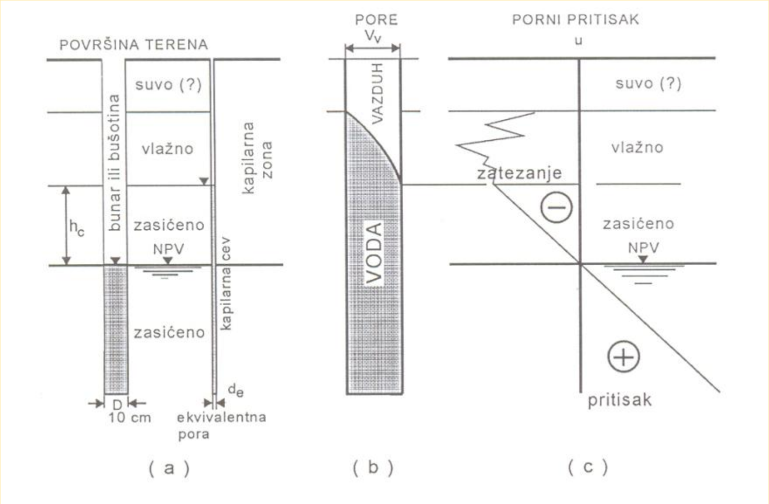
VODA U TLU

VODA U TLU

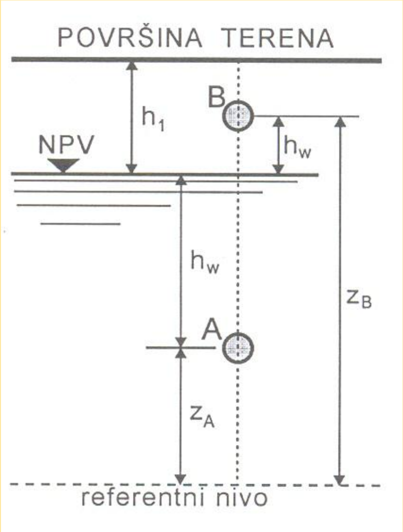
Sva tla su vodopropusna, jer voda može da se kreće kroz prostor međusobno povezanih pora između čvrstih čestica. Količina, raspored vode u tlu i raspored pritisaka u vodi imaju veoma veliki uticaj na svojstva tla i na njegovo ponašanje u uslovima djelovanja sopstvene težine i drugih opterećenja.

Voda može zauzimati prostor svih pora u elementu tla, kada je tlo zasićeno vodom. Ukoliko nisu sve pore ispunjene vodom, tlo je djelimično zasićeno ili nezasićeno.

HIDROSTATIČKI USLOVI



Profil terena sa rasporedom vlažnosti i pornih pritisaka



Teren i nivo podzemne vode

Na slici su sve šupljine tla ispod NPV međusobno povezane, pa je voda u porama tla izložena hidrostatičkom pritisku:

$$u = \gamma_\omega \cdot h_\omega$$

h_ω - vertikalno rastojanje između tačke A i nivoa slobodne površine vode

u - pritisak porne vode ili porni pritisak

γ_ω - jedinična težina vode

Totalna visina h u Bernulijevoj jednačini, u odnosu na izabrani referentni nivo, je:

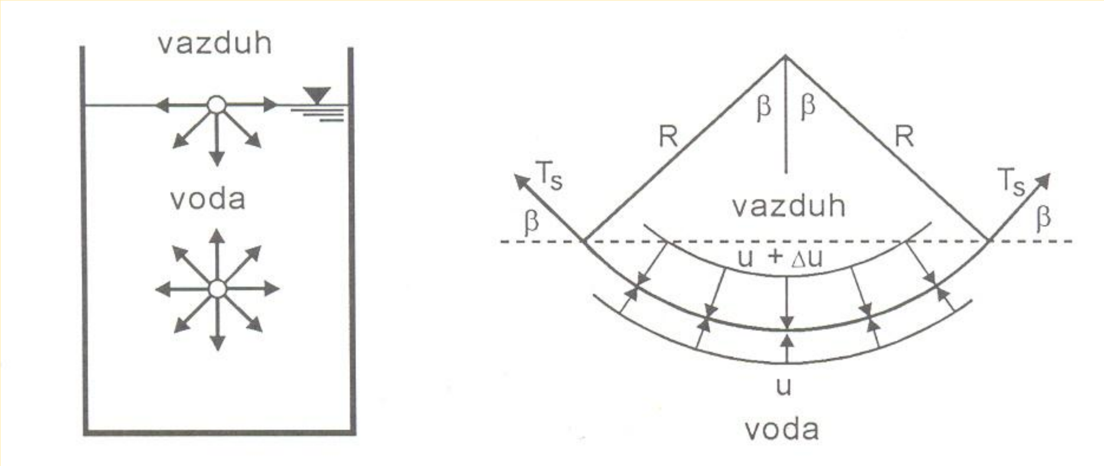
$$h = \frac{v^2}{2g} + \frac{u}{\gamma_\omega} + z = \frac{v^2}{2g} + h_\omega + z_A$$

v - brzina kretanja vode
g – ubrzanje zemljine teže
z – odstojanje posmatrane tačke od refentnog nivoa

U većini problema koji se pojavljuju u mehanici tla brzine kretanja vode su relativno male pa se član $\frac{v^2}{2g}$ može zanemariti.

KAPILARNI EFEKTI

Kapilarne sile nastaju iznad nivoa podzemne vode uslijed efekta povšinskog napona na graničnoj površini vode u kontaktu sa vazduhom.



T_s – površinski napon zatezanja

Površinski napon na kontaktu površine vode i vazduha

Razlika pritisaka (u_a-u_w) naziva se sukcijom.

Uslovi ravnoteže u slučaju dvodimenzionalne zakrivljene povšine su zadovoljeni kada je $\Delta u = \frac{T_s}{R}$

U slučaju trodimenzionalne membrane, razlika pritisaka se može izraziti Laplasovom jednačinom:

$$\Delta u = u_a - u_\omega = T_s \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

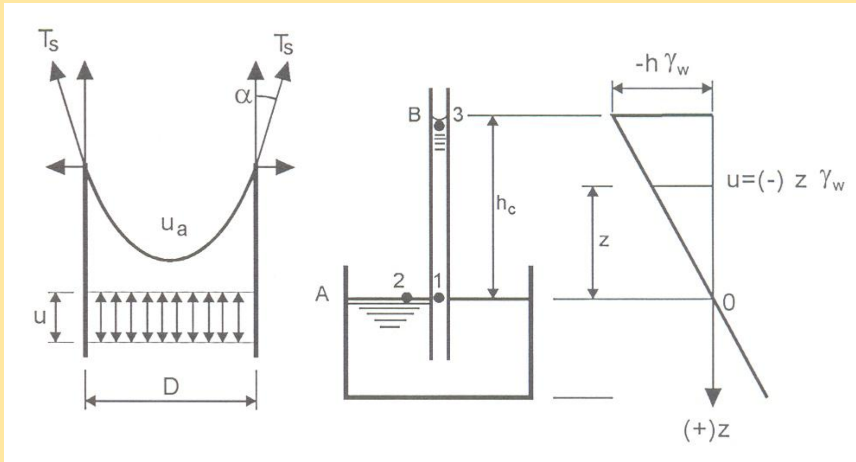
R_1 i R_2 su poluprečnici glavnih krivina membrane

U slučaju sfernog oblika membrane R_1=R_2=R i razlika pritisaka je:

$$\Delta u = u_a - u_\omega = \frac{2T_s}{R} = \frac{4T_s}{D}$$

D – prečnik krivine

Kapilarno penjanje u tlu je slično kapilarnom penjanju vode u kapilarnoj cijevi.



Kapilarna cijev

Sile koje drže stub vode u kapilarnoj cijevi su složene, ali se dovoljno tačan izraz za veličinu ovih sila može dobiti uz predpostavku da površina vode djeluje kao membrana koja zatezanjem drži stub vode. Ako bi cijev sa malim prečnikom, ‘’kapilarnu cijev’’, uronili u sud sa vodom, voda bi se u cijevi popela do izvjesnog nivoa h_c koji predstavlja visinu kapilarnog penjanja.

Razlika pritisaka u kapilarnoj cijevi iznosi:

$$\Delta u = h_c \cdot \gamma_w$$

Uzimajući u obzir da je T_s=7,3*10^{-5} kNm i γ_w =9,807 kNm^3 dobijamo da je visina kapilarnog penjanja približno:

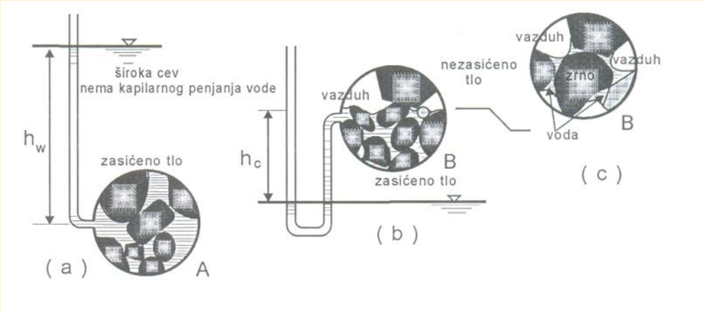
$$h_c = \frac{0{,}3}{d}(cm)$$ (h i d izraženo u cm)

Za tlo prijedlog je: $$\boldsymbol{h_c = \frac{C}{e * D_{10}}}$$ (C- konstanta (0,1 -0,5 [cm²]

U sitnozrnim materijalima kapilarne zone mogu dostizati znatnu visinu, kao što je nevedeno u sljedećoj tabeli. U krupnozrnim pijeskovima i krupnijim materijalima visina kapilarnog penjanja je najčešće zanemarljiva.

Tlo	Visina h_c	Zatezanje (kN/m^2)
Šljunak	h_c<5 cm	<0.05
Pijesak	0.05-1 m	0.5-10
Prašina	1-10 m	10-100
Glina	h_c>10 m	>100
Maksimum	h_c>35 m	>350

Prosječne visine kapilarnog penjanja i zatezanja u pornoj vodi za različite tipove tla

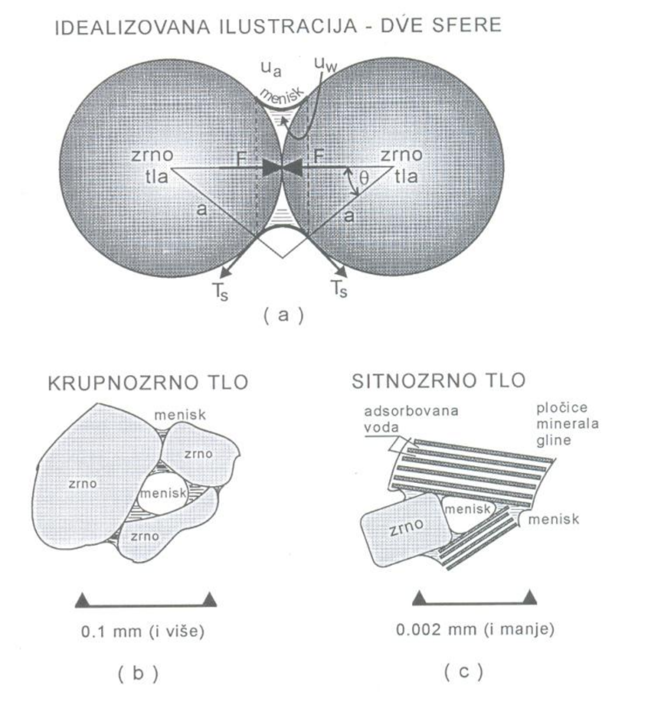


Porni pritisci u hidrostatičkim uslovima

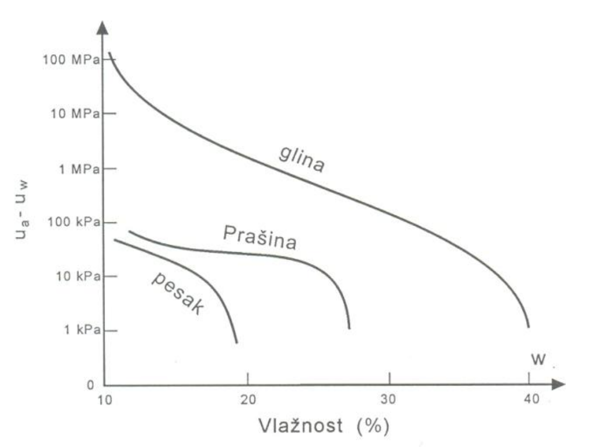
Na dvije idealne sferne čestice istog prečnika spojene kružnom vodenom opnom površinski napon djeluje u pravcu tangente na površinu čestica privlačeći ih tako da se između njih pojavljuje sila:

$$F = \frac{2\pi \cdot a \cdot T_s}{1 + \tan\theta}$$

Iz ovog izraza slijedi da se sila između zrna povećava ukoliko se površina vodene opne smanjuje. Taj nalaz ukazuje na uzrok što se neka vrsta kohezije povećava ukoliko je tlo suvlje. Zbog takvih efekata su sitnozrna tla često nosila naziv koherentnog tla.



