S_r}{\partial t} + S_r \frac{\partial e}{\partial t} \right) \quad (6)$$



Teorija primarne konsolidacije-Terzaghi

Pretpostavka: tlo potpuno zasićeno ($Sr = 1.0$) i da je linearna veza naprezanja i deformacija.

Izrazi na osnovu kojih se izvodi jednačina konsolidacije su, dakle:

1. Uslov ravnoteže u smjeru osi z :

$$\sigma_v = \gamma \cdot z + p_0 \quad (7)$$

2. Ravnoteža masa (jed. 6), uz uslov da nema promjene Sr -a:

$$k \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{1+e} \cdot \frac{\partial e}{\partial t} \quad (8)$$

3. Odnosi naprezanja i deformacija:

$$\frac{\partial e}{1+e_o} = \varepsilon = \frac{\Delta \sigma}{E_{oed}} \quad (9)$$

Jednač. 6, korištenjem
Izraza 9 postaje:

$$k \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{E_{oed}} \frac{\partial \sigma_v}{\partial t} \quad (10)$$

$$k \cdot E_{oed} \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{\partial \sigma_v}{\partial t} \quad (11)$$

$$(\sigma_v = \sigma_v' + u_e)$$

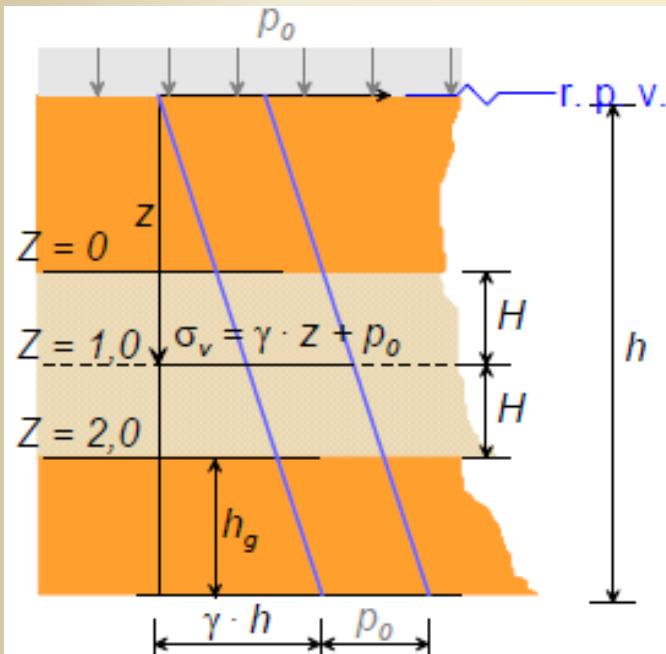
ue - porast pornog pritiska uslijed nanošenja opterećenja na površini



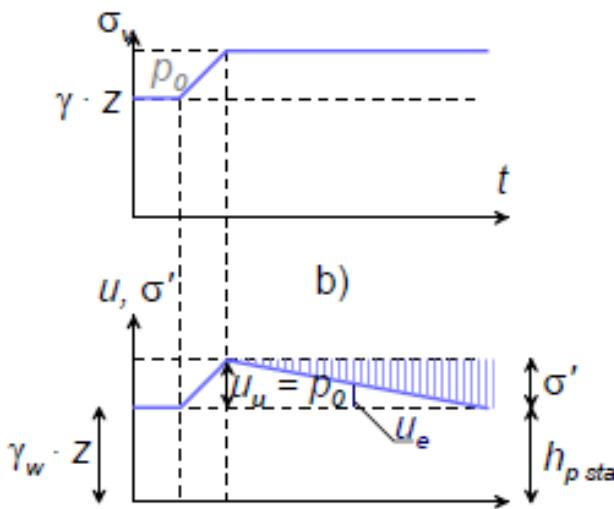
Teorija primarne konsolidacije-Terzaghi

Ako umjesto efektivnog naprezanja σ' uvrstimo $\sigma v - ue$ (iz jed.11) i promatramo jednostavan slučaj kad nema promjene ukupnog naprezanja na površini u vremenu, dobit ćemo na desnoj strani:

$$\frac{\partial \sigma'}{\partial t} = -\frac{\partial u_e}{\partial t} \quad (12)$$



a)



c)

a) Skica početnih i dodatnih naprezanja za rješavanje problema jednodimenzionalne konsolidacije, u smjeru osi z

b) prikaz promjene u vremenu vertikalnih totalnih naprezanja i
c) pornih pritisaka i efektivnih naprezanja u dubini z .



Teorija primarne konsolidacije-Terzaghi

Ne možemo još tražiti rješenje za jed. 11 jer imamo derivacije različitih funkcija. Moramo je, dakle, svesti na jednu funkciju. Ukupni potencijal h možemo na slijedeći način prebaciti u porast pornog pritiska ue (sl):

$$h = h_g + (h_{pstat} + h_{pe}) = h_g + \frac{u_{stat}}{\gamma_w} + \frac{u_e}{\gamma_w} \quad (13)$$

gdje je ue porast pornog pritiska, u odnosu na već postojeći od vlastite težine vode $ustat$, zbog pojave opterećenja na površini. Ako u lijevu stranu jed. 11 uvrstimo, umjesto h , izraz 13, obzirom da su hg i $ustat$ linearne funkcije, njihove druge derivacije po ordinati z bit će jednake nuli, pa će ostati samo druga derivacija ue :

$$\frac{k \cdot E_{oed}}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial u_e}{\partial z^2} = \frac{\partial u_e}{\partial t} \quad (14)$$

$$c_v \cdot \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} = \frac{\partial u_e}{\partial t} \quad (16)$$

Izraz uz derivaciju s lijeve strane se sastoji od konstanti pa ga možemo zamijeniti jednom:

$$c_v = \frac{k \cdot E_{oed}}{\gamma_w} \quad (15)$$

Parametar c_v nazivamo *koeficijentom konsolidacije*, a jed. 14. tada prelazi u:

Teorija primarne konsolidacije-Terzaghi

Ovo je oblik hiperbolične parcijalne diferencijalne jednačine koji se rješava uvođenjem bezdimenzionalnih varijabli:

- Bezdimenzionalna dubina:

$$Z = \frac{z}{H} \quad (17)$$

- Vremenski faktor:

$$T_v = c_v \cdot \frac{t}{H^2} \quad (18)$$

Pa se jednačina 16 svodi na oblik:

$$\frac{\partial^2 u_e}{\partial Z^2} = \frac{\partial u_e}{\partial T_v} \quad (19)$$

Diferencijalna jednačina se rješava uz zadane početne i rubne uslove.

1. rubni uslov: Ako od opterećenja p u prvom trenutku nastane porni prepritisak u_0 , onda je početni uslov je:

$$t=0 \Rightarrow u_e = u_0, \text{ za } 0 \leq Z \leq 2 \quad (20)$$

Teorija primarne konsolidacije-Terzaghi

2. rubni uvjet: za svaki kasniji t , tj.

$$t > 0 \Rightarrow u_e = 0 \text{ za } Z=0 \text{ i } Z=2. \quad (21)$$

tj. na gornjem i donjem rubu sloja koji se konsolidira, nakon početne vrijednosti $u_e = u_0$, u_e odmah pada na nulu.

Rješenje se dobije kao suma niza trigonometrijskih funkcija (trigonometrijski red):

$$u_e = \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2u_0}{M} (\sin MZ) e^{-M^2 T_v} \quad (22)$$

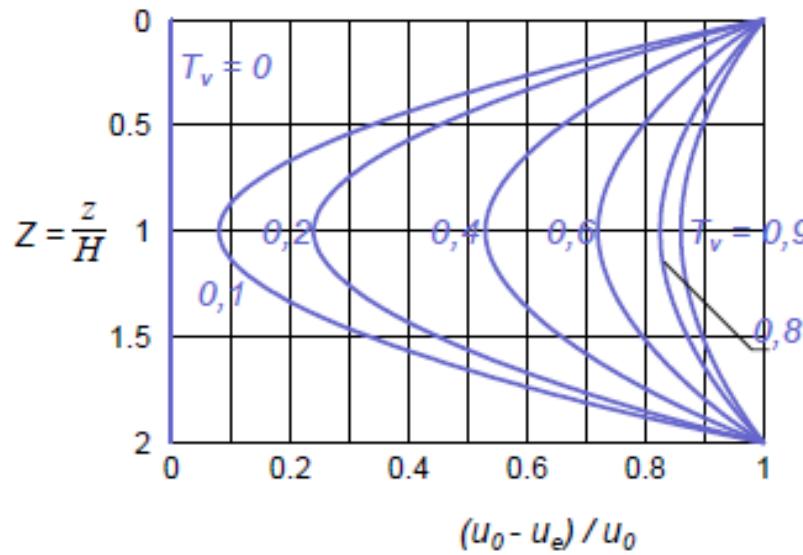
Gdje je:

$$M = \frac{\pi}{2} (2m+1), m = 1, 2, 3, \dots \quad (23)$$

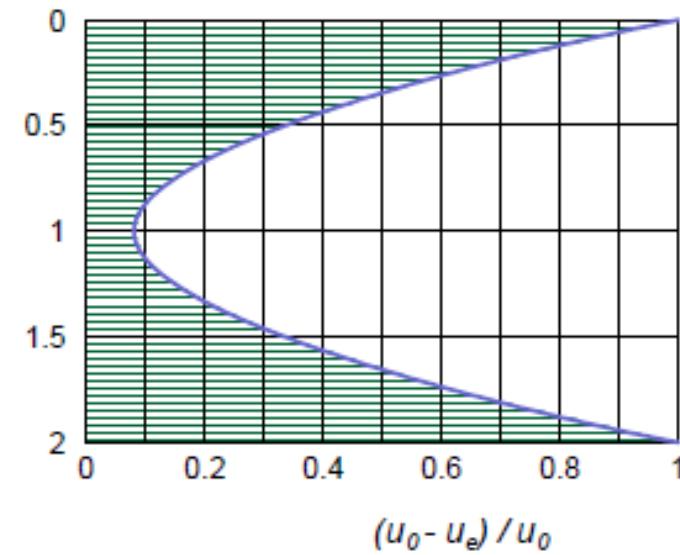
Rješenje
se može
prikazati i
u obliku
dijagrama



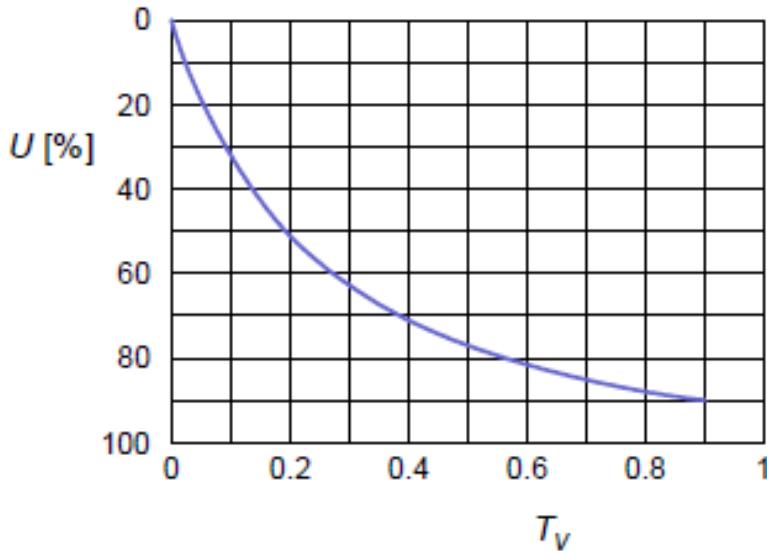
Teorija primarne konsolidacije-Terzaghi



a)



b)



$$U = \frac{\text{osjen. površina}}{\text{ukupna površina}} = \frac{w_t}{w_o} \quad (24)$$