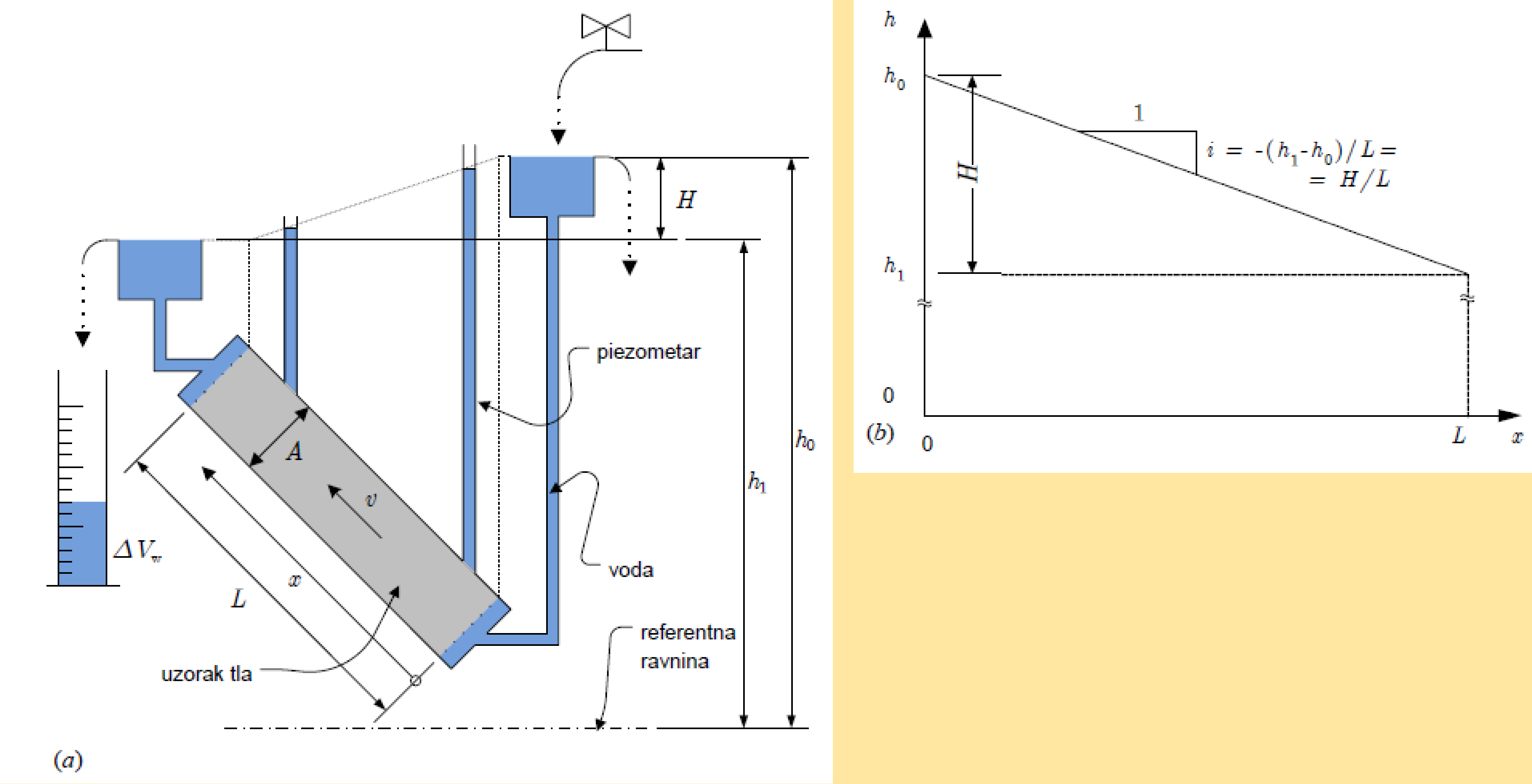
Efektivni napon uslijed zatezanja u kapilarnoj vodi djelomično zasićenog tla



Slika 3.7. Naponi sukcije

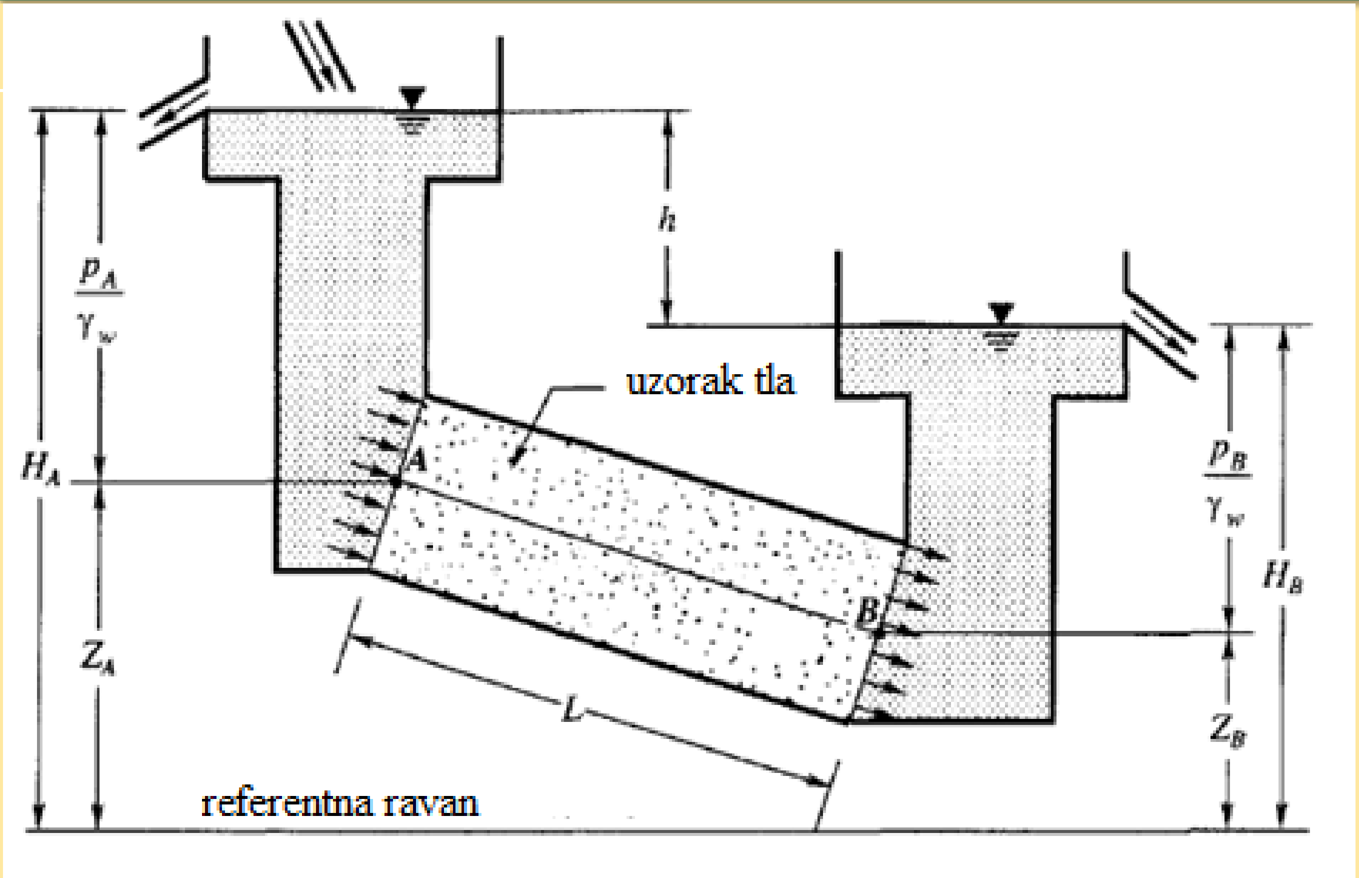
Naponi sukcije

Tok vode kroz tlo



Slika: ***(a) Procjeđivanje vode kroz propusno tlo;***
(b) Potencijali duž osi uzorka tla

Tok vode kroz tlo



$$H_A = Z_A + \frac{p_A}{\gamma_w} + \frac{V_A^2}{2g}$$

$$H_B = Z_B + \frac{p_B}{\gamma_w} + \frac{V_B^2}{2g}$$

$$H_A - H_B = \left(Z_A + \frac{p_A}{\gamma_w} + \frac{V_A^2}{2g}\right) - \left(Z_B + \frac{p_B}{\gamma_w} + \frac{V_B^2}{2g}\right) = h$$

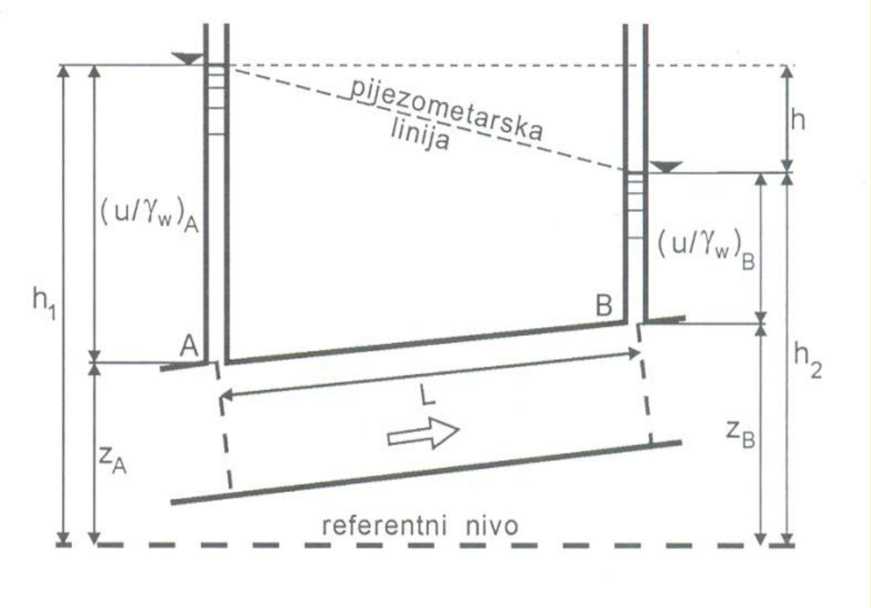
$$i = \frac{h}{L}$$

Tok vode kroz tlo

Kada postoji razlika pijezometarskih nivoa između dvije tačke voda se kreće, teče, od tačke sa višim nivoom ka tački sa nižim pijezometarskim nivoom.

Hidraulički gradijent se definiše kao:

$$i = \frac{h_1 - h_2}{L}$$



Hidraulički gradijent filtracije

Prema Darsijevom zakonu protok Q proporcionalan je hidrauličkom gradijentu:

$$Q = k \cdot i \cdot A = k \cdot \frac{h_1 - h_2}{L} \cdot A$$

A - površina presjeka kroz koji protiče voda

k – konstanta proporcionalnosti koja ima dimenziju brzine; ova konstanta naziva se koeficijentom vodopropusnosti ili koeficijentom filtracije, a određuje se eksperimentom.

Darsijev zakon se može izraziti i kao: $v = \frac{Q}{A} = k \cdot i$ ili $v = k \cdot \frac{dh}{dL}$

Velika ili visoka vodopropusnost	$k>10^{-4}$
Srednja vodopropusnost	10^{-3}-10^{-5}
Niska ili mala vodopropusnost	10^{-5}-10^{-7}
Veoma mala vodopropusnost	10^{-7}-10^{-9}
Zanemarljivo, praktično neprrpousno	$k<10^{-9}$

Relativna vodopropusnost k (ms)

Čist šljunak	1 do 5 $*10^{-2}$
Čisti pijeskovi i mješavine sa šljunkom	$5*10^{-2}$ do $5*10^{-5}$
Sitnozrni pijeskovi i prašine	$5*10^{-5}$ do $5*10^{-7}$
Ispucale gline	$5*10^{-2}$ do $5*10^{-7}$
Neispucale gline	$k<5*10^{-7}$

Tipične vrijednosti koeficijenata vodopropusnosti (ms)

Vodopropusnost zavisi od sljedećih pet faktora:

1. k zavisi od veličine zrna. Ukoliko su zrna veća, veće su i pore između njih.
   Eksperimentalna istraživanja vodopropusnosti pijeskova koje je proveo Hazen (1911) su pokazala da se njegovi rezultati mogu opisati sljedećom empirijskom formulom:

$$k = C \cdot (d_{10})^2$$

d_{10} – efektivni prečnik zrna izražen u cm
C – koeficijent sa vrijednošću između 100 i 150

2. k zavisi od koeficijenta poroznosti. Koeficijent filtracije opada sa povećanjem zbijenosti tla, tj. sa smanjenjem poroznosti.
   Za pijeskove se ova zavisnost može opisati izrazom:

$$k = a \cdot \frac{e^3}{1+e}$$

e - koeficijent poroznosti
a - konstanta za dato tlo

Za gline i glinovite materijale ova zavisnost je složenija i opisuje se logaritamskom zavisnošću u obliku:

$$\log k = \log k_0 + b \cdot (e - e_0)$$

k_0 - koeficijent vodopropusnosti pri koeficijentu poroznosti e_0

3. Koeficijent vodopropusnosti zavisi od viskoziteta vode koja pak zavisi od temperature.
   Zavisnost koeficijenta filtracije k_t na temperaturi t u odnosu na koeficijent filtracije k_{20}, pri temeraturi vode od 20^o je:

t (C^o)	30	20	15	10	5
k_t/k_{20}	1.25	1.00	0.87	0.77	0.66

4. Koeficijent filtracije k zavisi i od oblika zrna, njihove raspodjele i povezanosti, tj. od strukture tla. Ovaj faktor se teško može kvantifikovati.

5. Koeficijent filtracije k zavisi od količine vazduha ili gasa u porama. Prisustvo vazduha smanjuje vodopropusnost. Mjehurići smanjuju efektivno slobodan presjek za protok vode na sličan način kao i čvrsto zrno skeleta tla.

METODE ZA MJERENJE VODOPROPUSNOSTI TLA

Koeficijent filtracije se ne može izračunati jer je to veoma složena funkcija koja zavisi od veličine i rasporeda pora i oblika prostora kroz koji se voda kreće. Zbog toga se ova veličina određuje eksperimentom na datom tlu kako bi se izračunala brzina filtracije *v* pri datom gradijentu filtracije *i*.

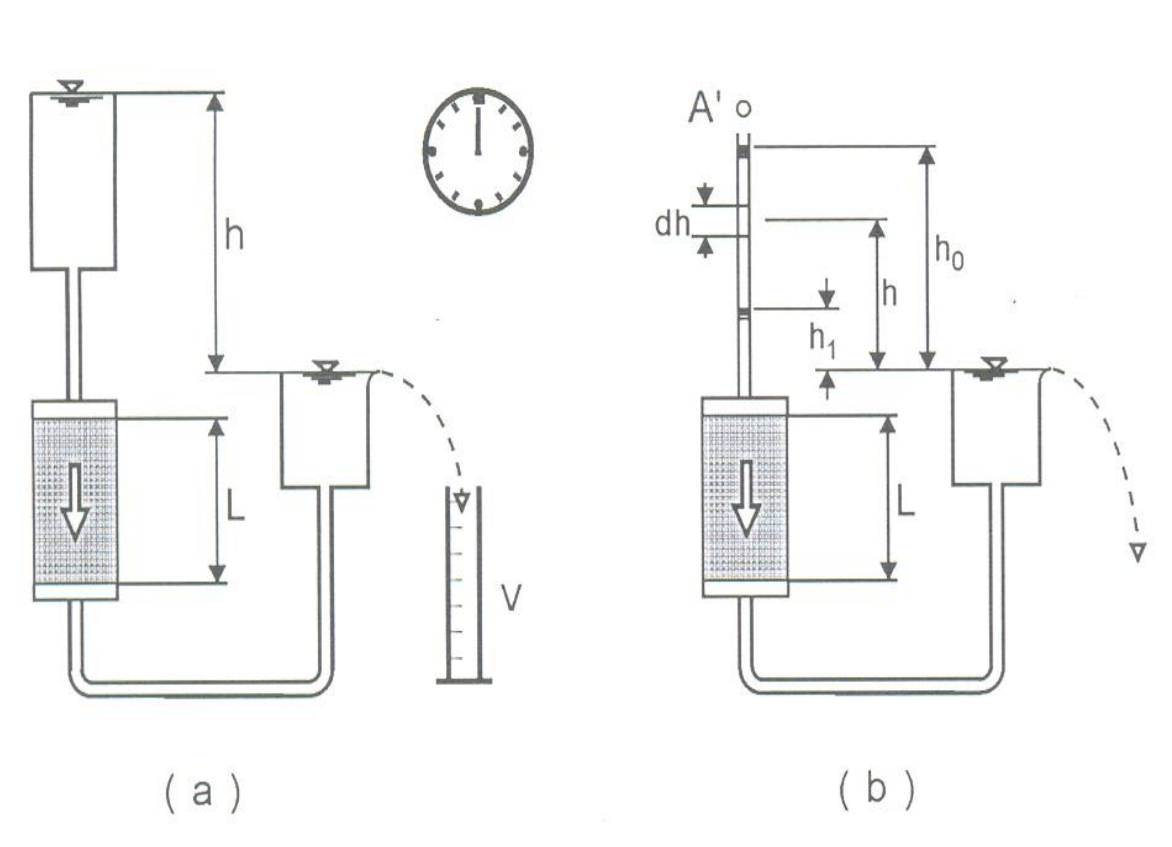
Protok vode kroz poroznu sredinu u prisustvu gradijenta se može izraziti Darsijevim zakonom:

$$Q = v \cdot A = k \cdot i \cdot A$$

Iz Darsijevog zakona slijedi: $k = \frac{Q}{i \cdot A}$

Generalno, uslovi ispitivanja vodopropusnosti tla omogućavaju dvije osnovne vrste opita i to:

- sa konstantnim pritiskom
- sa opadajućim pritiskom



Laboratorijske metode za mjerenje vodopropusnosti,
a) sa konstantnim pristiskom   b) sa opadajućim pritiskom

Najjednostavniji opit sa konstantnim pritiskom je prikazan na prethodnoj slici.
Protok u ovom slučaju je:

$$Q = \frac{V}{t} = k \cdot A \cdot \frac{h}{L}$$

tako da je

$$k = \frac{V \cdot L}{A \cdot h \cdot t}$$

Za tla manje vodopropusnosti se koristi opit sa opadajućim pritiskom koji je prikazan na prethodnoj slici.
Pošto se visina stuba vode mijenja u vremenu tokom opita, Darsijev zakon se može napisati samo u diferencijalnom obliku za visinu stuba vode *h*. Ako se za vremenski interval *dt* nivo vode u bireti spusti za *dh*, uslov kontinuiteta je:

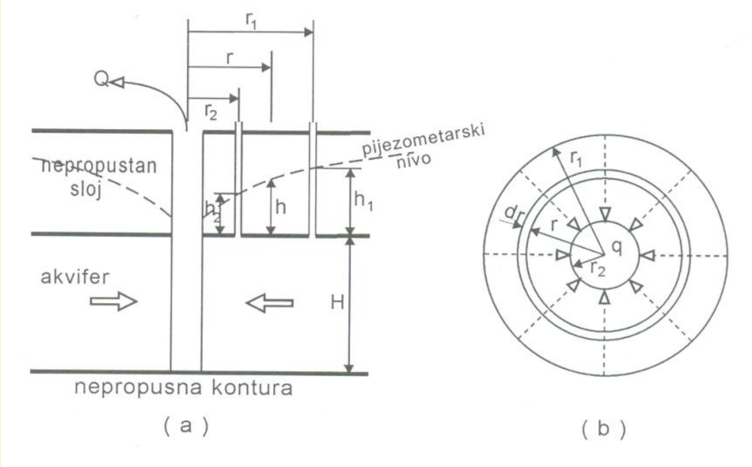
$$\frac{dV}{dt} = -\frac{A' dh}{dt} = k \cdot \frac{h}{L} \cdot A$$

ili

$$-\frac{dh}{h} = \frac{k \cdot A}{A' \cdot L} dt$$

Integrisanjem gornje jednačine u granicama od h_0 do h_1 i rješavanjem po *k* dobija se:

$$k = \frac{A' \cdot L}{A \cdot t} \ln \frac{h_0}{h_1}$$



Ispitivanje vodopropusnosti crpljenjem iz bunara ili bušotine.
Radijalno strujanje ka bunaru

Darsijev zakon se može napisati u diferencijalnom obliku za protok kroz cilindrični zid poluprečnika *r* debljine *dr*. Ako je promjena pijezometarske visine *dh* tada je:

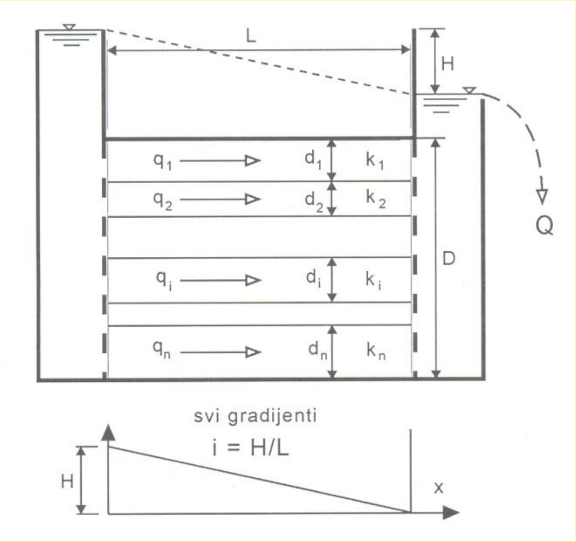
$$Q = k \cdot \frac{dh}{dr} \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \cdot H$$

Gornja jednačina se integriše u granicama od h_1 do h_2 i od r_1 do r_2, tako da se sređivanjem i rješavanjem po *k* dobija:

$$k = \frac{Q \cdot \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}{2 \cdot \pi \cdot (h_1 - h_2) \cdot H}$$

VODOPROPUSNOST USLOJENOG TLA

Sedimentna tla su najčešće taložena u vodi i u slojevima tako da je slojevita struktura tla veoma česta pojava u prirodi.



Vodopropusnost horizontalno uslojenog tla,
strujanje paralelno sa slojevima

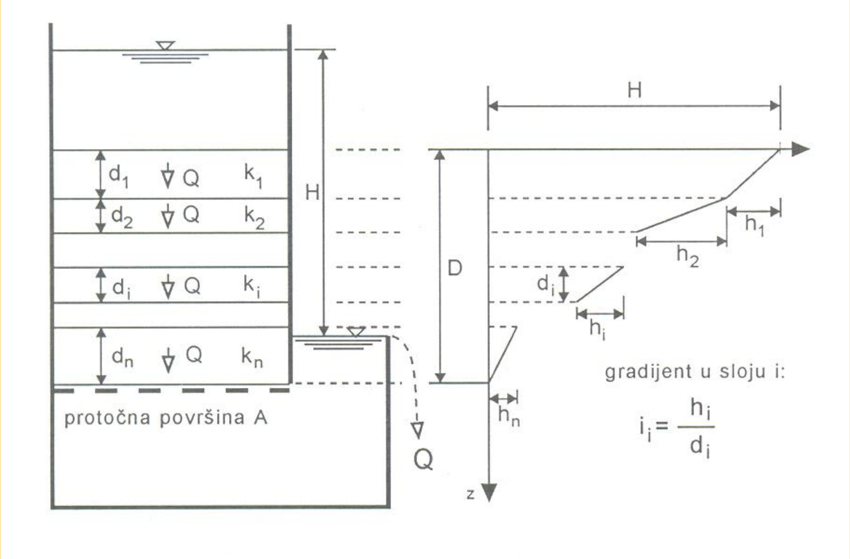
Ukupan protok vode kroz slojeve je jednak zbiru protoka kroz sve slojeve pri konstantnom gradijentu filtracije $i_i = i = \frac{H}{L}$

$$Q = \sum_1^n q_i = \frac{H}{L} \sum_1^n d_i \cdot k_i$$

$$Q = k_x \frac{H}{L} \sum_1^n d_i$$

$$k_x = \frac{\sum d_i \cdot k_i}{\sum d_i}$$

k_x - prosječan koeficijent vodopropusnosti



Vodopropusnost horizontalno uslojenog tla pri strujanju upravno na slojeve

Uslov kontinuiteta se može napisati kao: $Q_1 = Q_2 = \ldots = Q_i \ldots = Q_n = Q$

Hidraulički gradijent su: $i_1 = \dfrac{h_1}{d_1}, i_2 = \dfrac{h_2}{d_2}, \ldots i_i = \dfrac{h_i}{d_i}, \ldots i_n = \dfrac{h_n}{d_n}$

Protok kroz pojedinačni sloj *i* je: $Q_i = A \cdot k_i \cdot i_i = \dfrac{A \cdot k_i \cdot h_i}{d_i} = Q$

$$h_i = \frac{Q \cdot d_i}{A \cdot k_i}$$

pri čemu se mora zadovoljiti uslov da je $\sum h_i = H$, što se može napisati kao: $\dfrac{Q}{A} \sum \dfrac{d_i}{k_i} = H$

$$Q = \frac{A \cdot H}{\sum \dfrac{d_i}{k_i}}$$

Koristeći koncept prosječne vodopropusnosti paketa slojeva u vertikalnom pravcu k_z , koji zadovoljava uslov da je:

$$Q = \frac{A \cdot k_z \cdot H}{\sum d_i}$$

$$k_z = \frac{\sum d_i}{\sum \frac{d_i}{k_i}} \quad (*)$$

Zaključci:

Ako se uslojeno tlo sastoji od različitih vrsta tla i veličine koeficijenata filtracije k_1, k_2 , itd., međusobno se veoma razlikuju pa se dobija da najveću važnost ima sloj sa maksimalnom vodopropusnošću tako da je približno:

$$k_x \approx \frac{d'}{D} \cdot k'$$

k ’ - maksimalna vrijednost koeficijenta filtracije pojedinačnog sloja
d ‘ - debljina sloja

U izrazu (*) za k_z mogu se zanemariti količnici $\frac{d}{k}$ kod kojih su vrijednosti *k* relativno velike, a zadrži se samo član sa minimalnom vodopropusnosti, što daje:

$$k_z \approx \frac{d''}{D} \cdot k''$$

k “ - maksimalna vrijednost koeficijenta filtracije pojedinačnog sloja
d” - debljina sloja

Kod tla sa horizontalnom uslojenošću prosječna vodopropusnost uvijek je veća od vertikalne, tako da je u takvim slučajevima

najčešće $\frac{k_x}{k_z}$ > 2, 10, pa i više

PRINCIP EFEKTIVNIH NAPONA

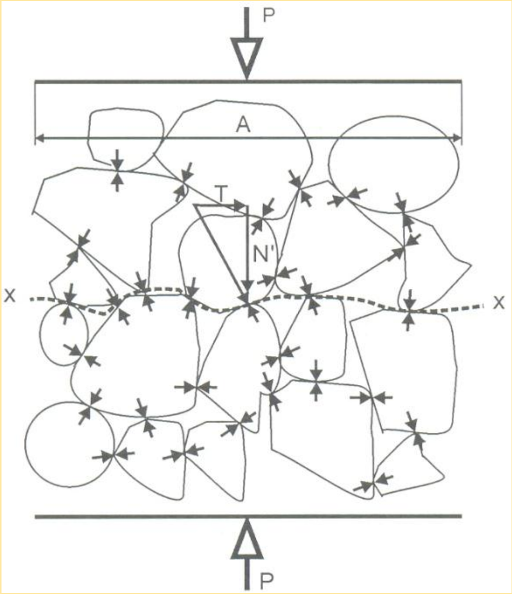
Princip efektivnih napona je najvažniji fundamentalni princip mehanike tla. Ovaj princip, koji važi za zasićeno tlo, prvi je formulisao Terzagi (1936), a sastoji se od dva osnovna stava:

STAV I

Efektivni normalni napon σ_n' jednak je razlici totalnog normalnog napona σ_n i pornog pritiska *u*, ili $\sigma_n' = \sigma_n - u$

Princip važi za komponentalne normalne napone i za glavne napone: $\sigma_x' = \sigma_x - u$ $\quad \sigma_y' = \sigma_y - u$ $\quad \sigma_z' = \sigma_z - u$

$\sigma_1' = \sigma_1 - u$ $\quad \sigma_2' = \sigma_2 - u$ $\quad \sigma_3' = \sigma_3 - u$



Princip efektnih napona

Efektivni normalni napon se može interpretirati kao zbir svih komponenata *N'* na površini *A*, podijeljen sa površinom *A*:

$$\sigma' = \frac{\sum N'}{A}$$

Uslovi ravnoteže u pravcu normale na x-x daju:

$$P = \sum N' + u \cdot A$$

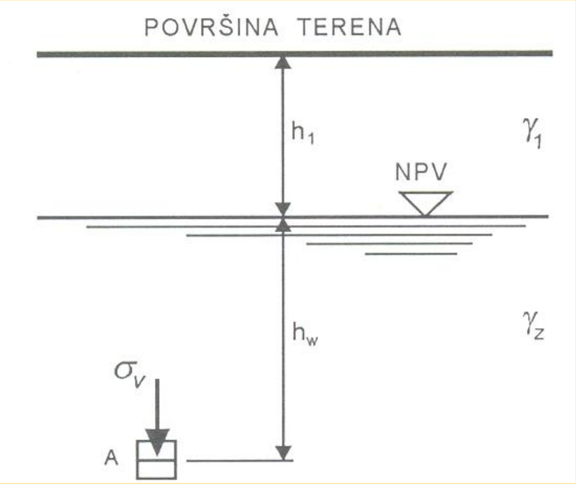
$$\frac{P}{A} = \frac{\sum N'}{A} + u \qquad \text{ili} \qquad \sigma' = \sigma - u$$

STAV II

Svi mjerljivi efekti promjene napona, kao što su promjene zapremine, promjene oblika i promjene smičuće čvrstoće zavise isključivo od efektivnih napona. To praktično znači da dva osnovna oblika ponašanja tla od interesa za prenošenje opterećenja i napona, čvrstoća i stišljivost, zavise od efektivnih normalnih napona, što simbolično se može napisati kao:

promjena zapremine = $f_1(\sigma')$
smičuća čvrstoća = $f_2(\sigma')$

VERTIKALNI EFEKTIVNI NAPON ''IN SITU"



Vertikalni naponi ispod nivoa pozemne vode

Vertikalni totalni napon je:

$$\sigma_v = h_1 \cdot \gamma_1 + h_\omega \cdot \gamma_z$$

γ_1 - jedinična težina tla u sloju br.1

γ_2 - jedinična težina zasićenog tla

Porni pritisak u posmatranoj tački je $u = h_\omega \cdot \gamma_\omega$ tako da je vertikalni efektivni napon:

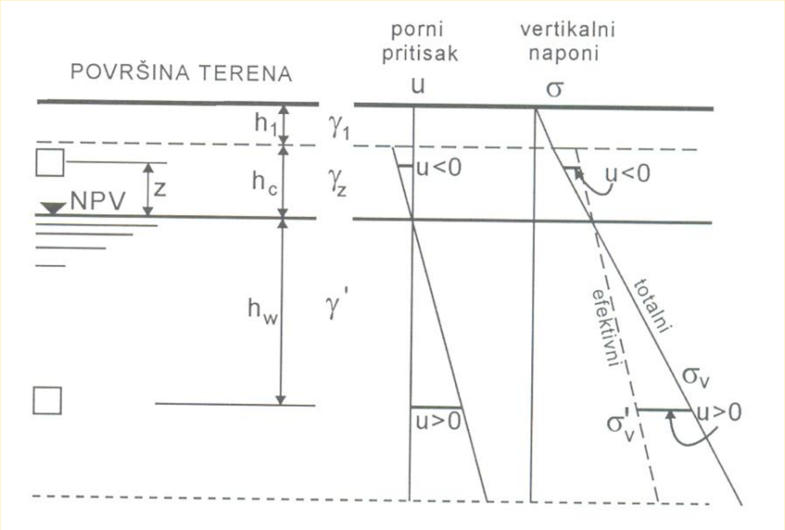
$$\sigma_v^{'} = \sigma_v - u = h_1 \cdot \gamma_1 + h_\omega \cdot \gamma_z - h_\omega \cdot \gamma_\omega = h_1 \cdot \gamma_1 + h_\omega \cdot \gamma^{'}$$