U - prosječan stepen konsolidacije

w_t ... trenutno slijeganje,

w_o ... konačno slijeganje.

pa se **U** može shvatiti i kao
bezdimenzionalno slijeganje

Teorija primarne konsolidacije-Terzaghi

Nekoliko komentara u vezi s rješenjem (Lambe & Whitman, 1969):

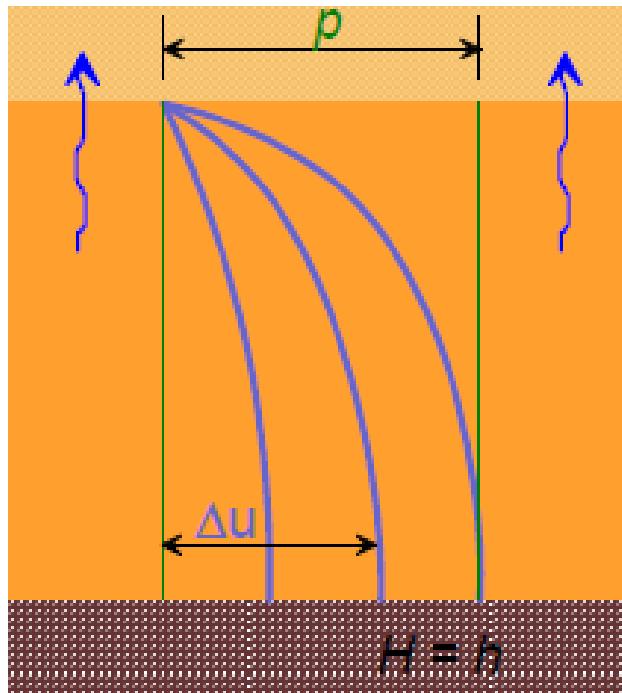
- odmah nakon opterećivanja, nastaju veliki gradijenti na gornjem i donjem rubu sloja gline, pa tamo dolazi do brzog slijeganja, a u srednjem djelu je tek za $Tv>0.05$,
- za $Tv>0.3$ su krive normaliziranih pornih pritisaka skoro su čista sinusna funkcija, pa se koristi samo prvi član rješenja u jed.22,
- za $Z = 1,0$ su gradijenti uvijek jednaki nuli, pa nema tečenja kroz sredinu.

Rješenje vrijedi za jednodimenzionalni slučaj (tj. spriječeno bočno širenje, kao u edometru), a varijable - slijeganje i vrijeme su bez dimenzija, pa se, za svaki konkretni primjer mogu prilagoditi vrsti materijala i debljini sloja koji se sliježe. U problemima slijeganja u vremenu, varijable su prosječni stepen konsolidacije U i vremenski faktor, Tv :

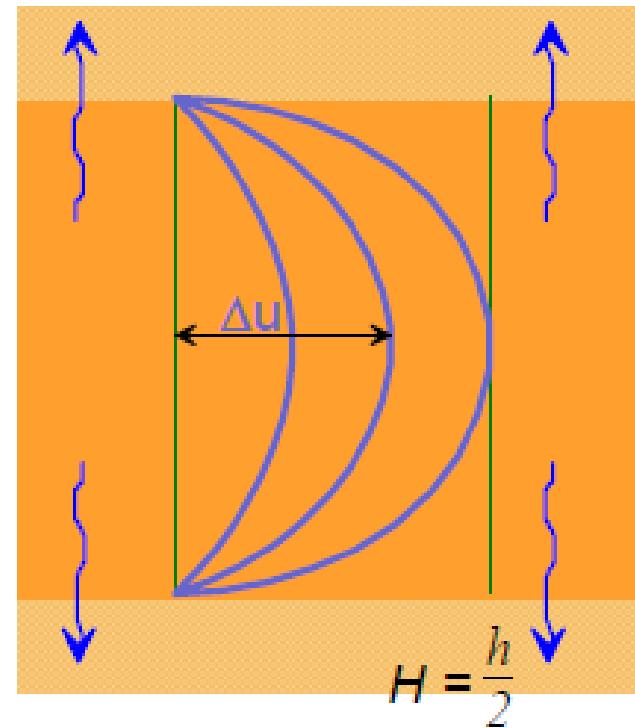
$$U = \frac{w_t}{w_o} \quad \text{i} \quad T_v = \frac{c_v \cdot t}{H^2} \quad (25)$$

gdje je wt slijeganje koje odgovara vremenu t , a H je "put dreniranja" prema sledećoj slici.

Teorija primarne konsolidacije-Terzaghi



a)



b)

"Put dreniranja" za slučaj jednostranog i obostranog dreniranja

Vremenski tok slijeganja, se onda izračuna tako da se, za konkretni sloj prvo izračuna konačno slijeganje, a slijeganje u vremenu se izračuna iz odnosa $U : TV$ koji se očita iz dijagrama ili iz tabele, gdje je:

$$t = T_v \cdot \frac{H^2}{c_v}$$

Teorija primarne konsolidacije-Terzaghi

Numeričke vrijednosti za U i T_v , za slučaj konstantnog opterećenja

U	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
T_v	0,008	0,031	0,071	0,126	0,197	0,287	0,403	0,567	0,848

Prema ovom modelu se vidi da brzina slijeganja ne ovisi o intenzitetu opterećenja.
Prema Craig (1978) se veza U i T_v može numerički jednostavno izraziti na slijedeći način:

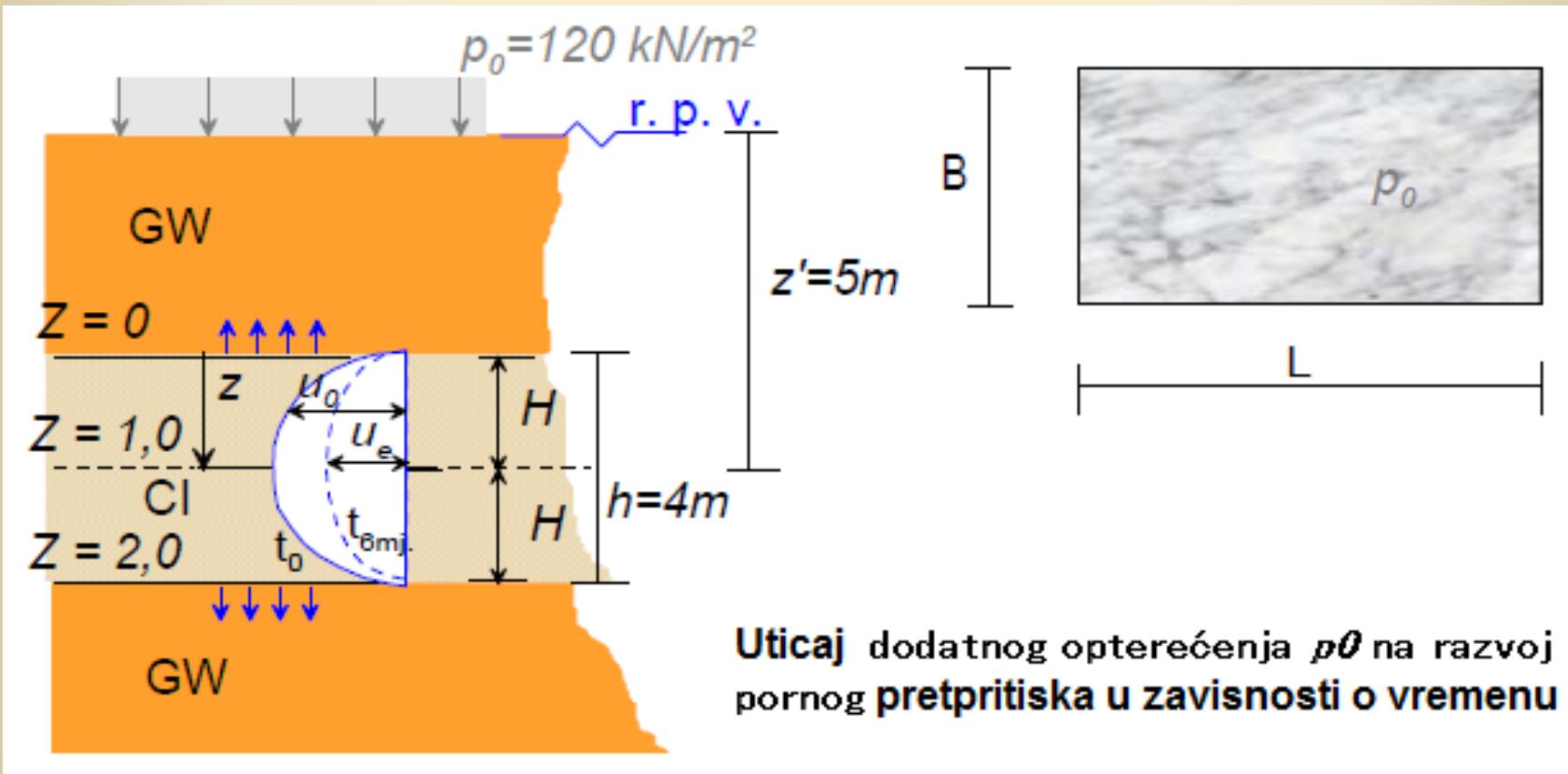
$$\text{za } U < 0,60 \text{ je } T_v = \pi U^2 / 4, \quad (25\text{-a})$$

$$\text{a za } U > 0,60 \text{ je } T_v = -0,933 \log(1-U) - 0,085, \quad (25\text{-b})$$

Teorija primarne konsolidacije-Terzaghi

Primjer :1

Prije šest mjeseci postavljen je temelj dimenzija $B \times L = 3 \times 4$, s *kontaktnim opterećenjem* $p_0 = 120 \text{ kN/m}^2$. Potrebno je odrediti porni ptitisak na sredini sloja gline dubine 5m. Sloj gline debljine 4m omeđen je fino graduiranim šljunkom. Koeficijent konsolidacije iznosi $c_v = 4.7 \text{ m}^2/\text{god}$.



Teorija primarne konsolidacije-Terzaghi

Komentar:

Sloj gline omeđen je s obje strane fino graduiranim šljunkom stoga ima mogućnost obostranog dreniranja pa je *ukupni put dreniranja* jednak polovini debljine sloja

Rješenje:

$$H = \frac{h}{2} = \frac{4,0}{2} = 2,0 \text{ [m]}$$

Određivanje vremenskog faktora

$$T_v = \frac{c_v \cdot t}{H^2} = \frac{4,7 \cdot 0,5}{2,0^2} = 0,5875$$

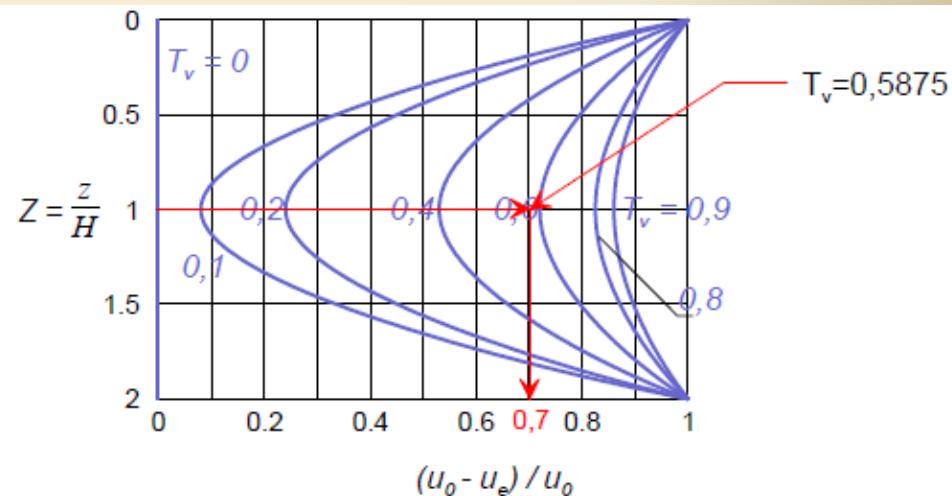
Određivanje bezdimenzionalne dubine

$$Z = \frac{z}{H} = \frac{2,0}{2,0} = 1,0$$

gdje je z dubina sloja u kojem određujemo porni tlak

$$z = \frac{h}{2} = \frac{4,0}{2} = 2,0$$

$\begin{cases} Z = 1 \\ T_v = 0,5875 \end{cases}$ → dijagram ➡ $(u_o - u_e) / u_o$

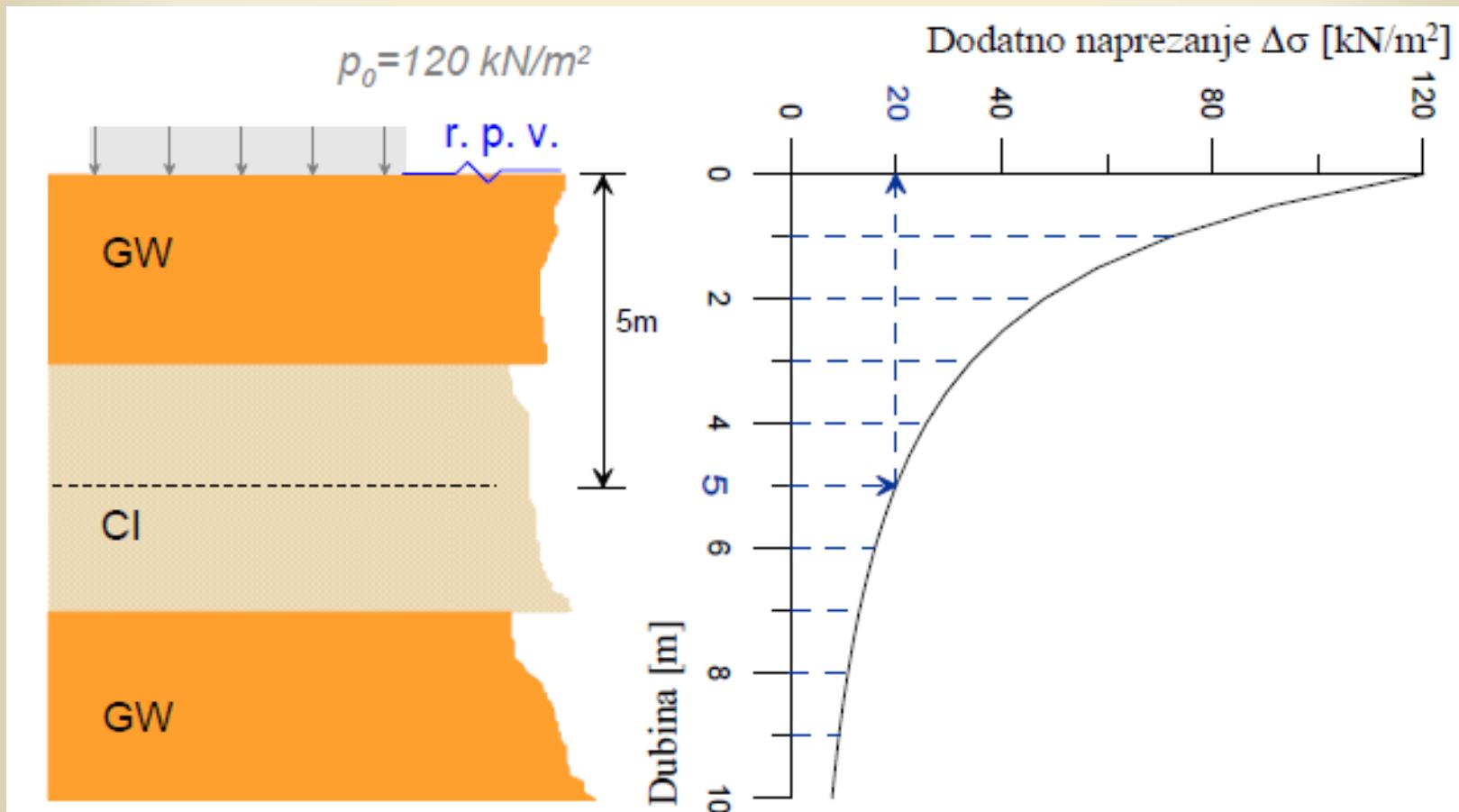


Očitana vrijednost koeficijenta $(u_o - u_e) / u_o$ za izračunate vrijednosti $Z = 1$ i $T_v = 0,5875$ je $(u_o - u_e) / u_o = 0,7$.

Teorija primarne konsolidacije-Terzaghi

Komentar: Porni pretlak u_0 u trenutku $t = 0$ na sredini sloja jednak je naprezanju na toj dubini izazvanim dodatnim opterećenjem. Za raspodjelu naprezanja po dubini koriste se razne metode (poglavlje: *raspodjela vertikalnih naprezanja*).

U ovom slučaju dodatno naprezanje ćemo odrediti metodom raspodjele naprezanja 1:2.



Dijagram raspodjele naprezanja po dubini

Teorija primarne konsolidacije-Terzaghi

$$P = p_o \cdot B \cdot L = 120,0 \cdot 3,0 \cdot 4,0 = 1440,0 \text{ kN}$$

$$\Delta\sigma_v = \frac{P}{(B + z')(L + z')} [\text{kN/m}^2]$$

$$\Delta\sigma_v = \frac{1440,0}{(3,0 + 5)(4,0 + 5)} [\text{kN/m}^2]$$

$$\Delta\sigma_v = 20,0 [\text{kN/m}^2]$$

$$\Delta\sigma_v = u_o$$

$$u_0 = 20,0 \text{ kN/m}^2$$

Porni natpritisak
nakon šest
mjeseci



$$(u_o - u_s) / u_o = 0.7$$

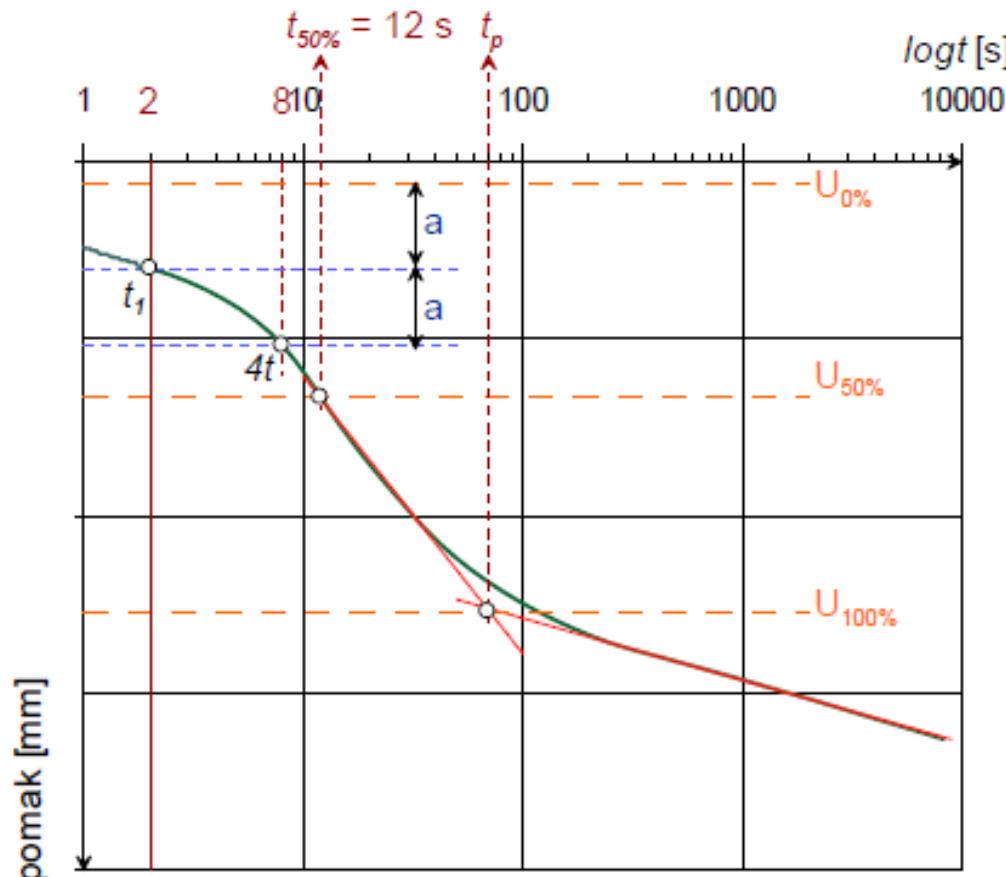
$$u_s = 0.3 \cdot u_o = 0,3 \cdot 20,0 = 6,0 [\text{kN/m}^2]$$

$$u_s = 6,0 [\text{kN/m}^2]$$

Određivanje koeficijenata konsolidacije u laboratoriju

Koeficijent konsolidacije je svojstvo materijala, pa se, prema tome, treba odrediti na osnovu ispitivanja uzorka u laboratoriju. Može se izračunati iz izraza 15 ako su poznati koeficijenti vodopropusnosti i edometarski modul.