$\gamma^{'}$ - jedinična težina tla u potopljenom stanju

Za tačku u zoni kapilarnog zasićenja totalni napon je: $\sigma_v = h_1 \cdot \gamma_1 + (h_c - z)\gamma_z$

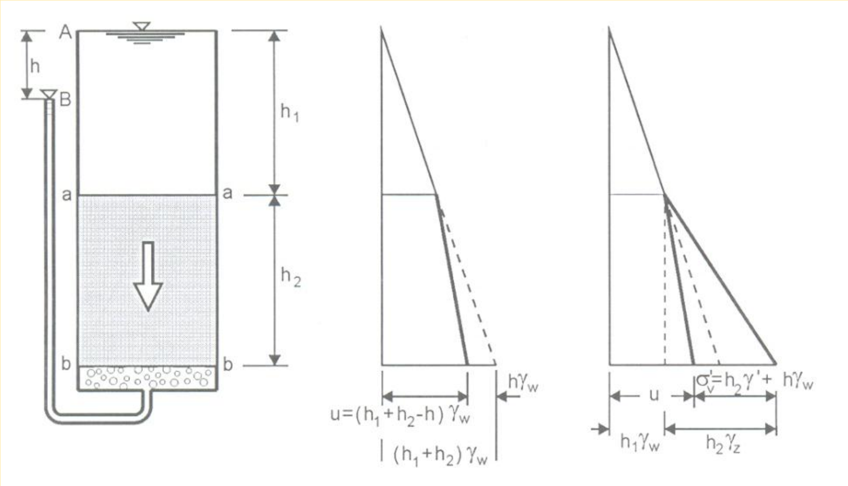
Porni pritisak u zoni kapilarnog zasićenja je $u = -\gamma_w \cdot z$ pa je efektivni napon:

$$\sigma_v^{'} = \sigma_v - u = h_1 \cdot \gamma_1 + (h_c - z) \cdot \gamma_z + \gamma_w \cdot z = h_1 \cdot \gamma_1 + h_c \cdot \gamma_z - z \cdot (\gamma_z - \gamma_w) = h_1 \cdot \gamma_1 + h_c \cdot \gamma_z - z \cdot \gamma^{'}$$



Porni pritisci i vertikalni naponi u hidrostatičkim uslovima

VERTIKALNI EFEKTIVNI NAPONI PRI VERTIKALNOM TOKU VODE



Porni pritisci i vertikalni efektivni naponi u sloju tla pri vertikalnoj filtraciji nadole

Gradijent filtracije i brzina su:

$$i = \frac{h}{h_2} \qquad v = k \cdot \frac{h}{h_2}$$

Totalni napon i porni pritisak na nivou b-b su:

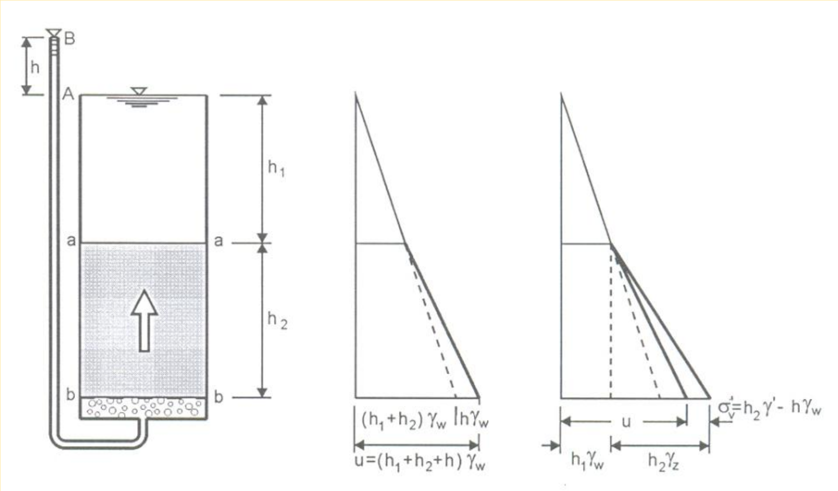
$$\sigma_v = h_1 \cdot \gamma_\omega + h_2 \cdot \gamma_z$$

$$u = (h_1 + h_2 - h) \cdot \gamma_\omega$$

Efektivni napon je:

$$\sigma_v' = \sigma_v - u = h_1 \cdot \gamma_\omega + h_2 \cdot \gamma_z - (h_1 + h_2 - h) \cdot \gamma_w = h_2(\gamma_z - \gamma_\omega) + h \cdot \gamma_\omega = h_2 \cdot \gamma' + h \cdot \gamma_\omega$$

Iz izraza za efektivni napon se vidi da je vertikalni efektivni napon u ovom slučaju veći od onog koji bi postojao da filtracije nema. Prvi sabirak u gornjem izrazu predstavlja Arhimedov efekat, a drugi priraštaj vertikalnog efektivnog napona uslijed zapreminskih sila filtracije koje se superponiraju sa dejstvom gravitacije.



Porni pritisci i vertikalni efektivni naponi u sloju tla
pri vertikalnoj filtraciji naviše

Totalni napon i porni pritisak na nivou b-b su:

$$\sigma_v = h_1 \cdot \gamma_\omega + h_2 \cdot \gamma_z$$

$$u = (h_1 + h_2 + h) \cdot \gamma_\omega$$

Efektivni napon je:

$$\sigma_v' = \sigma_v - u = h_1 \cdot \gamma_\omega + h_2 \cdot \gamma_z - (h_1 + h_2 + h) \cdot \gamma_w = h_2 (\gamma_z - \gamma_\omega) - h \cdot \gamma_\omega = h_2 \cdot \gamma' - h \cdot \gamma_\omega$$

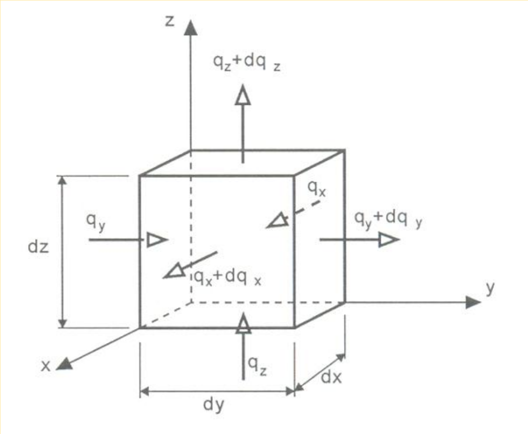
Iz prethodnog izraza se vidi da je vertikalni efektivni napon u ovom slučaju manji od onog koji bi postojao da filtracije nema. U ovom slučaju treba imati u vidu da postoji gornja granica za veličinu pijezometarske visine *h*. Ako se *h* postepeno povećava, porni pritisak u presjeku b-b bi se mogao povećati do veličine koja je jednaka težini stuba tla i vode iznad razmatranog presjeka, tj.:

$$(h_1 + h_2 + h) = h_1 \cdot \gamma_\omega + h_2 \cdot \gamma_z \qquad \text{ili} \qquad \sigma_v' = h_2 \cdot \gamma' - h \cdot \gamma_\omega = 0$$

Kada je efektivni napon jednak nuli, nema kontakta između zrna tla i dolazi do pojave *''ključanja tla''* ili *fluidizacije*.
Gornja jednačina je:

$$h_2 \cdot \gamma' = h \cdot \gamma_\omega \qquad \text{ili} \qquad \frac{h}{h_2} = i_{cr} = \frac{\gamma'}{\gamma_\omega}$$

OSNOVNE JEDNAČINE KRETANJA VODE KROZ TLO



Trodimenzionalno kretanje vode

Darsijev zakon za homogeno anzitropno tlo se može napisati u sljedećem obliku:

$$q_x = k_x \cdot i_x dydz \qquad q_x + dq_x = k_x (i_x + di_x) dydz$$
$$q_y = k_y \cdot i_y dxdz \qquad q_y + dq_y = k_y (i_y + di_y) dxdz$$
$$q_z = k_z \cdot i_z dxdy \qquad q_z + dq_z = k_z (i_z + di_z) dxdy$$

Ako zapremina pora u elementu ostaje konstantna tada ukupni dotok vode u element tla mora biti jednak količini vode koja iz elementa istekne, ili:

$$q_x + q_y + q_z = (q_x + dq_x) + (q_y + dq_y) + (q_z + dq_z) \qquad (*)$$

$$k_x \cdot di_x dydz + k_y \cdot di_y dxdz + k_z \cdot di_z dxdy$$

Pošto je $i_x = \frac{\partial h}{\partial x}$, $i_y = \frac{\partial h}{\partial y}$, $i_z = \frac{\partial h}{\partial z}$ slijedi da je: $di_x = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} dx$, $di_y = \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} dy$, $di_z = \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} dz$ gdje je h pijezometarska visina

Jednačina (*) se može pisati u obliku jednačine kotinuiteta:

$$\left(k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2}\right) dxdydz = 0$$

Diferencijalna jednačina filtracije

Ukoliko element tla mijenja zapreminu za ε_v u vremenu *dt*, tako da se ona može opisati gradijentom $\frac{d\varepsilon_v}{dt}$, jednačina kontinuiteta je:

$$\left(k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2}\right) dxdydz = \frac{d\varepsilon_v}{dt}$$

Diferencijalna jednačina konsolidacije

Jednačina filtracije u slučaju filtracije u ravni postaje:

$$\left(k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right) dxdy = 0$$

Ako je tlo izotropno, tj. kada je $k_x=k_y=k$, diferencijalna jednačina filtracije u ravni postaje:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

Pošto je $v = k \cdot i$, posljednja jednačina se može napisati i u obliku:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$$

POTENCIJAL I STRUJNICA

Za komplikovane probleme pogodno je uvesti dvije funkcije. To su $\phi = \phi(x, y)$ *funkcija potencijala* i $\psi = \psi(x, y)$*strujna funkcija*. Ovdje će se razmotriti dvodimenzionalni slučaj za izotropan materijal, tj. kada je k_x=k_y.

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = v_x = -k \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \qquad \frac{\partial \phi}{\partial y} = v_y = -k \cdot \frac{\partial h}{\partial y}$$

Integracijom se dobija: $\phi(x, y) = -k \cdot h(x, y) + C_1$ $\qquad$ C_1 - konstanta

Totalni diferencijal funkcije $\phi(x, y)$ je:

$$d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi}{\partial y} dy = v_x dx + v_y dy$$

Ako je $\phi(x, y)$ konstantna, tada je $d\phi = 0$ odakle slijedi da je:

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = -\frac{v_x}{v_y}}$$

Druga funkcija $\psi = \psi(x, y)$ je takva da je:

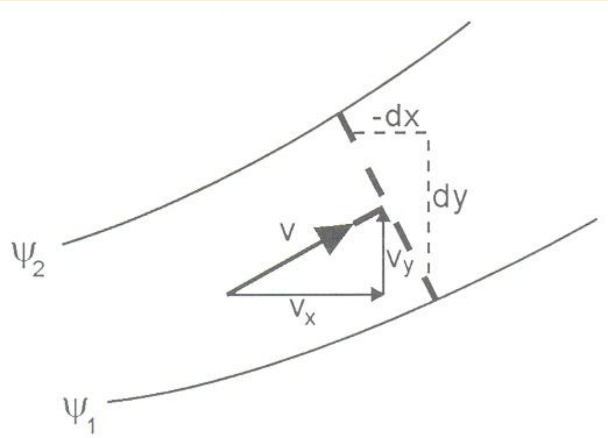
$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = v_x = -k \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \qquad \frac{\partial \psi}{\partial x} = v_y = -k \cdot \frac{\partial h}{\partial y}$$

Totalni diferencijal funkcije $\psi(x, y)$ je:

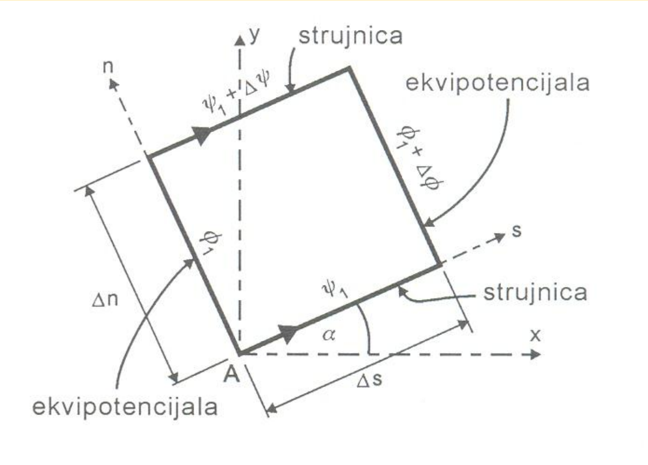
$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = v_y dx + v_x dy$$

Ako se funkciji $\psi(x, y)$ pripiše konstantna vrijednost ψ_1, tada je $d\psi = 0$ odakle slijedi da je:

$$\boxed{-\frac{dy}{dx} = \frac{v_y}{v_x}}$$



Strujanje vode između dvije strujnice



Strujnice i ekvipotencijale

Posmatramo dvije strujnice ψ_1 i ψ_2 na odstojanju Δn koje sijeku pod pravim uglom dvije ekvipotencijale φ_1 i φ_2 na međusobnom odstojanju Δs .

Brzina toka u tački A je v_s sa komponentama:

$$v_x = v_s \cdot \cos\alpha \qquad v_y = v_s \cdot \sin\alpha$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial s} = \frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial\phi}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s} = v_s \cdot \cos^2\alpha + v_s \cdot \sin^2\alpha$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial n} = \frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial n} = -v_s \cdot \sin\alpha(-\sin\alpha) + v_s \cdot \cos^2\alpha$$

Slijedi: $\boxed{\frac{\partial\psi}{\partial n} = \frac{\partial\phi}{\partial s}}$ ili približno: $\boxed{\frac{\Delta\psi}{\Delta n} = \frac{\Delta\phi}{\Delta s}}$

STRUJNA MREŽA

Jedna od relativno jednostavnih metoda za rješavanje zadataka filtracije u ravni koristi aproksimativni grafički postupak koji se sastoji u probanju i korekciji skica strujne mreže koje zadovoljavaju granične uslove.