Česta su još dva načina direktnog određivanja c_v -a, prema Casagrandeu i Tayloru (izvor Craig, 1978), na osnovu opita u edometru



$$T_v = c_v \frac{t}{H^2},$$

$$c_v = T_v \frac{H^2}{t_{50\%}} = \frac{0.197 \cdot 1.0^2}{12},$$

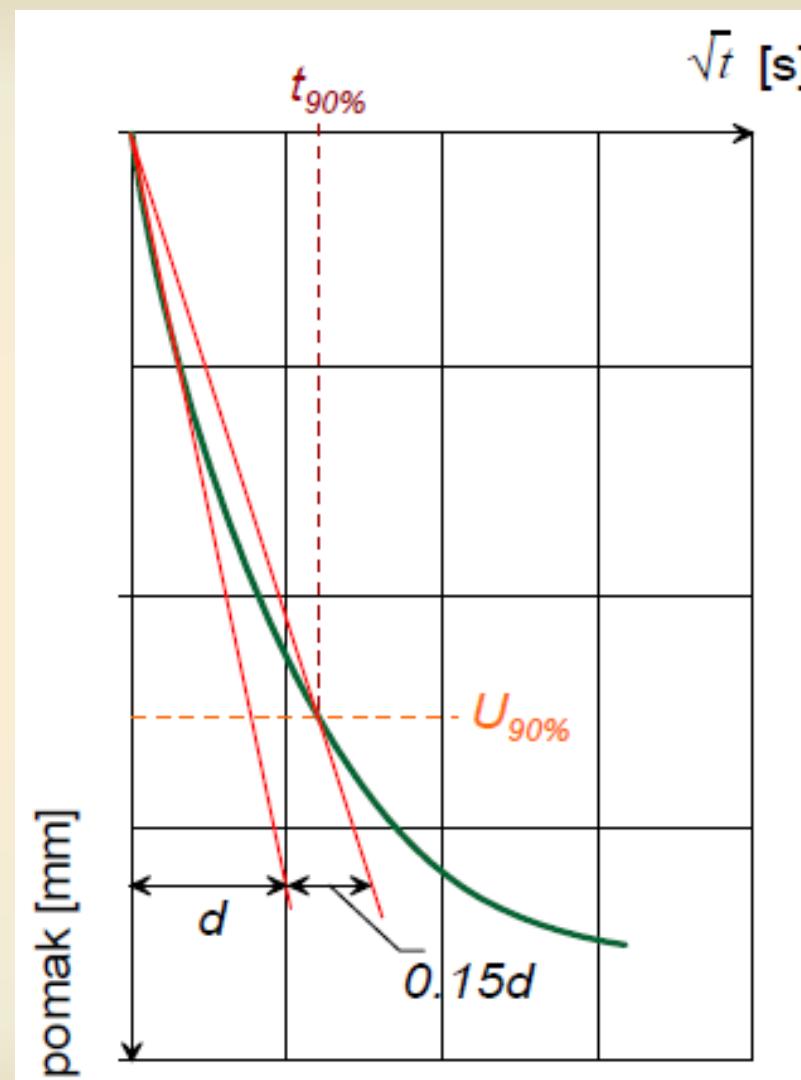
$$c_v = 0.0164 \text{ cm}^2 / \text{s}$$

Prilagodba dijagrama mjerjenja vremenskog toka slijeganja u edometru i određivanje c_v prema Casagrandeu

Određivanje koeficijenata konsolidacije u laboratoriju

Taylor (1948) - vremenska os je u mjerilu drugog korijena.

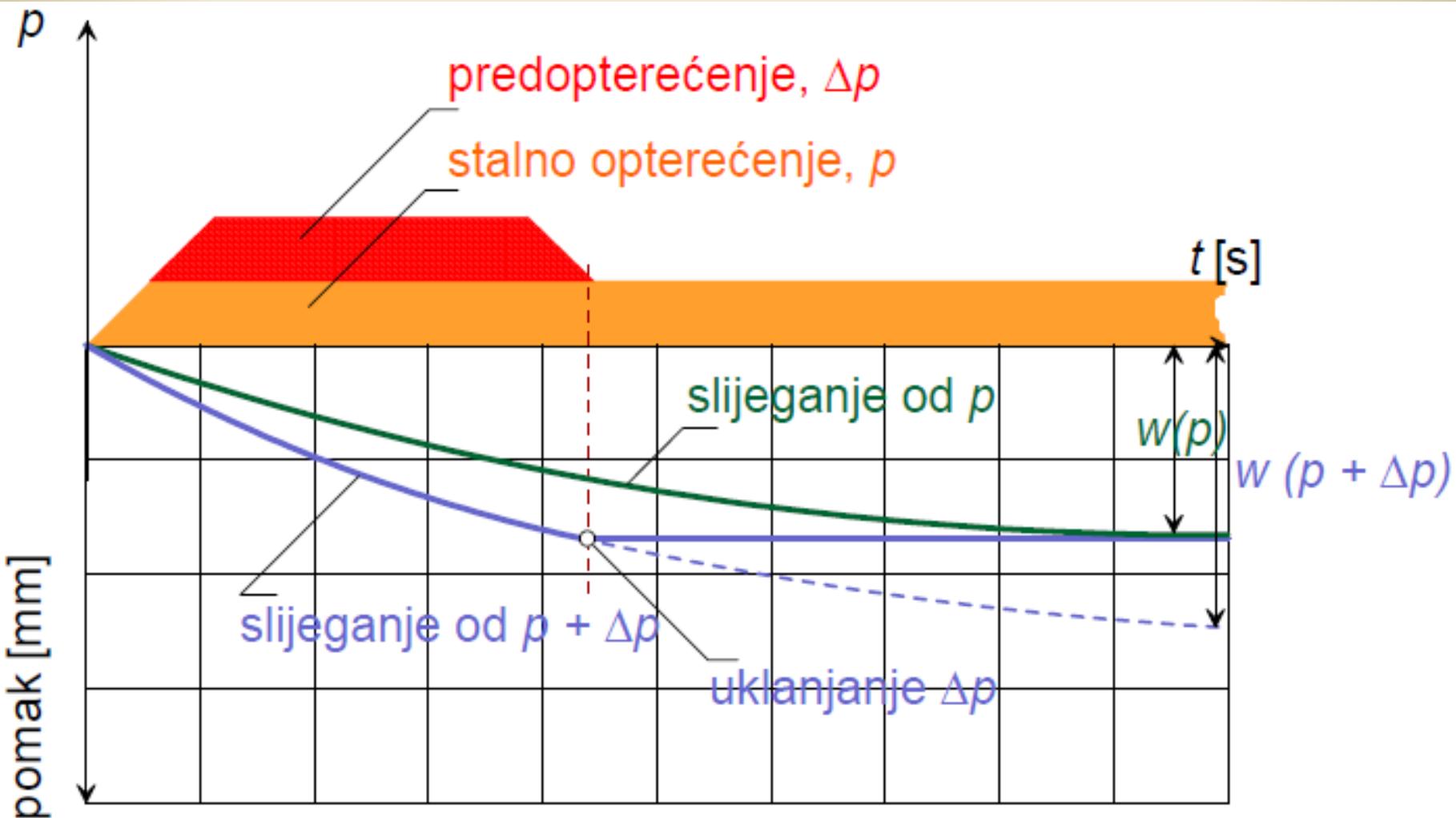
$$c_v = \frac{0.848 \cdot 1.0}{t}; \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \right]$$



Prilagodba dijagrama mjenjenja vremenskog toka slijeganja u edometru i određivanje c_v , po Tayloru.

Ubrzanje konsolidacije

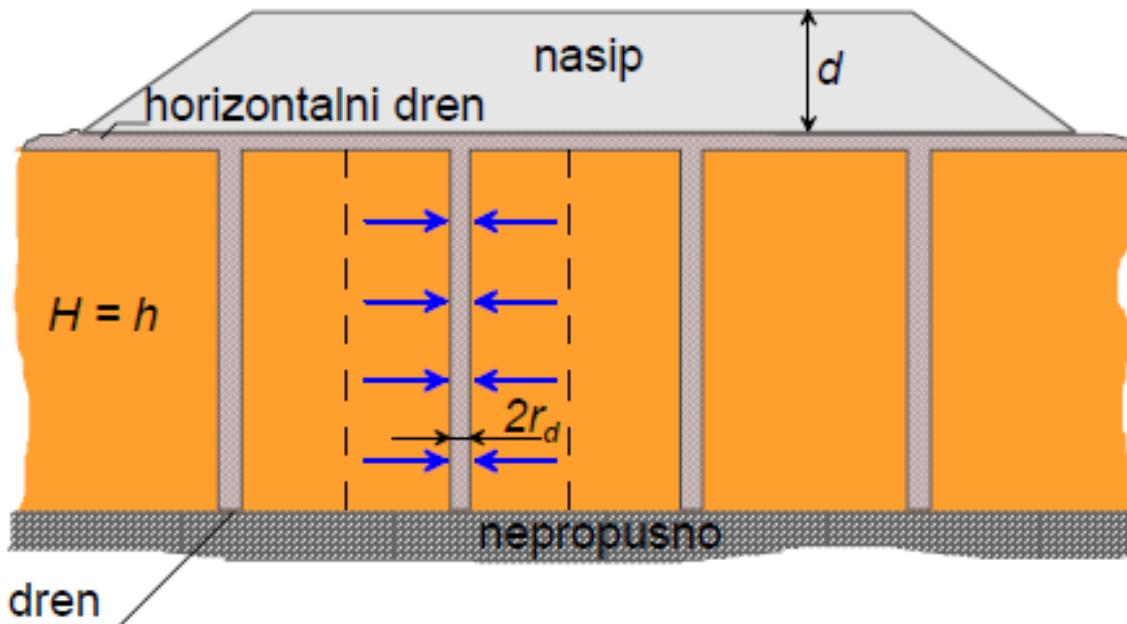
I način: predopterećenje



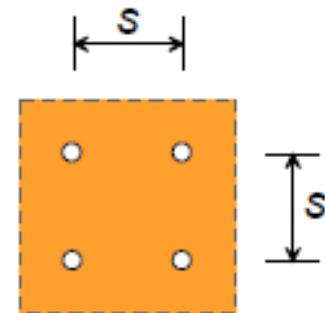
Prikaz ubrzanja slijeganja predopterećenjem

Ubrzanje konsolidacije

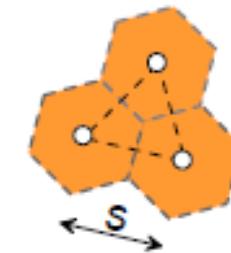
II način: pomoću vertikalnih bušenih drenova



a)



$$R = 0,564 \cdot s$$



$$R = 0,525 \cdot s$$

b)

a) skica za ubrzanje konsolidacije ugradnjom vertikalnih drenova, b) polumjeri uticaja drenova, R , kao funkcije njihovog rasporeda (kvadratni ili trougaoni).

Polumjer uticaja pojedinog drena, R , određuje se kao funkcija njihovog razmaka, s .

Ubrzanje konsolidacije

II način: pomoću vertikalnih bušenih drenova

Diferencijalna jednačina za konsolidaciju kad je omogućeno dreniranje istovremeno u vertikalnom i horizontalnom smjeru su (prema, Craig, 1978):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_h \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

Analogno prema rješenjima za jednodimenzionalnu konsolidaciju, definišu se prosječni stepen i vremenski faktori:

- za vertikalno dreniranje U_v i $T_v = \frac{c_v \cdot t}{H^2}$, a
- za radijalno dreniranje U_r i $T_r = \frac{c_h \cdot t}{4R^2}$

Zajednički prosječni stepen konsolidacije U dobije se prema:

$$(1-U) = (1-U_v) \cdot (1-U_r)$$

Ubrzanje konsolidacije

Primjer :2

Proračun vertikalnih drenova. Konstruisat će se nasip na 10 m debelom stišljivom sloju gline. Promjena naprezanja, uslijed izgradnje nasipa, bit će $p = \Delta\sigma = 65 \text{ kN/m}^2$. Nakon što prođe šest mjeseci od početka gradnje nasipa, nasip se smije slegnuti još samo 2.5 cm. Konsolidaciju zbog toga treba ubrzati. Predviđeno je da se to postigne bušenim vertikalnim drenovima. Zadatak je ustanoviti razmak drenova u kvadratnom rasteru (mogu se ugraditi samo drenovi promjera 40 cm). Tlo ispod gline je nepropusno i nestišljivo. Svojstva gline su:

$$c_v = 4.7 \text{ m}^2/\text{god.}, \quad c_h = 7.9 \text{ m}^2/\text{god.} \quad \text{i} \quad E_{oed} = 4000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}.$$

Komentar: Koeficijent propusnosti, k , je obično veći u horizontalnom nego u vertikalnom smjeru pa je zato $c_h > c_v$.

Rješenje: Konačno slijeganje sloja gline je:

$$w_k = \Delta\sigma \cdot d / E_{oed} = 65 \cdot 10 / 4000 = 0.162 \text{ m} = 16.2 \text{ cm}$$

Polumjer pješčanog drena je $rd = 0.2 \text{ m}$, a radius uticaja drena $R = n \cdot rd = 0.2 \cdot n$ (gdje je n utjecajni koeficijent za kojeg su pripremljeni dijagrami: veza vremenskog faktora i prosječnog stepena konsolidacije za radijalno dreniranje). Tlo ispod gline je nepropusno, pa je $d = H$.