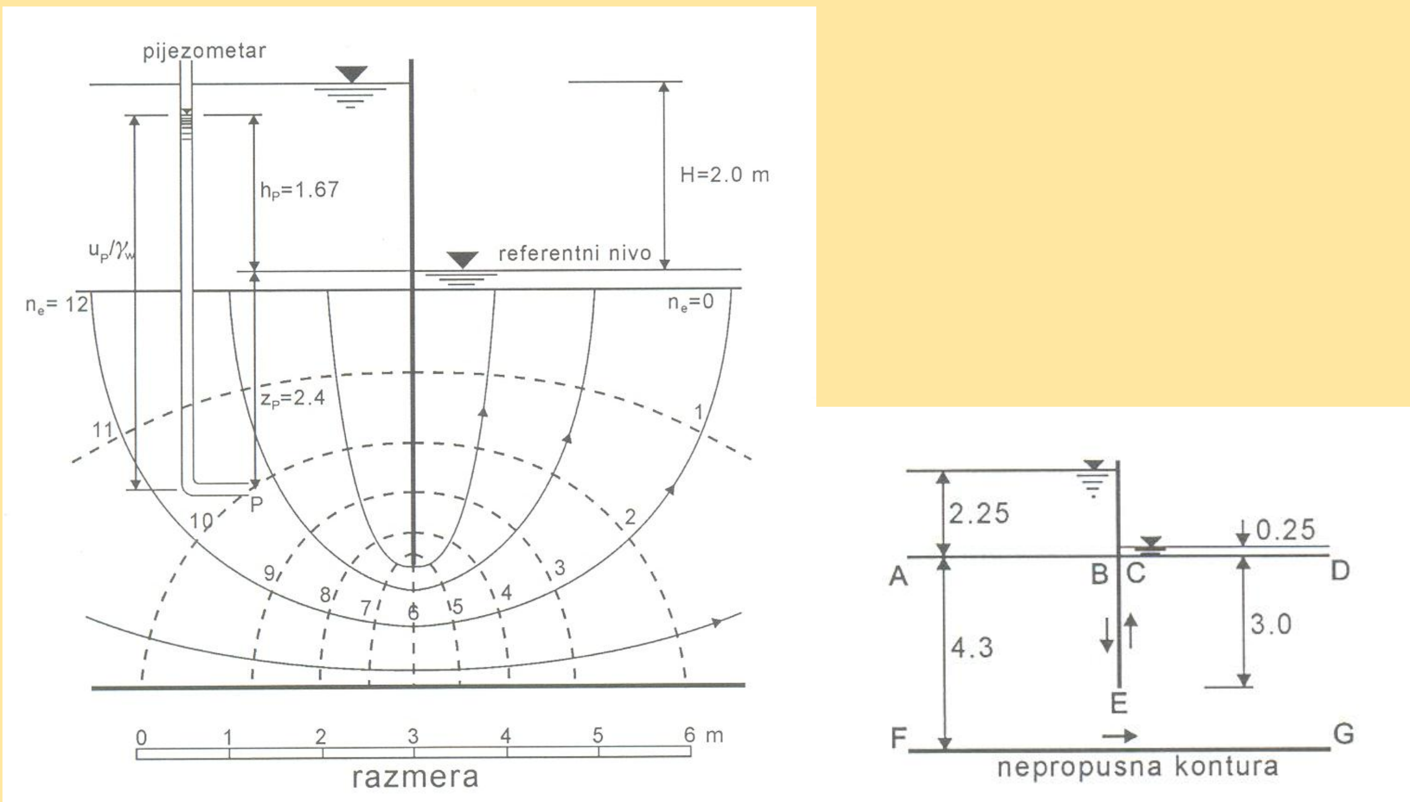
Razlika pijezometarskih visina između svake dvije susjedne ekvipotencijale:

$$\Delta h = \frac{H}{N_e}$$

H – razlika visina između prve i posljednje ekvipotenijcale
N_e – broj intervala padova ekvipotencijala od kojih svaki predstavlja jednaku vrijednost pada Δh
N_f – broj ''kanala'' između susjednih strujnica kroz koji teče isti protok Δq

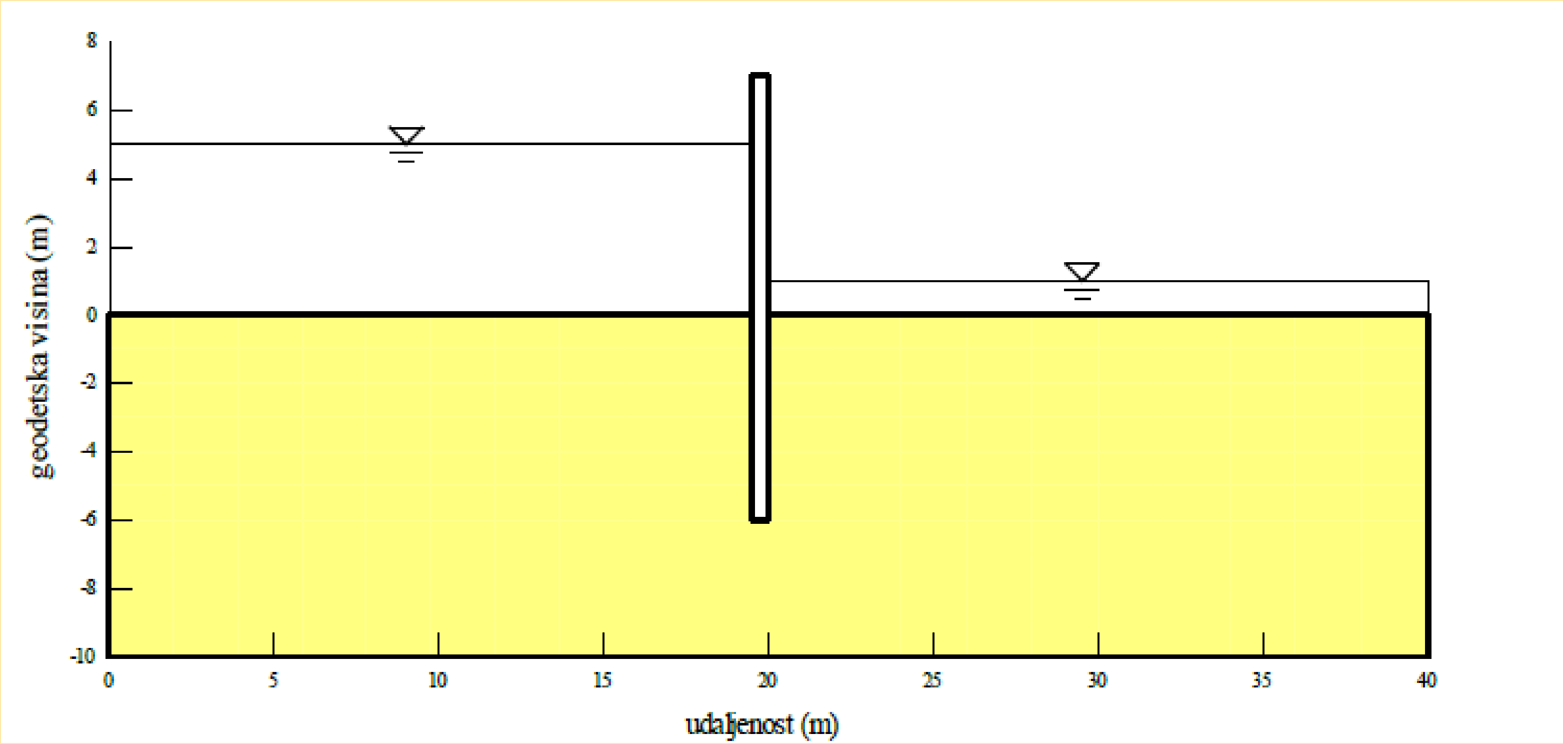
Ukupni protok u jedinici vremena za jediničnu dimenziju upravnu na ravan filtracije:

$$q = \sum_{1}^{N_f} \Delta q = N_f \Delta q \qquad q = k \cdot H \cdot \frac{N_f}{N_e}$$

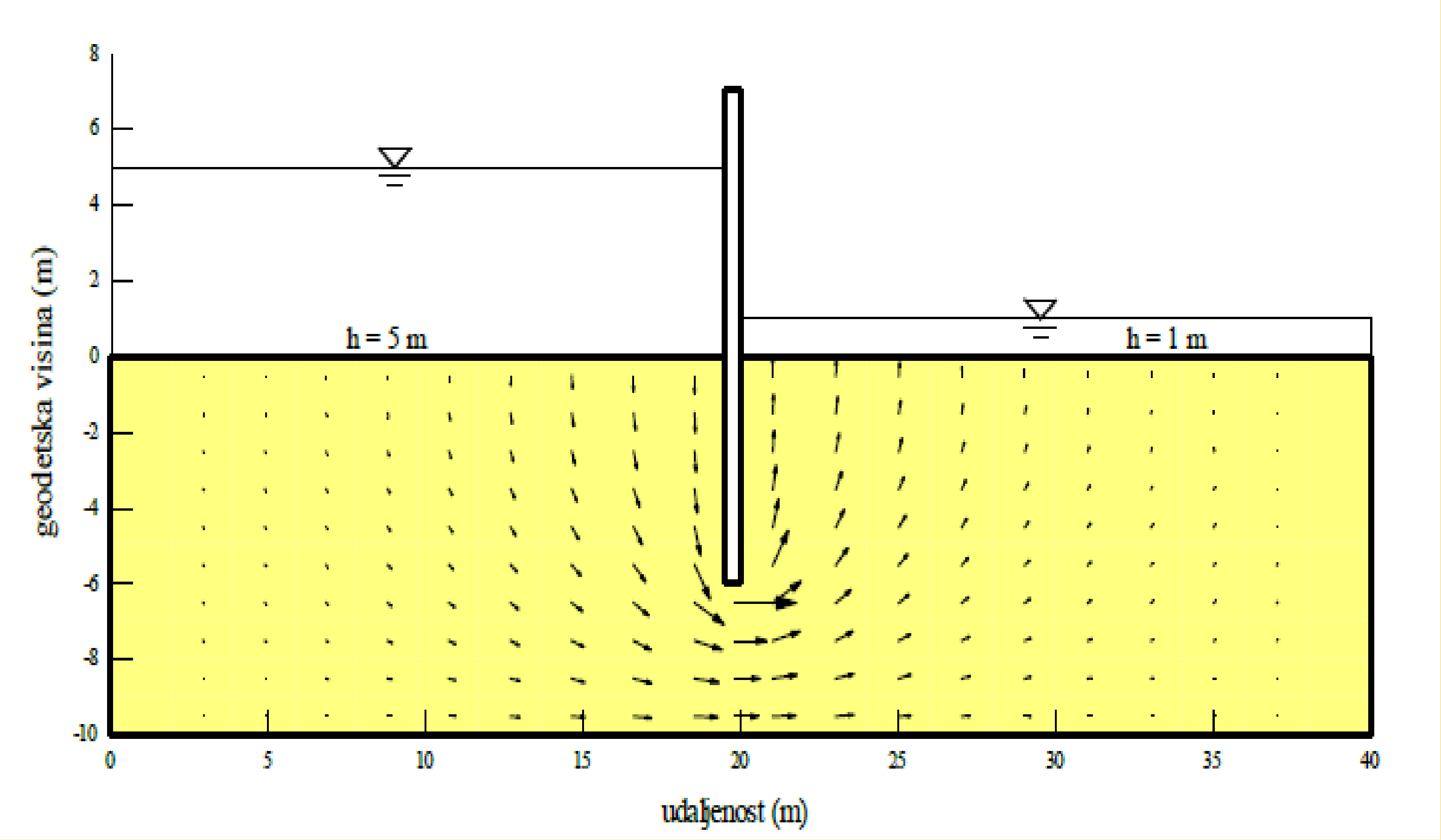


Primjer strujne mreže – filtracija oko priboja

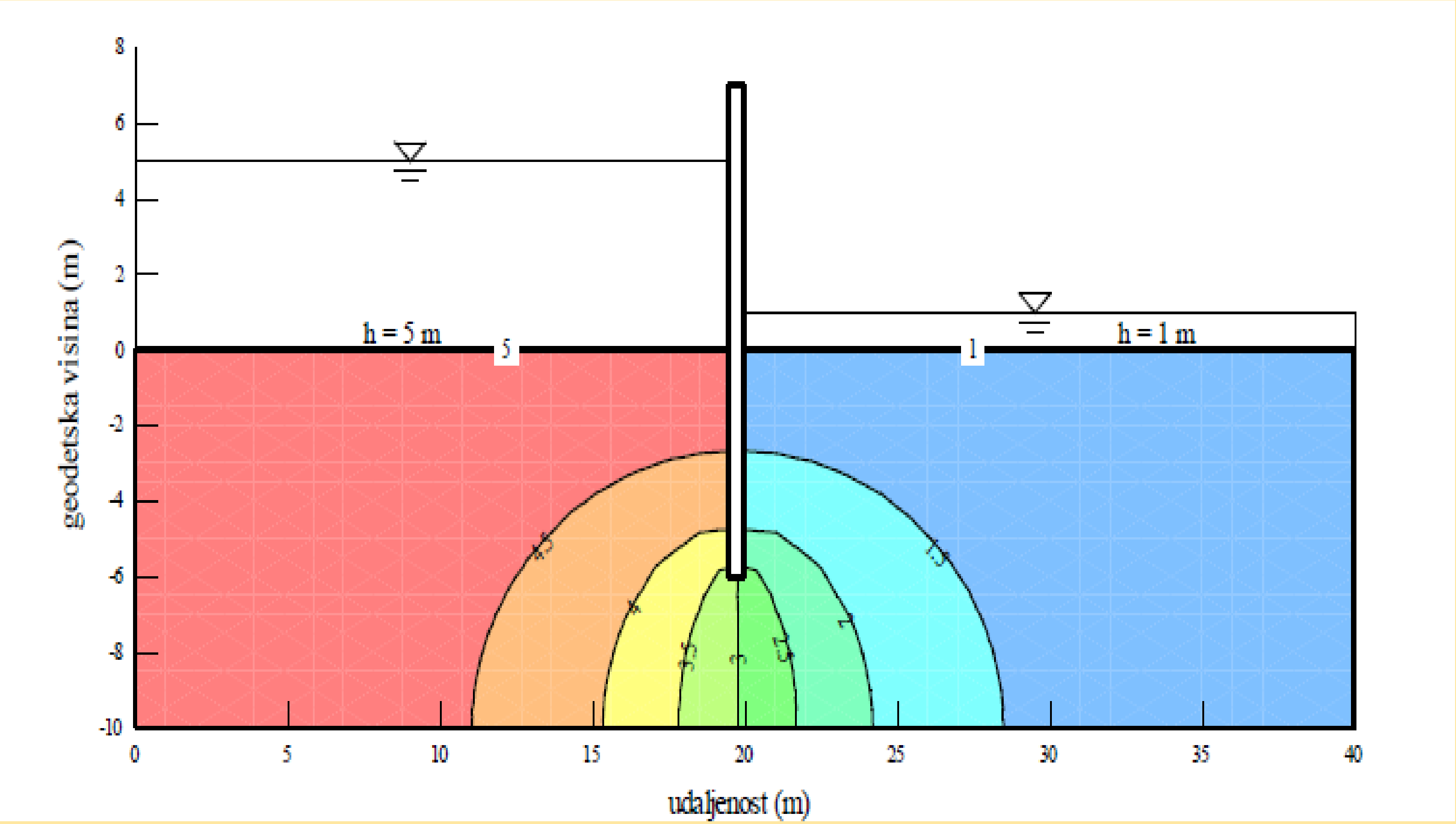
STRUJNA MREŽA



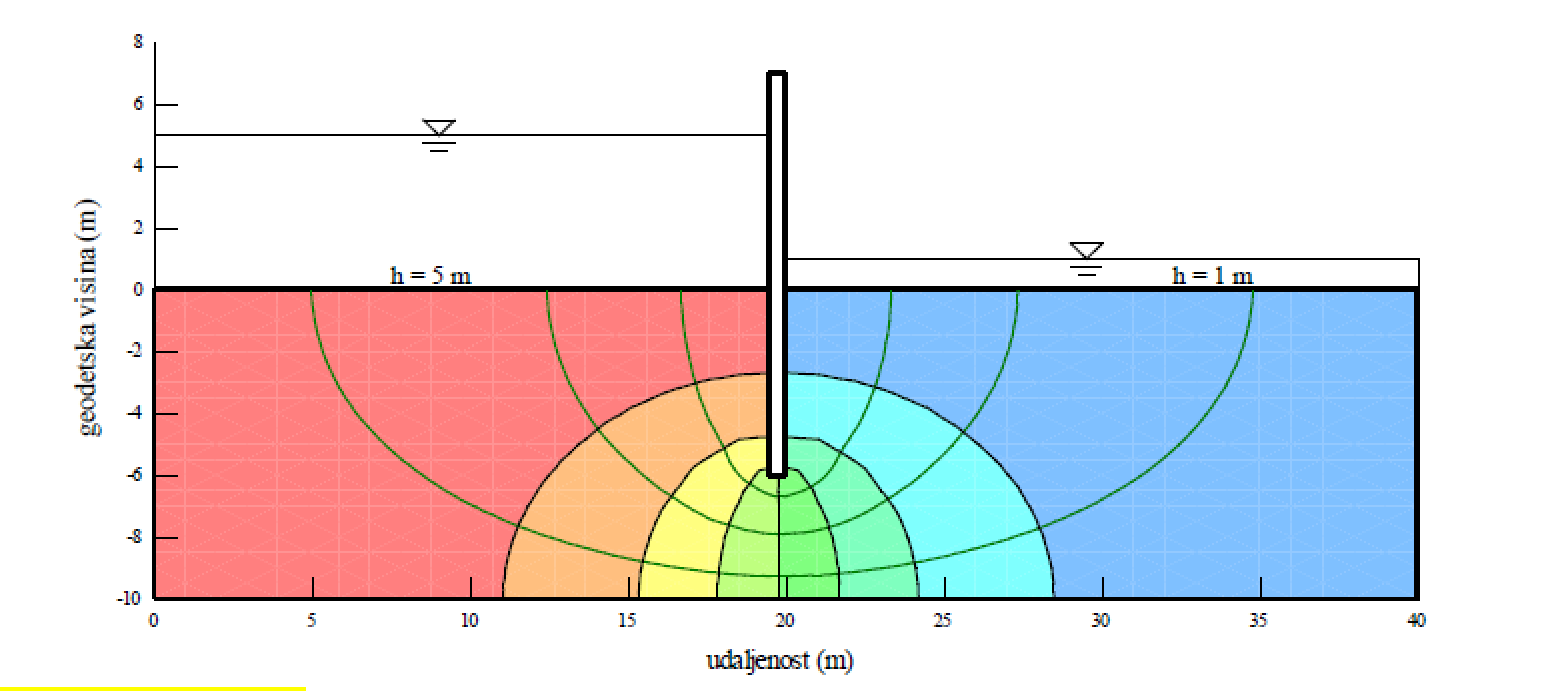
STRUJNA MREŽA



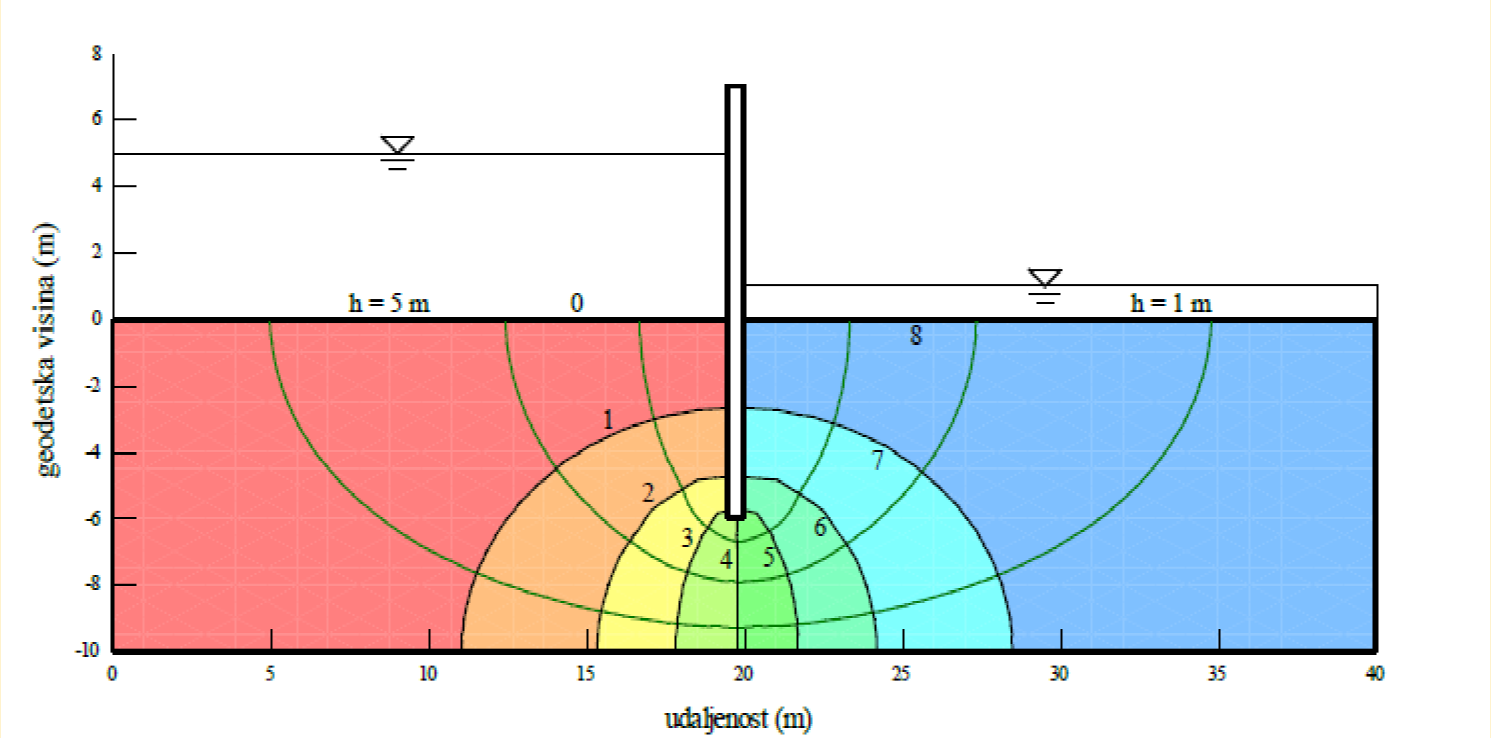
STRUJA MREŽA



STRUJNA MREŽA



STRUJNA MREŽA



$$q = \frac{N_f}{N_d}\ \Delta h \times k \qquad (\mathrm{m}^3/\mathrm{s}/\mathrm{m}')$$

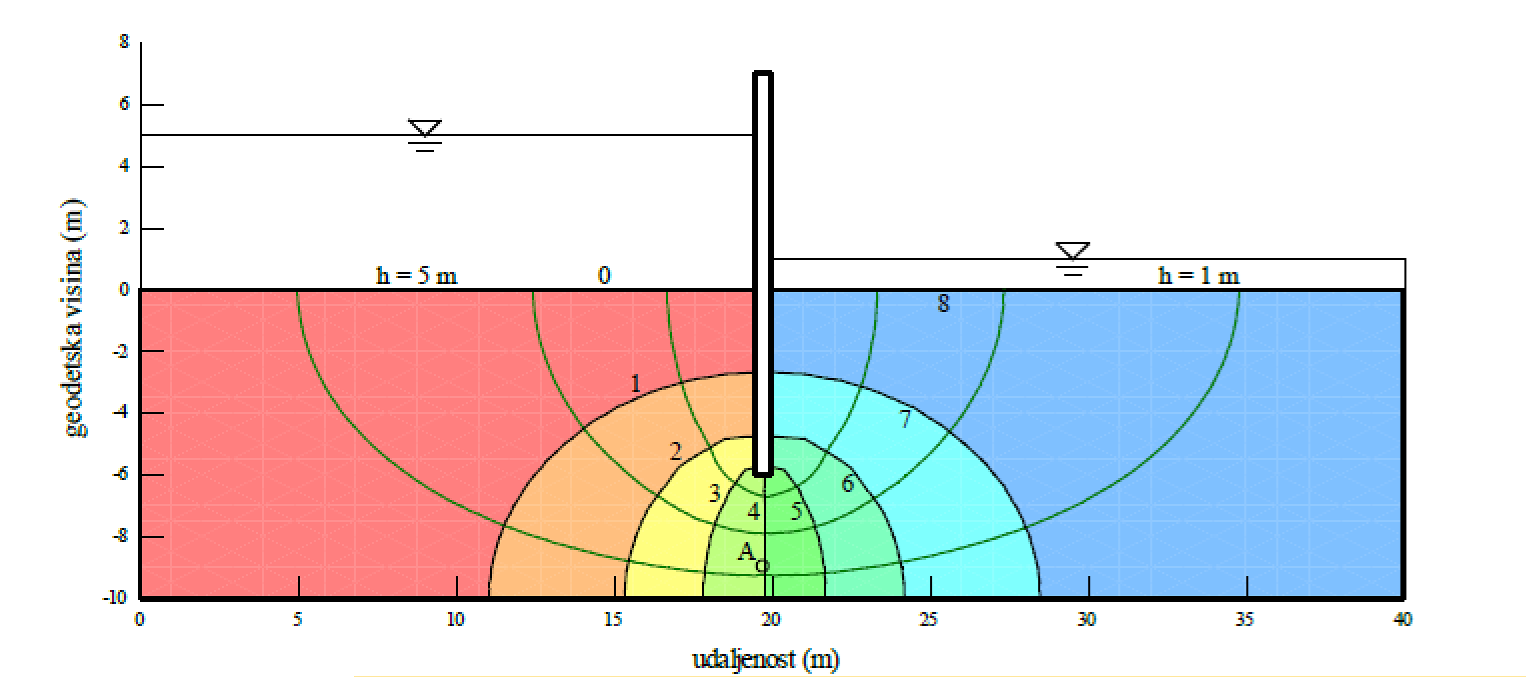
$$q = \frac{3,5}{8}\ 4 \times 10^{-6} = 1,75 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}/\mathrm{m}'$$

$$\Delta h_d = \frac{\Delta h}{N_d}$$

$$\Delta h_d = \frac{4}{8} = 0,5\ \mathrm{m}$$

STRUJNA MREŽA

- porni pritisak u tački A?-



$$h_{\mathrm{n}} = h_{\mathrm{max}} - n \times \Delta h_{\mathrm{d}}$$

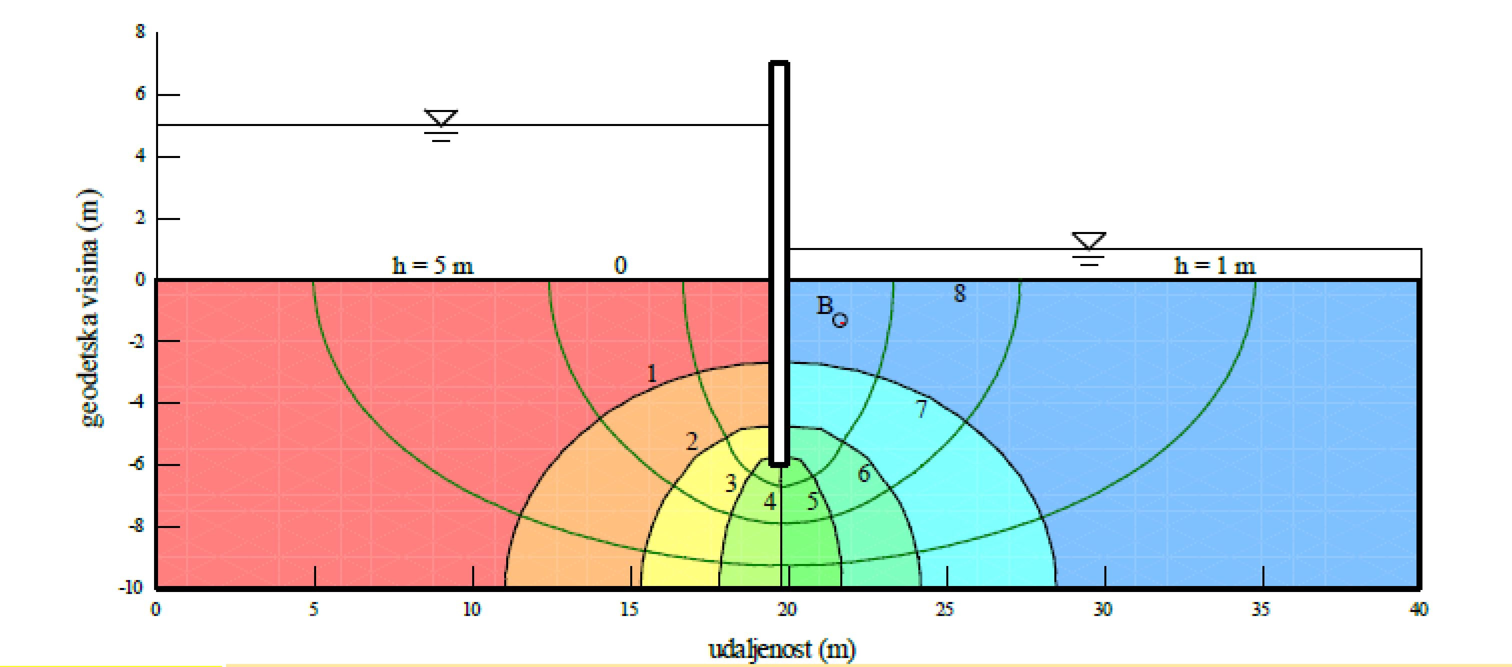
$$h_4 = 5 - 4 \times 0,5 = 3\,\mathrm{m}$$

$$h_{\mathrm{pA}} = h_{\mathrm{A}} - h_{\mathrm{gA}} = 3 + 9 = 12\,\mathrm{m}$$

$$u_{\mathrm{A}} = \gamma_{\mathrm{w}}\, h_{\mathrm{pA}} = 9,81 \times 12 = 117,7\,\mathrm{kPa}$$

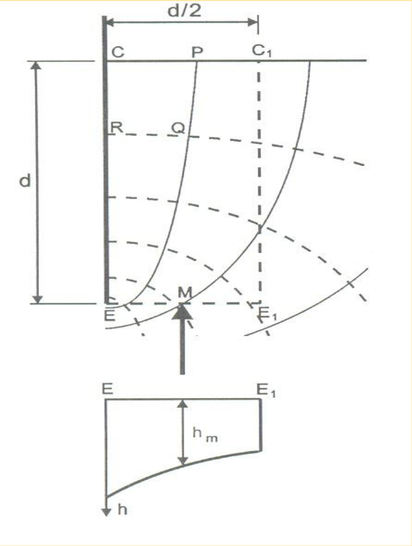
STRUJNA MREŽA

-hidraulički gradijent u tački B?-



$$i_{\mathrm{B}} = \frac{0,5}{2,9} = 0,17$$

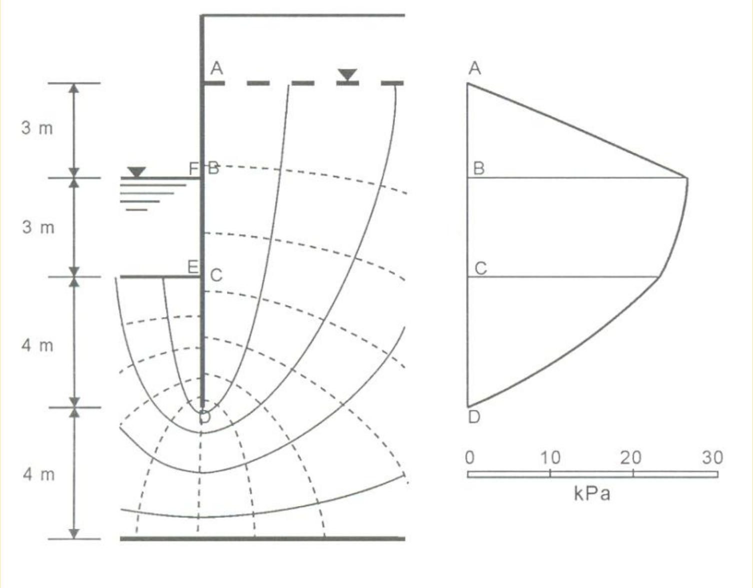
$$i_{\mathrm{c}} = \frac{\gamma'}{\gamma_{\mathrm{w}}} = \frac{\gamma - \gamma_{\mathrm{w}}}{\gamma_{\mathrm{w}}} = \frac{20 - 9,81}{9,81} = 1,04$$



Kontrola uslova ključanja

Lom mase tla nastaje izdizanjem površine CC_1, uz povećanje zapremine tla sa povećavanjem vodopropusnosti. Takva pojava dovodi do povećanja protoka, ključanja u slučaju pijeskova i do potpunog rušenja.