Ubrzanje konsolidacije

Vremenski faktori za vertikalno i horizontalno dreniranje (za pola godine) su tada:

$$T_v = \frac{c_v \cdot t}{H^2} = \frac{4.7 \cdot 0.5}{10^2} = 0.0235 \Rightarrow U_v = 0.17$$

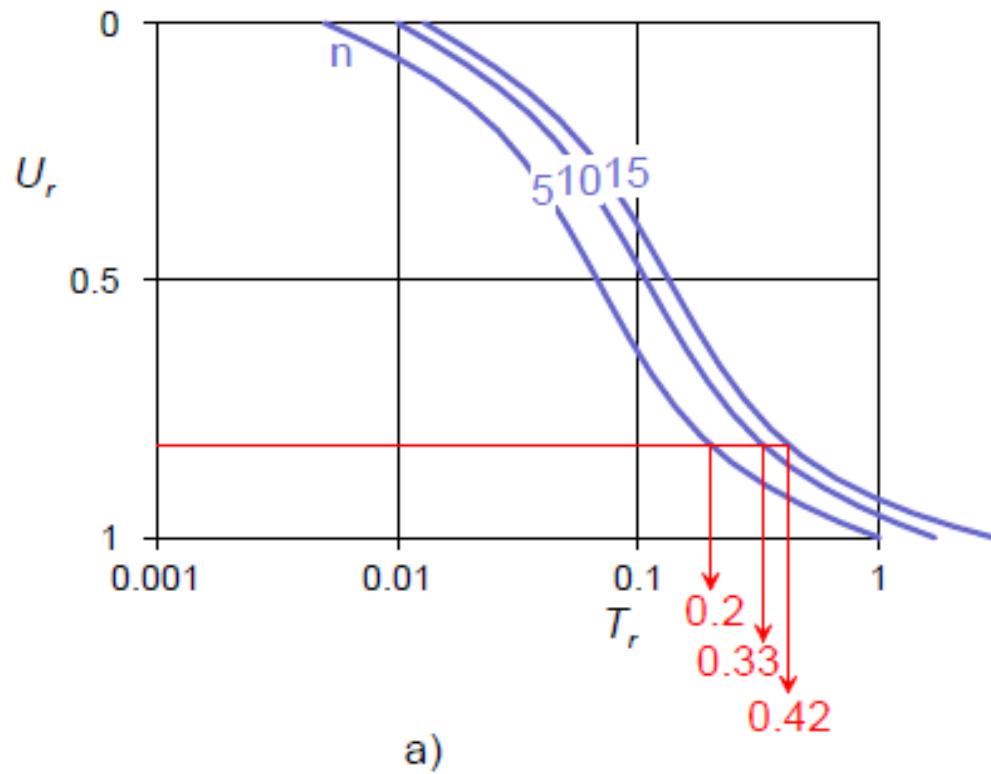
$$T_r = \frac{c_h \cdot t}{4R^2} = \frac{7.9 \cdot 0.5}{4 \cdot 0.2^2 \cdot n^2} = \frac{24.7}{n^2} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{24.7}{T_r}}$$

Zajednički prosječni stepen konsolidacije U dobije se prema jed.:

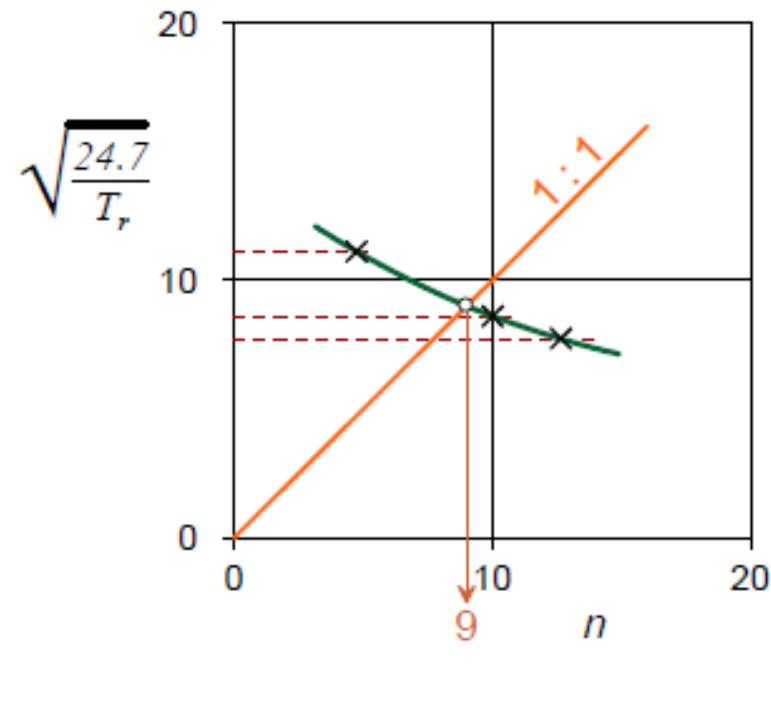
$(1 - U) = (1 - U_v) \cdot (1 - U_r)$, pa slijedi: 

$(1 - 0.85) = (1 - 0.17) \cdot (1 - U_r)$, iz čega je potrebni $U_r = 0.82$.

Ubrzanje konsolidacije



a)



b)

Dijagram odnosa U_r i T_r (lijevo) i dijagram za grafičku interpolaciju (desno) (prema, Craig, 1978)

Ubrzanje konsolidacije

Da se odredi razmak drenova, potrebno je, za $Ur = 0.82$, odrediti parametar n . U dijagramima za radijalnu konsolidaciju ucrtane su vrijednosti Ur i Tr samo za vrijednosti $n = 5, 10$ i 15 (sl.gore, lijevo). Za ostale vrijednosti n -ova, treba se poslužiti grafičkom konstrukcijom. Izračunaju se vrijednosti za postojeće n -ove (tabela ispod) i dobiju parovi vrijednosti za koje se nacrta kriva (gore,desno). Tražena se vrijednost očita na mjestu presjecišta te krive s pravcem nagiba 1:1.

Izračunavanje parova vrijednosti n i Tr iz dijagrama
(gore ,lijevo)

n	Tr	$\sqrt{\frac{24.7}{Tr}}$
5	0.20	11.1
10	0.33	8.6
15	0.42	7.7

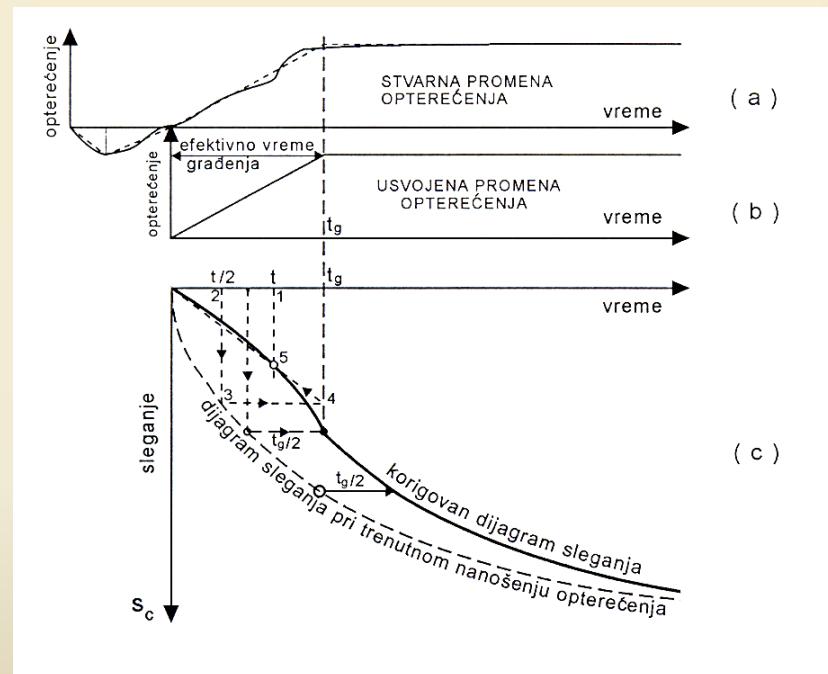
Očitana je vrijednost $n = 9$, pa se razmak drenova s odredi prema odnosima s i R za kvadratnu mrežu



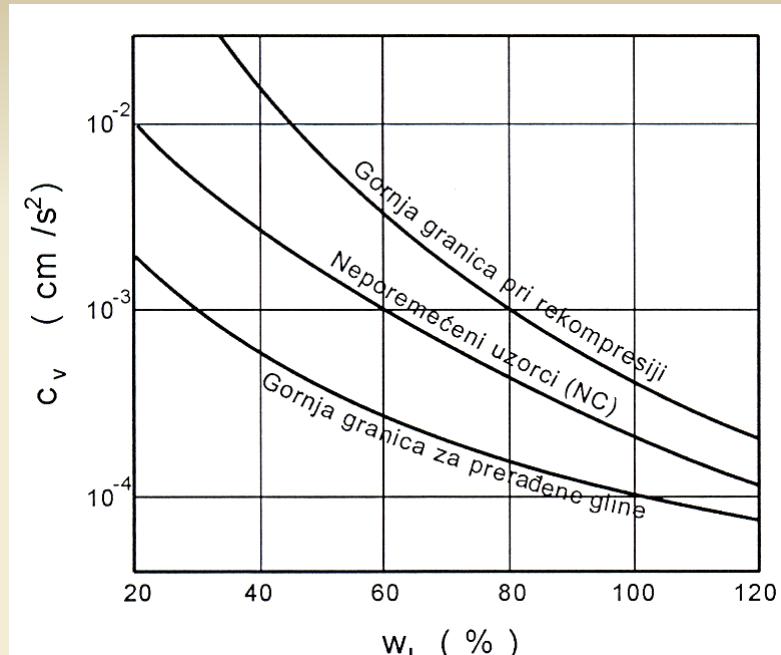
$$R = 0.2 \cdot 9 = 1.8 \text{m}, \text{ pa je } s = \frac{R}{0.564} = \frac{1.8}{0.564} = 3.2 \text{m}$$

KOREKCIJA PRI POSTEPENOM NANOŠENJU OPTEREĆENJA

U praksi se najčešće opterećenje objekta na tlo ne nanosi odjednom, već tokom nekog vremena koje odgovara trajanju građenja objekta. na početku se tlo rasterećuje izvođenjem iskopa za temelje tako da dolazi do bubrenja gline. Do znatnijeg sleganja ne dolazi dok nanijeto opterećenje ne postane veće od ranijeg opterećenja sopstvenom težinom iskopanog tla. Približno rješenje za korigovanje krive sleganja pri trenutnom opterećivanju radi unošenja uticaja postepenog nanošenja opterećenja dao je Terzagij. Metoda je aproksimativna, empirijska, izvedena intuitivno i ne može se matematički dokazati, ali je dovoljno tačna za praktične potrebe.