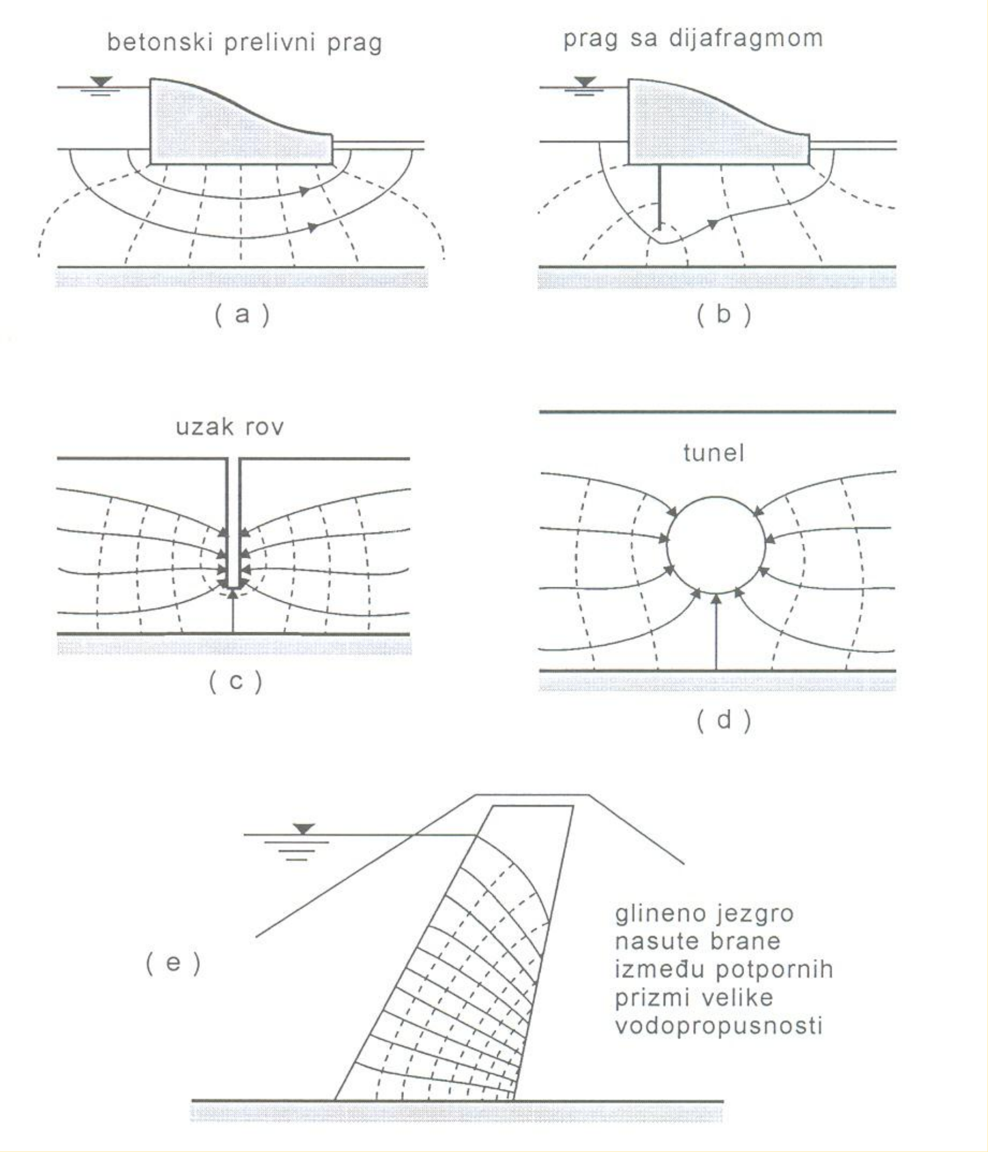
Hidraulički gradijent u svakom od kvadrata može se odrediti mjerenjem prosječnih dimenzija kvadrata.



Pritisak vode na priboj

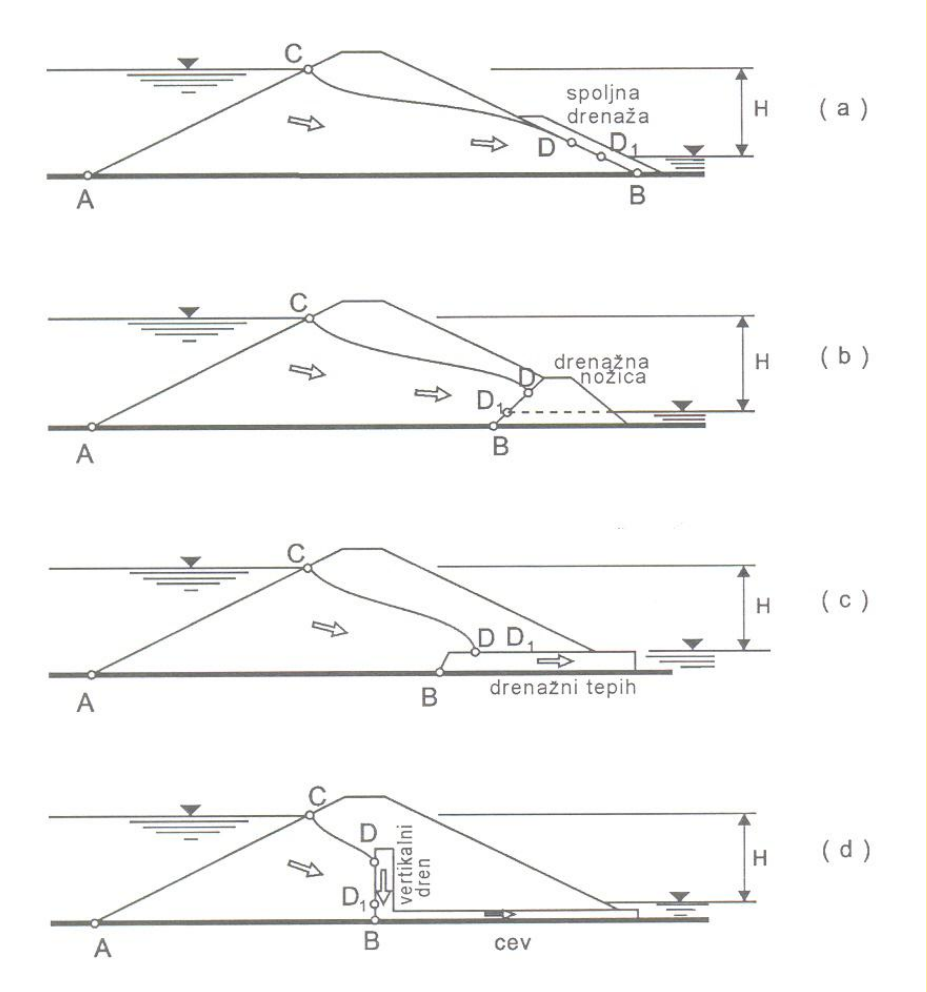
Ovo je primjer filtracije oko priboja koji sa jedne strane ima podzemnu vodu koja je na istom nivou sa spoljnom vodom.

Ukoliko je došlo do relativno brzog spuštanja nivoa slobodne vodene površine uspostaviće se ova strujna slika

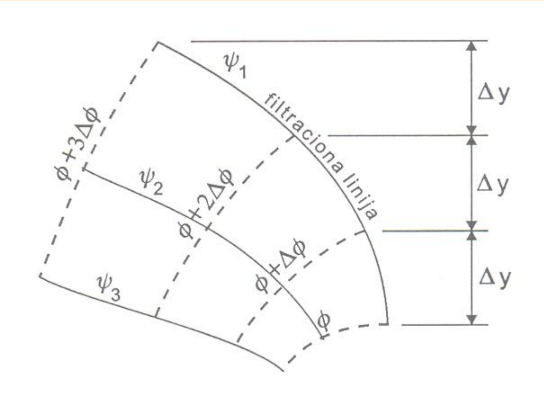


Primjer strujnih mreža

FILTRACIJA SA SLOBODNOM POVRŠINOM

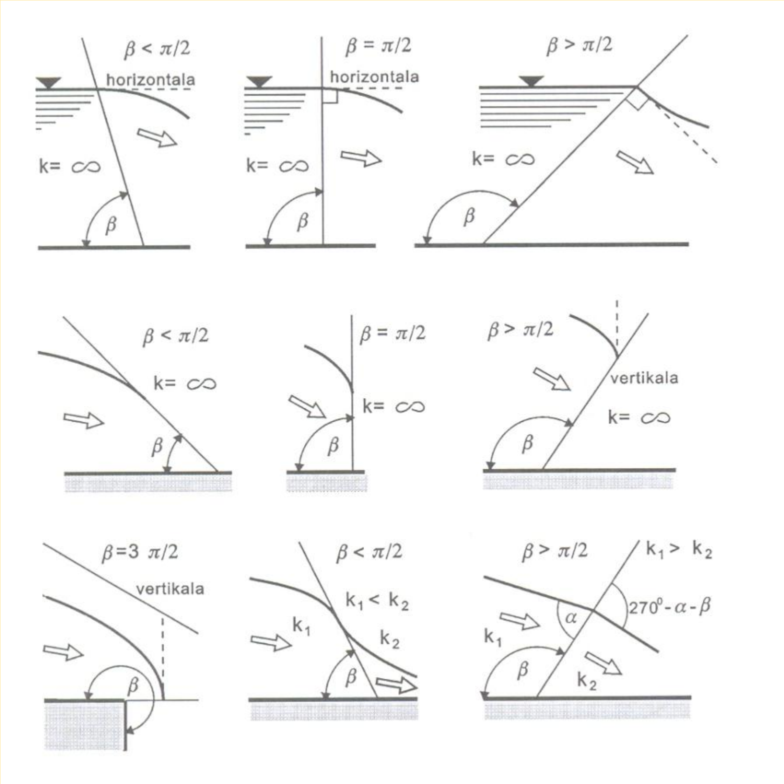


Strujanje vode kroz nasip na nepropusnoj podlozi



Uslovi na filtracionoj liniji

Da bi se odredila gornja strujnica, koja se naziva i **freaktičkom ili filtracionom** linijom,ima se u vidu da je ona pod atmosferskim pritiskom, odnosno da je pijezometarska visina u svakoj tački na njoj jednaka nuli.

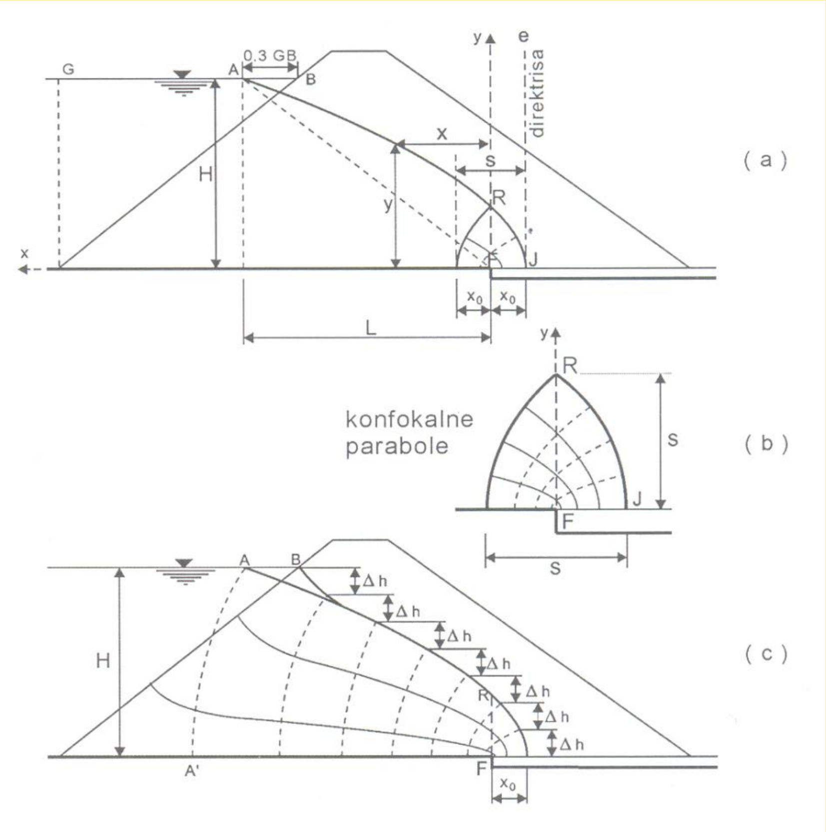


Detalji uslova na granicama filtracione linije

Za određivanje položaja krajnih tačaka filtracione linije može se koristiti niz rješenja koje je iscrtavanjem većeg broja strujnih mreža dao Kasagrande.

Crtanju strujne mreže bi se moglo pristupiti na sljedeći način:

1. Predpostavi se položaj slobodne površine
2. Konstruiše se strujna mreža po ranije opisanom postupku
3. Provjerava se da li je za tako konstruisanu mrežu zadovoljen uslov da su vertikalna odstojanja svih tačaka presjeka ekvipotencijala sa freaktičkom linijom jednaka ili nisu. Ako su ova odstojanja jednaka, tada je konstruisana mreža korektna i znači da je freaktička linija dobro postavljena. Međutim, ako ovaj uslov o jednakim vertikalnim odstojanjima nije ispunjen, potrebno je predpostaviti novu liniju, tj. cijeli postupak, počev od tačke 1., ponoviti.