Korekcija u toku građenja



Koeffijent konsolidacije u zavisnosti od granice tečenja

Granica tečenja	Primarna kompresija	Rekompresija i rasterećenje
$LL = 30\%$	$c_v = 5 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$	$c_v = 4 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{sec}$
$LL = 60\%$	$c_v = 1 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$	$c_v = 3 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$

Karakteristične vrijednosti koeficijenta konsolidacije c_v

Koeffijent vodopropusnosti gline može se izračunati po izrazima:

$$k = c_v m_v \gamma_w = \frac{c_v \gamma_w}{M_v}$$

SEKUNDARNA KOMPRESIJA ILI SEKUNDARNA KONSOLIDACIJA

$$\Delta e = -\alpha(\log t_2 - \log t_1) = -\alpha \log(t_2/t_1)$$

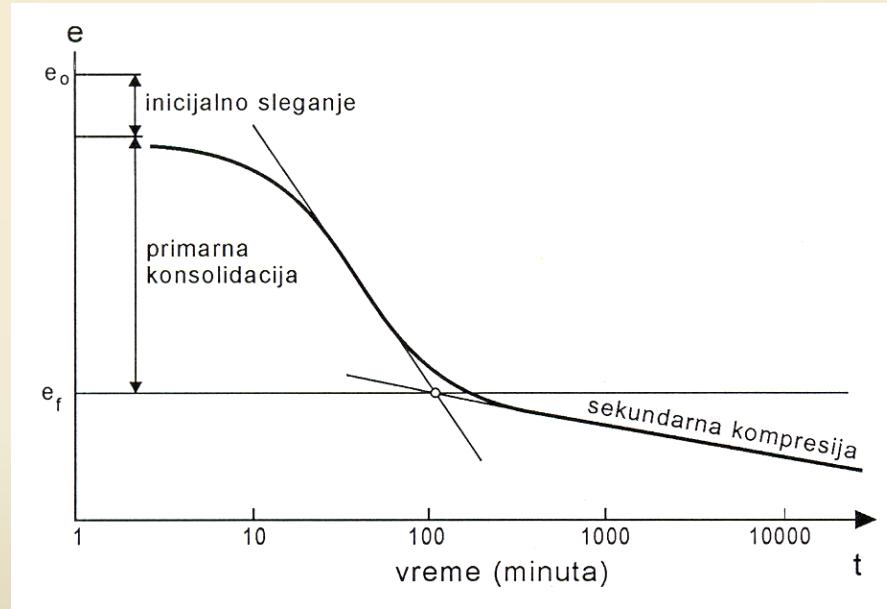
α - koeficijent brzine sekundarne kompresije

t_1 - vrijeme kraja primarne konsolidacije koja odgovara koeficijentu poroznosti e_f

t_2 - koje drugo vrijeme $t_2 > t_1$

Alternativno, ako se uvede koeficijent sekundarne kompresije, takav da je $C_a = \alpha/(1+e_f)$, deformacija jednodimenzionalnog i volumetrijskog puzanja je:

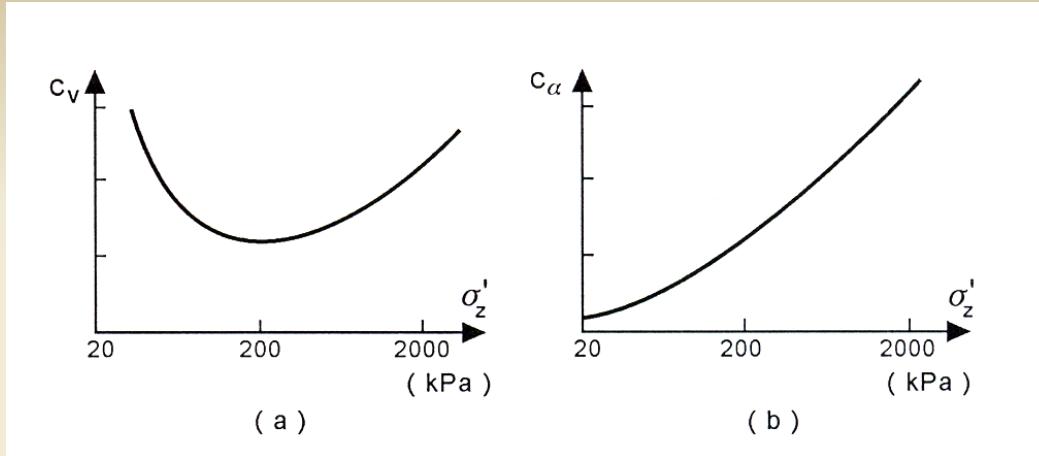
$$\varepsilon_z = C_a \log(t_2/t_1)$$



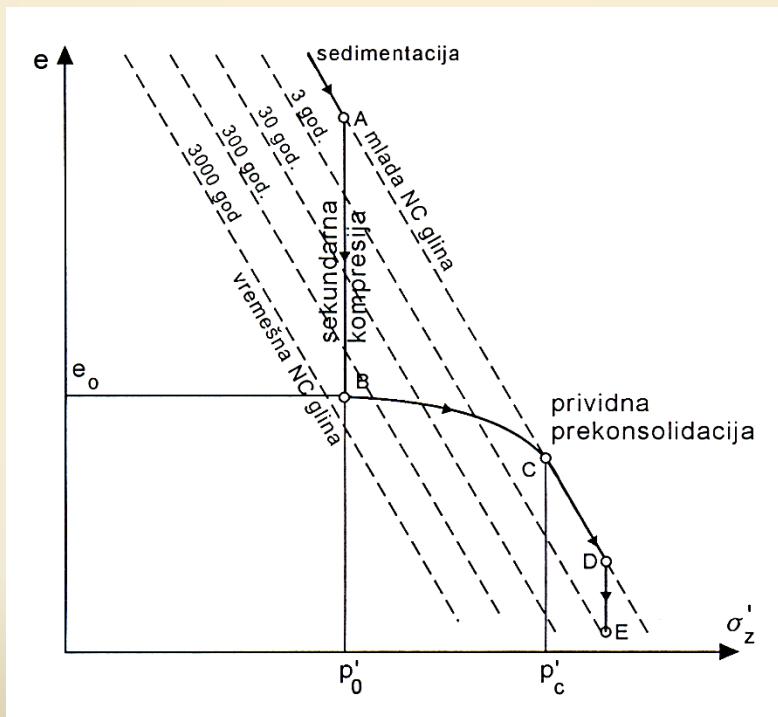
Komponente kompresije

Za ocjenu veličine C_a može da posluži empirijski izraz koji glasi:

$$C_a = 0.04 \frac{C_c}{1 + e_0}$$



Zavisnost parametara od nivoa napona,
(a) Koeficijent konsolidacije, (b) Koeficijent sekundarne kompresije

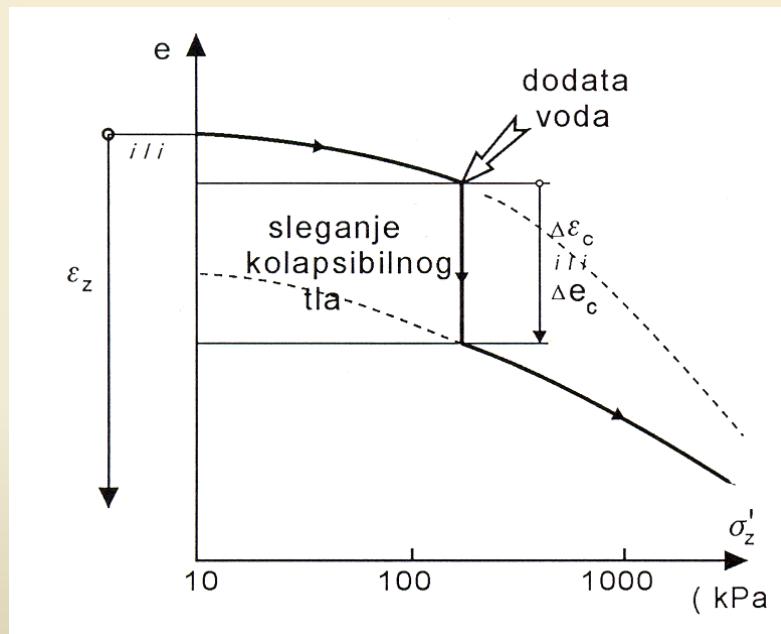


Uticaj sekundarne kompresije u geološkoj prošlosti na stišljivost
normalno konsolidovane gline

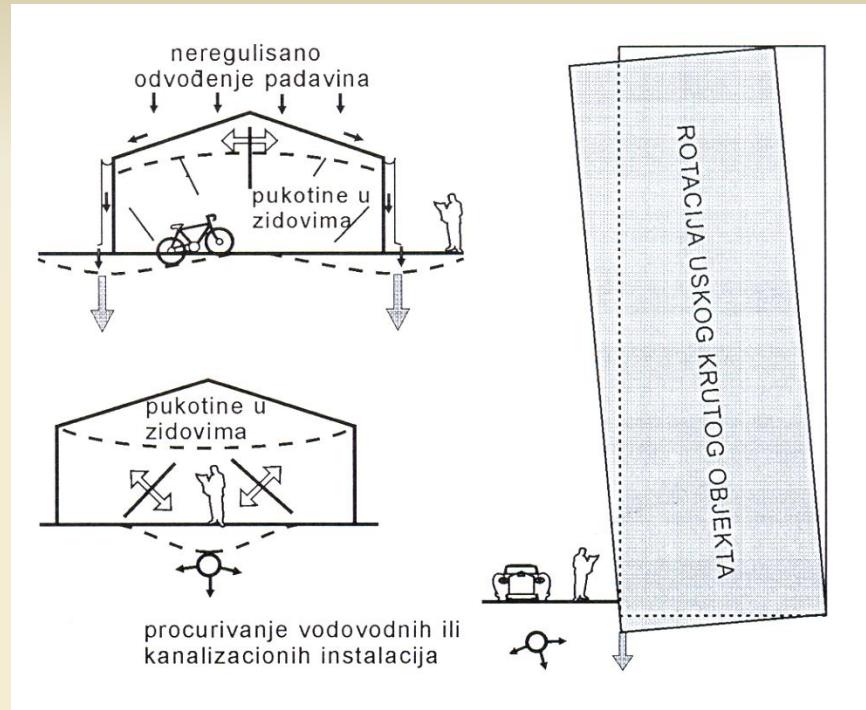
DEFORMACIJE BEZ ZNATNE PROMJENE NAPONA

Postoje okolnosti pri kojima dolazi do znatnih deformacija i bez praktične promjene efektivnih napona uslijed promjene uslova sredine ili nekih drugih fizičkih uticaja, pa se takva tla ponekad nazivaju specijalna tla. Često, ali ne i po pravilu, takve pojave su karakteristične za djelomično zasićena tla, (**kolapsibilna i ekspazivna tla**) tj. kada ukupna zapremina pora nije ispunjena samo vodom već ima i vazduha.

METASTABILNA ILI KOLAPSIBILNA TLA



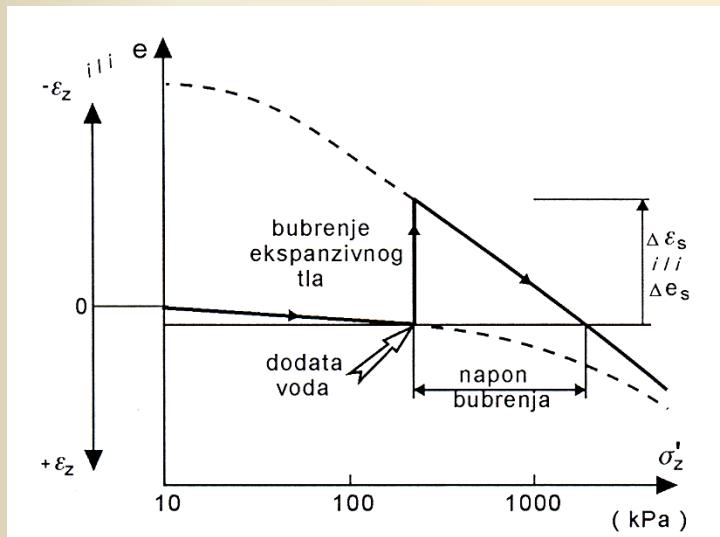
Strukturni kolaps metastabilnog tla pri vlaženju



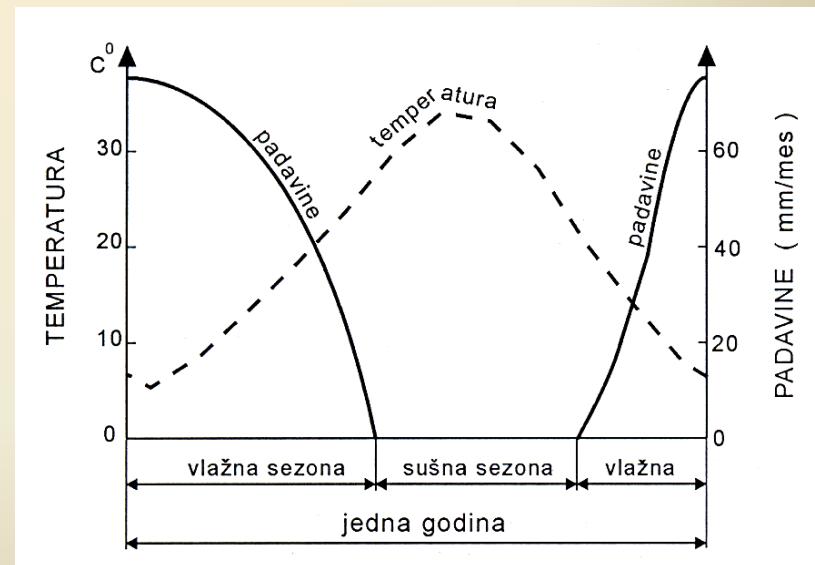
Karakteristična oštećenja zgrade na lesu

EKSPAZIVNA TLA

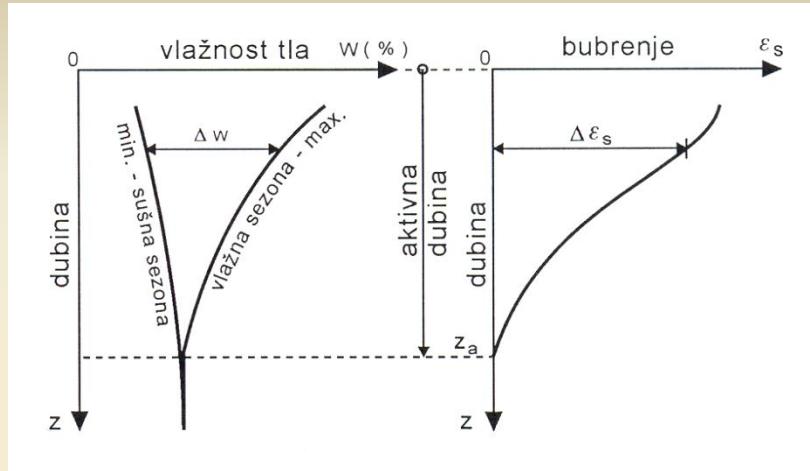
Djelomično zasićene tvrde visokoplastične gline mogu biti veoma prekonsolidovane sušenjem (desikacijom). Ukoliko se uzorak takvog, obično tvrdog tla u edometru pri relativno niskom nivou napona, djeluje jednostavnim dodavanjem vode, dolazi do bubrenja, povećanja zapremine, kao što je ilustrovano na slici *Ponašanja uzorka ekspazivnog tla u edometru*.



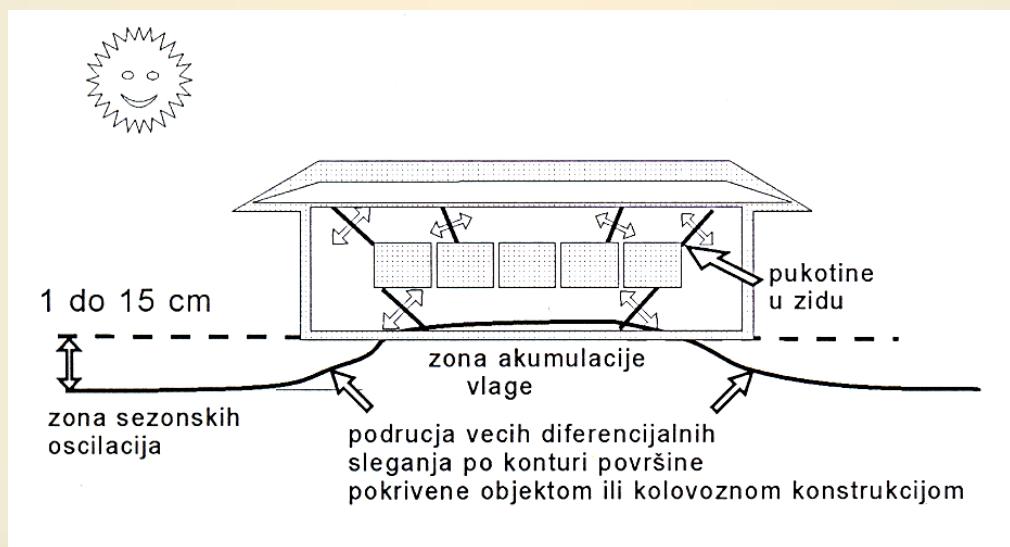
Ponašanja uzorka ekspazivnog tla u edometru



Klimatski faktori značajni za pojavu bubrenja tla



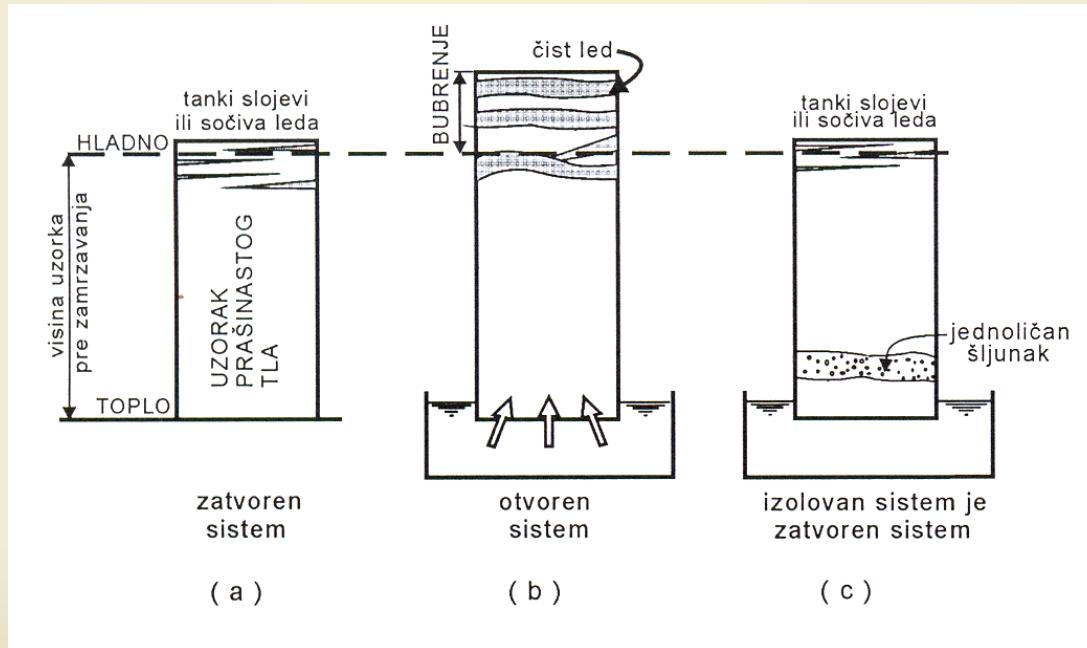
Oscilacije vlažnosti i vertikalne deformacije po aktivnoj dubini



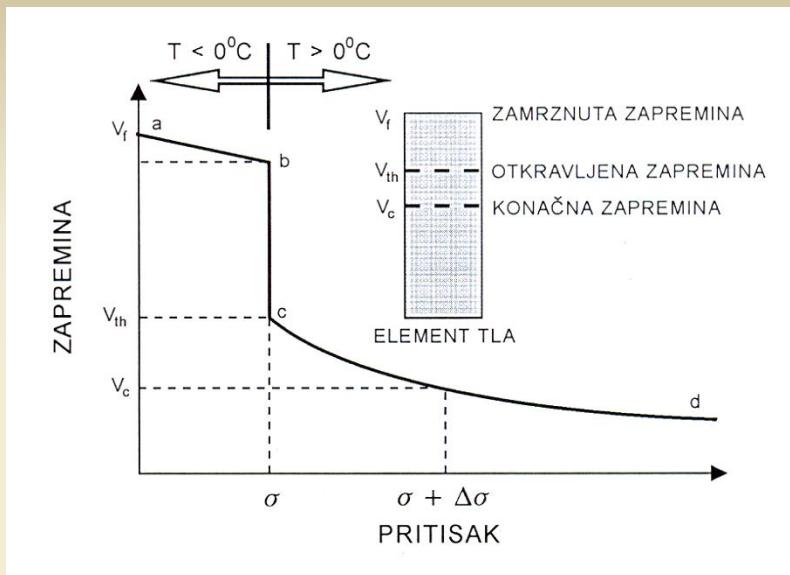
Pomjeranja i oštećenja objekta na ekspazivnom tlu

UTICAJ MRAZA NA TLO

Uslijed zamrzavanja površinskog sloja tla može doći do izdizanja njegove površine, pri čemu nakon povišenja temperature u proljeće, takva mjestost ostaju veoma meka i raskvašena. Ova pojava može izazvati velika oštećenja na kolovoznim konstrukcijama, oblogama kanala i plitkim temeljima.



Formiranje ledenih sočiva u tlu



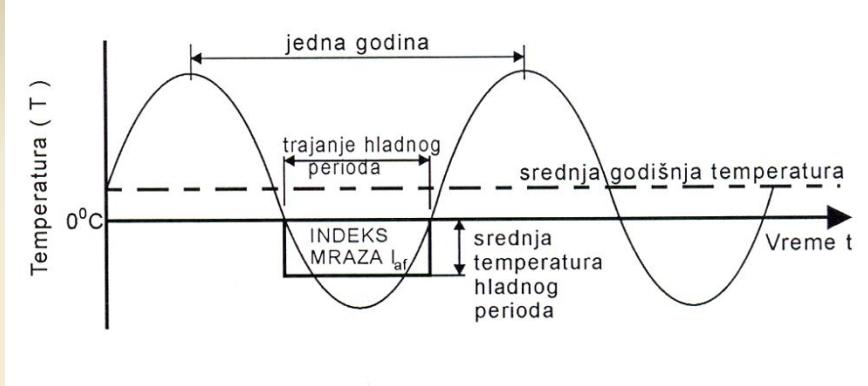
Promjena zapremine zamrznutog tla u toku odmrzavanja

Da bi došlo do ove pojave treba da budu zadovoljeni sljedeći uslovi:

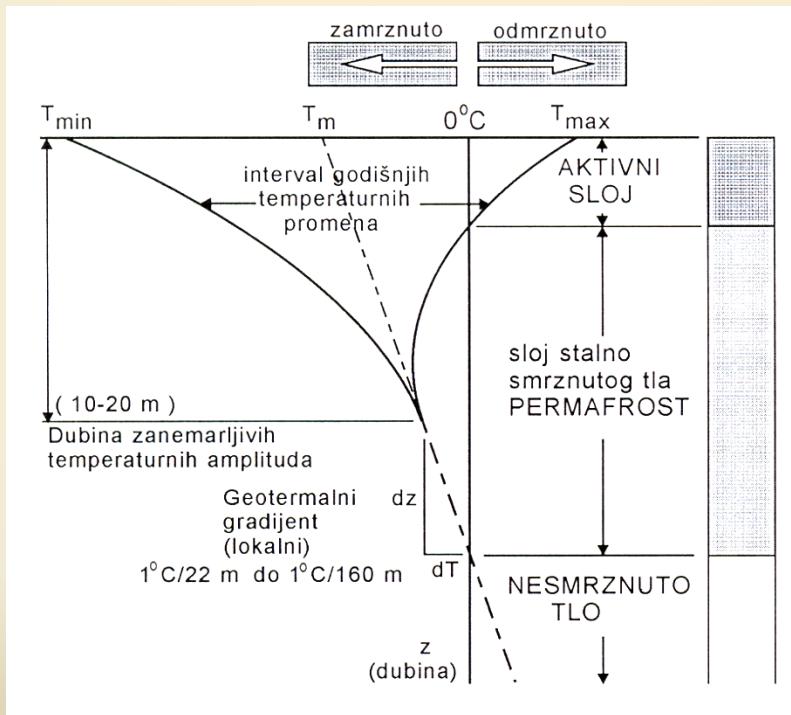
1. Tlo mora biti zasićeno ili blisko zasićenom stanju. Djelomično zasićeno tlo se takođe smrzava, ali se led formira u obliku relativno ravnomjerno raspoređenih kristala od kojih svaki može da zauzme uvećanu zapreminu na račun zapreminе pora ispunjenih vazduhom. za veliko bubreњe tla pri smrzavanju dubina zamrzavanja mora da doseže do dubine kapilarnog penjanja, kako bi se uspostavio proces migracije vode ka području ledenih sočiva.
2. Tlo mora da bude sitnozrno. Segregacija vode se rijetko pojavljuje kada su pore takve veličine da u njima dolazi do mržnjenja pri temperaturi od 0°C . Izdizanje, ako se i pojavi, ograničeno je na svega oko 10% proširenja pora. Sa druge strane veoma sitnozrna tla, gline visoke plastičnosti, su toliko malo vodopropusna da se voda kreće ka ledenim sočivima veoma sporo. Prisustvo prslina može ovaj proces ubrzati. Odavde slijedi da su u pogledu uticaja mraza najopasnija ona tla koja imaju relativno visok sadržaj prašinastih frakcija. Takva tla sadrže sistem malih pora, ali istovremeno i vodopropusnost nije sasvim mala.
3. Temperaturni gradijent bi trebalo da bude relativno mali. Ukoliko je gradijent velik zona zamrzavanja je relativno prlitka a bubreњe malo.

Za ocjenu osjetljivosti tla na dejstvo mraza postoje različiti kriterijumi zasnovani na granulometrijskom sastavu. Jedan od najpoznatijih je kriterij koji je dao Kasagrande, i glasi da su tla podložna nepovoljnem djelovanju mraza:

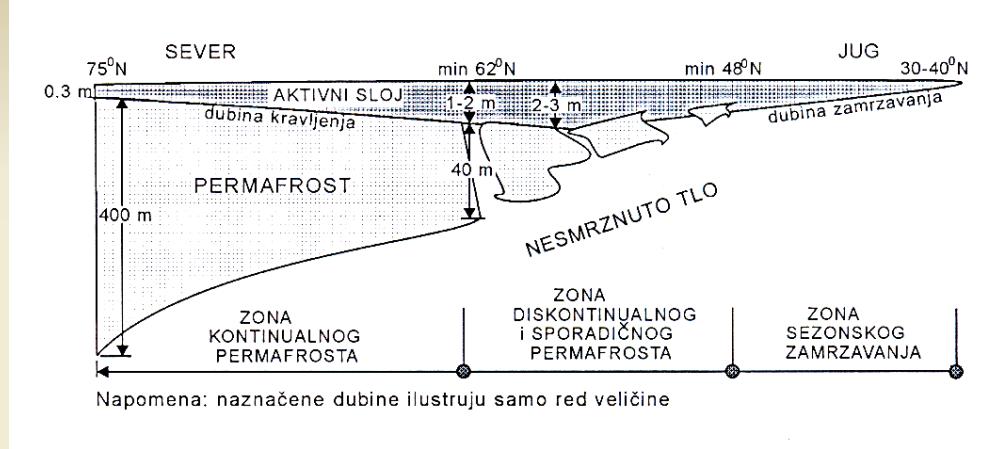
- jednolična tla (U) ako sadrže više od 10% zrna manjih od 0.02 mm
- dobro graduirana tla (W) ako sadrže preko 3% zrna manjih od 0.02 mm.



Definicija indeksa mraza pri godišnjoj promjeni temperature

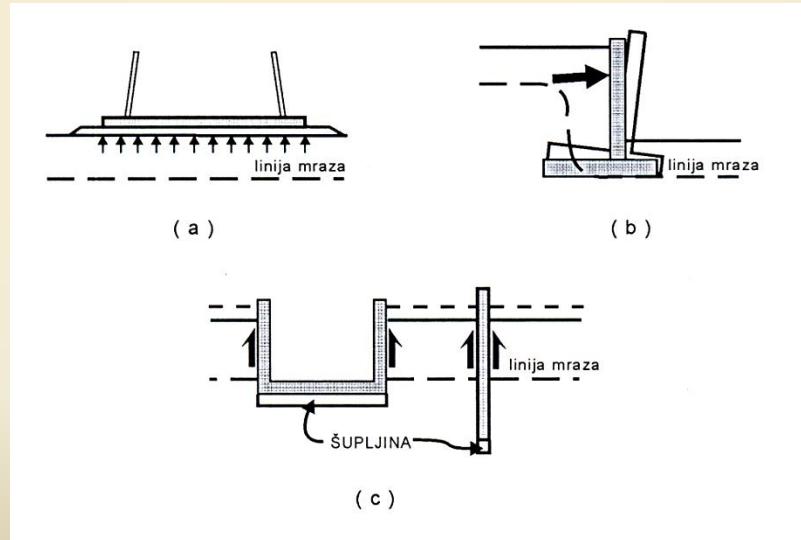


Raspodjela temperature po dubini tla sa permafrostom



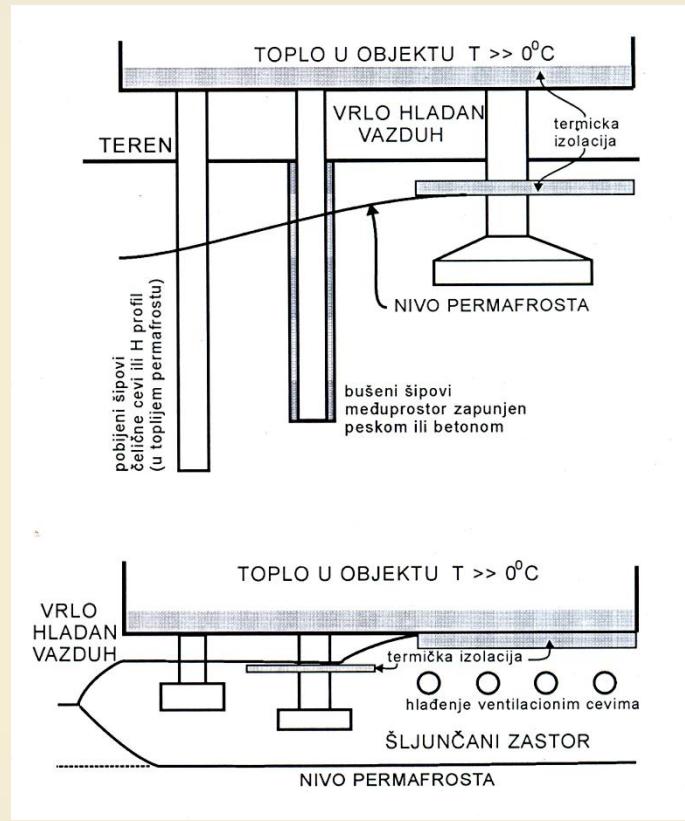
Raspodjela uticaja mraza u hladnim regionima

U hladnim regionima uvijek postoji površinski sloj koji se periodično ledi i otapa i definiše se kao aktivni sloj (ili sloj sezonskog zamrzavanja odnosno odmrzavanja), ispod kojeg se nalazi stalno zamrznuto u regionima permafrosta ili nesmrznuto tlo u zoni sezonskog dejstva mraza, zavisno od indeksa mraza i trajanja niskih temperatura.



Uticaj zamrzavanja tla na konstrukcije

Specifični problemi se pojavljuju u regionima permafrosta, vječno smrznutog tla. Građevinski objekti, ukoliko nisu termički izolovani od zamrznutog tla, zbog održavanja temperature pogodne za ljudski boravak predstavljaju izvor toplote, koji u dužem remenu izaziva trajno otapanje leda ispod objekta do većih dubina, što može izazavati velike deformacije i oštećenja.



Karakteristična rješenja fundiranja na permafrostu

Na prethodnoj slici je prikazano nekoliko tipičnih rješenja fundiranja objekta. U ekstremnim uslovima objekat je podignut iznad nivoa terena tako da ispod njega može da struji hladan vazduh, a temeljenje se izvodi na šipovima oslonjenim ispod donje granice aktivnog sloja u stalno zamrznutom tlu. U mekšem, topijem permafrostu mogu se pobiti čelični šipovi, ali se češće koriste bušeni šipovi, ponekad i temeljne stope termički izolovane u površinskom području tla.

REZIME

Princip efektivnih napona je fundamentalni princip u Mehanici tla. U konvencionalnoj mehanici tla veze između napona i deformacija primjenjuju se laboratorijske i terenske metode za mjerjenje deformabilnosti. Veze napona i deformacija su nelinearne i imaju hereditarni karakter.

Opit triaksijalne kompresije prodrazuje rotaciono simetrično naponsko stanje. Jedodimenzionalni slučaj deformacije simulira se u edometarskom opitu koji omogućava da se odredi i napon prekonsolidacije. Svaki uticaj koji remeti prirodnu strukturu tla ima nepovoljan uticaj na tačnost parametara koji se određuju ispitivanjem elementa tla.

Razvoj sleganja u vremenu uslijed promjene efektivnih napona zavisi od brzine promjene pornih pritisaka i veličina distorzijskih deformacija. Teorija konsolidacije, prema Terzagijevoj jednodimenzionalnoj formulaciji, se bavi pitanjem disipacije pornih pritisaka u vremenu a primjenjuje se isključivo na zasićeno sitnozrno tlo. Pokazuje se da je određivanje stepena prekonsolidacije jedan od najvažnijih koraka u analizi ponašanja svih vrsta tla. Stepen prekonsolidacije se može odrediti edometarskim opitom na neporemećenim uzorcima sitnozrnog tla.

Deformacije tla mogu, osim uslijed promjene napona, nastati i uslijed promjene uslova sredine. Djelomično zasićena kolapsibilna tla smanjuju zapreminu pri povećanju vlažnosti, a ekspazivna tla bubre. Dejstvo mraza u nekim podnebljima može biti glavni uticaj značajana za uslove temeljenja i građenja građevinskih objekata.