Osnovna parabola i konfokalne parabole

Tačka *A* se nalazi na istom rastojanju od *e* kao i od žiže F. Zbog toga:

$$\sqrt{H^2+L^2}=L+s \qquad s=F\cdot J$$

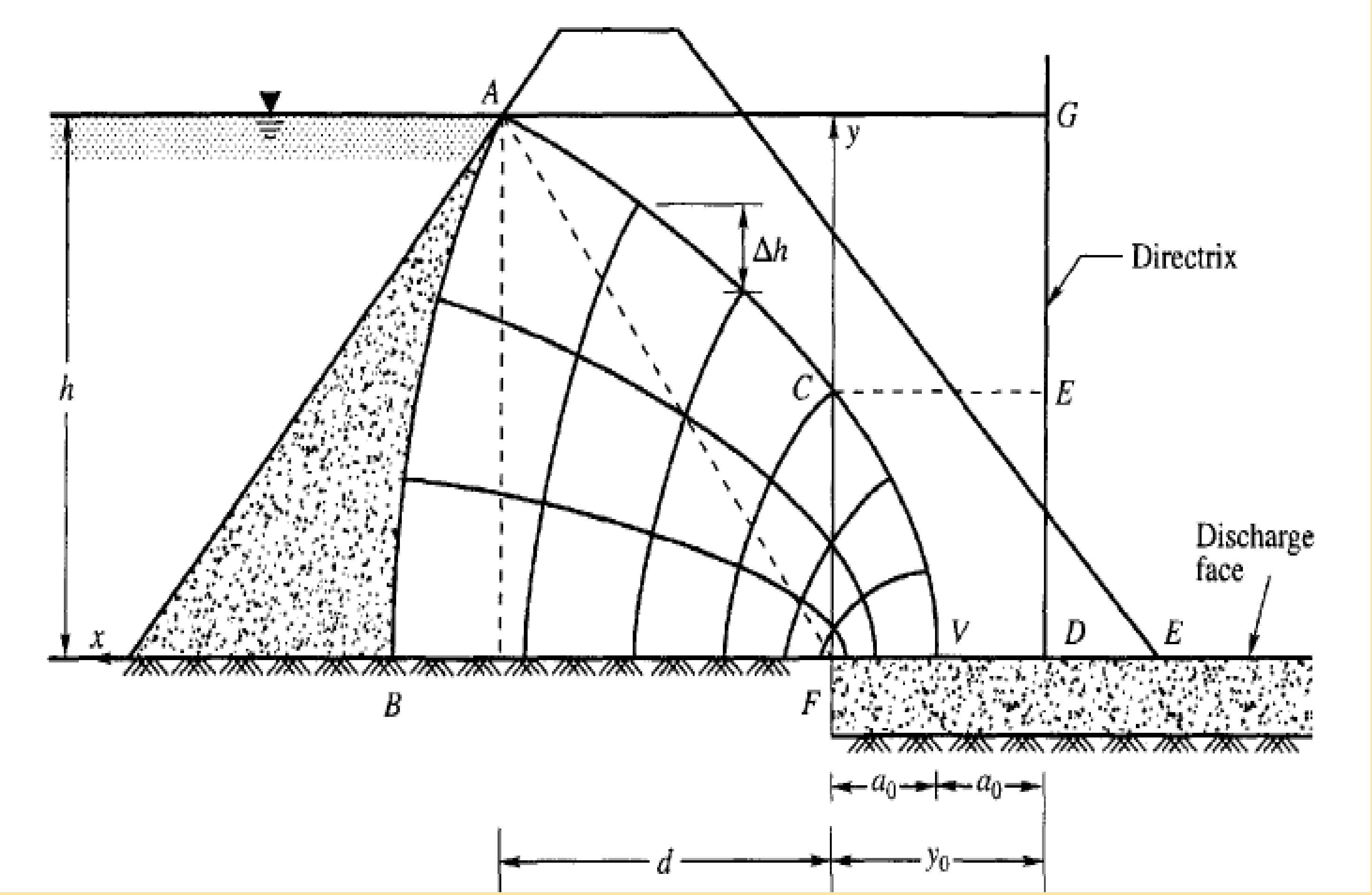
$$s=\sqrt{H^2+L^2}-L$$

Položaj tjemena parabole određen je sa:

$$x_0=\frac{s}{2}=\frac{\sqrt{H^2+L^2}-L}{2}$$

Ostale tačke se određuju sa:

$$x=\frac{y^2-s^2}{2s}=\frac{y^2-4x_0^2}{4x_0}$$

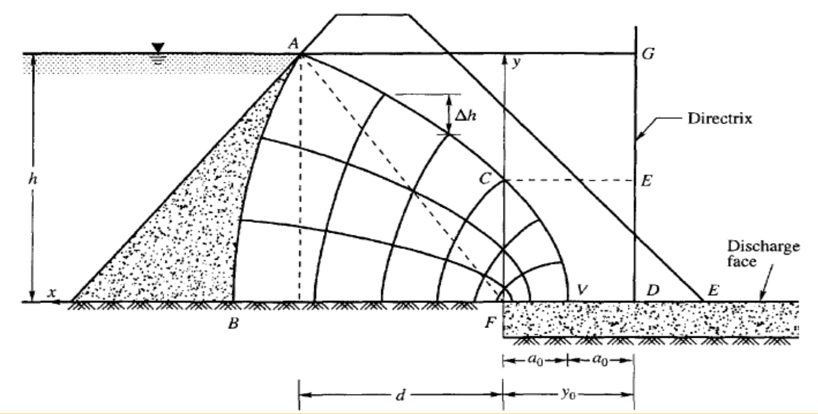


Idealna mreža koju čine konjugovano-konfokalne parabole

procjeđivanje

$$q = kiA$$

$$y = \sqrt{2xy_0 + y_0^2}$$



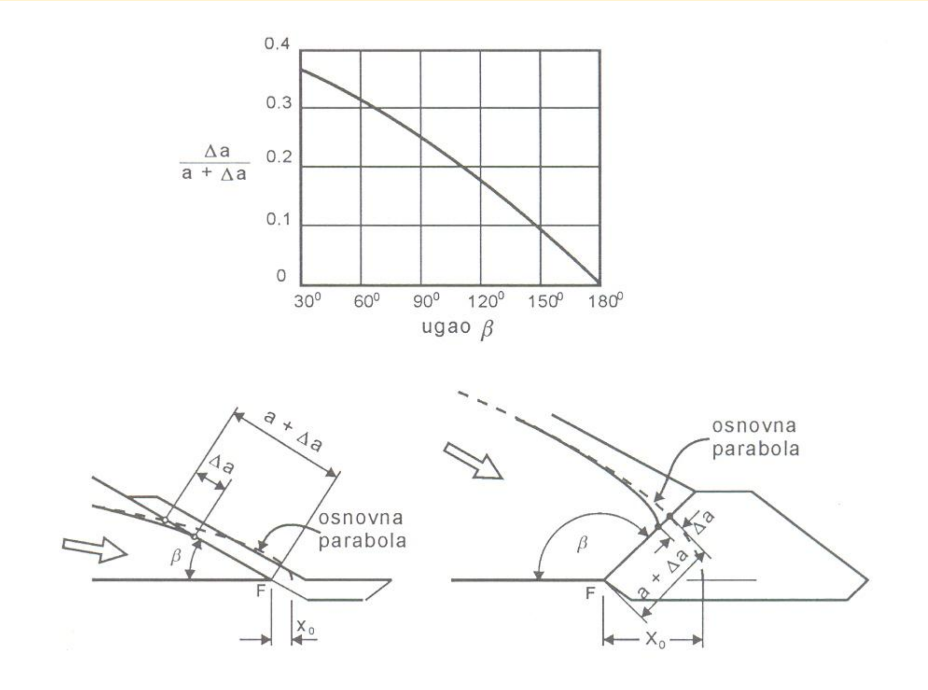
$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_0}{\sqrt{2xy_0 + y_0^2}}$$

- Za tačku C(0,y0),hidraulički gradijent je:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_0}{\sqrt{y_0^2}} = 1$$

Pa je procjeđivanje kroz presjek FC:

$$q = k\frac{dy}{dx}y_0 = ky_0$$



Dijagram i primjena korekcije izlaznog dijela filtracione linije

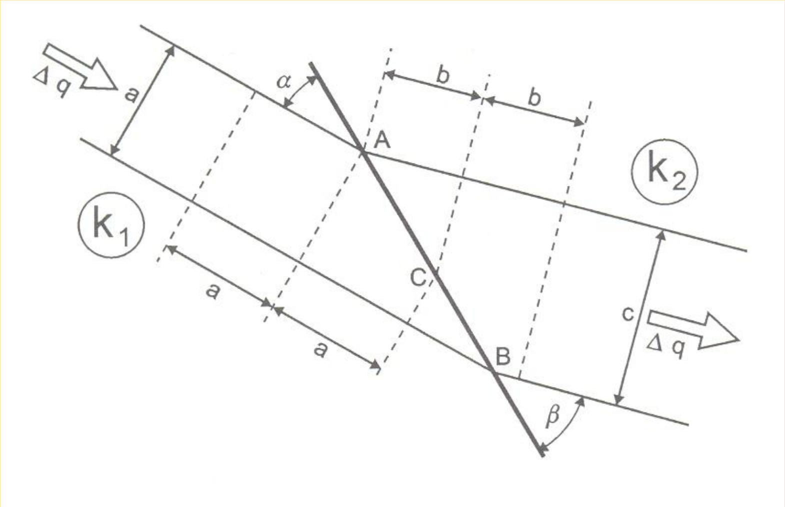
ANIZOTROPIJA

$$\frac{\partial^2 h}{\left(\frac{k_y}{k_x}\right)\partial x^2}+\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}=0$$

Uvodeći koordinatu $x_t = x\sqrt{\frac{k_y}{k_x}}$ jednačina kontinuiteta postaje: $\frac{\partial^2 h}{\partial x_t^2}+\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}=0$

Ako je poznata strujna mreža, protok je: $Q^{'} = k^{'} H \frac{N_f}{N_e}$

USLOVI FILTRACIJE NA KONTAKTU DVA MATERIJALA



Uslovi na kontaktu dva materijala

Uslov na kontaktu se može izraziti u obliku: $\Delta q = k_1 a \frac{\Delta h}{a} = k_2 c \frac{\Delta h}{b}$

Iz toga slijedi da odnos c/b zavisi od odnosa dvije vodopropusnosti, ili: $\frac{c}{b} = \frac{k_1}{k_2}$

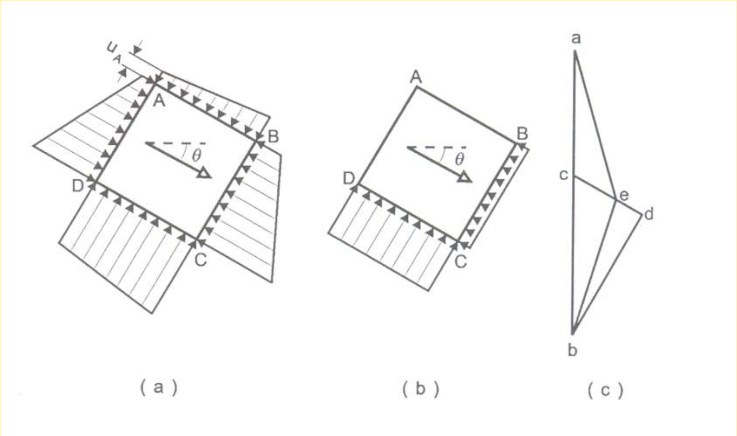
Promjena pravca strujnice na kontaktu dva materijala se može odrediti iz dimenzija trouglova, pri čemu se stranice AB i AC mogu prikazati kao:

$$AB = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\beta} \qquad AC = \frac{a}{\cos\alpha} = \frac{c}{\cos\beta}$$

a odatle se dobija: $\frac{\tan\beta}{\tan\alpha} = \frac{c}{b} = \frac{k_1}{k_2}$

FILTRACIONE SILE

Pri kretanju vode kroz pore tla razlika pijezometarskih pritisaka se prenosi preko viskoznog trenja po površinama zrna tla uzrokujući sile u pravcu kretanja vode koje se obično nazivaju filtracionim silama. Ove sile se superponiraju sa gravitacionim silama dajući rezultantnu zapreminsku silu. Od ukupnih zapreminskih sila zavise i efektivni normalni naponi u tlu.



Sile filtracije

Porni pritisci u tačkama *B, C* i *D* su:

$$u_B = u_A + \gamma_\omega (a \cdot \sin\theta - \Delta h)$$
$$u_C = u_A + \gamma_\omega (a \cdot \sin\theta + a \cdot \cos\theta - \Delta h)$$
$$u_D = u_A + \gamma_\omega a \cdot \cos\theta$$

Mogu se odrediti sljedeće razlike pritisaka:

$$u_B - u_A = u_C - u_D = \gamma_\omega (a \cdot \sin\theta - \Delta h)$$
$$u_D - u_A = u_C - u_B = \gamma_\omega a \cdot \cos\theta$$

Sila na *BC* uslijed pornih pritisaka koji djeluju na konture elementa ima veličinu:

$$\gamma_\omega (a \cdot \sin\theta - \Delta h) a \qquad \text{ili} \qquad \gamma_\omega a^2 \sin\theta - \Delta h \gamma_\omega a$$

a konturna sila na *CD* je: $\gamma_\omega a^2 \cos\theta$

Prosječan hidraulički gradijent u posmatranom elementu je: $i = \frac{\Delta h}{a}$

Filtraciona sila J koja djeluje u pravcu tečenja je:

$J = \Delta h \gamma_\omega a = \frac{\Delta h}{b} \gamma_\omega a^2 = i \gamma_\omega a^2$ ili $J = i \gamma_\omega V$ V - zapremina elementa tla

Filtracioni pritisak se definiše kao filtraciona sila koja djeluje na jedinici zapremine, tj.: $j = i \cdot \gamma_\omega$

Sve sile, kako gravitacione, tako i one uslijed filtracije vode, koje djeluju na element *ABCD* mogu se predstaviti planom sila prikazanim na slici *Sile filtracije c)* gdje je:

ab Ukupna težina elementa $= \gamma_z a^2$

bd Konturna sila vode na *CD* (filtracione i hidrostatički slučaj) $= \gamma_\omega b^2 \cos \theta$

de Konturna sila vode na *BC* (hidrostatički slučaj) $= \gamma_\omega a^2 \sin \theta - \Delta h \gamma_\omega a$

dc Konturna sila vode na *BC* (hidrostatički slučaj) $= \gamma_\omega a^2 \sin \theta$

be Rezultantna konturna sila (pri filtraciji)

bc Rezultantna konturna sila (hidrostatički slučaj) $= \gamma_\omega b^2$

ce Filtraciona sila $= \Delta h \gamma_\omega a$

ae Rezultanta zapreminskih sila (pri filtraciji)

ac Rezultanta zapreminskih sila (hidrostatički slučaj) $= \gamma' a^2$

Rezultujuća zapreminska sila se može odrediti alternativno na dva načina koristeći sljedeće kombinacije komponenti sila, i to:
- Ukupna (zasićena) težina + rezultantna konturna sila, tj. zbir vektora *ab* + *be*
- Efektivna (potopljena) težina + filtraciona sila, tj. zbir vektora *ac* + *ce*

SUFOZIJA

U određenim okolnostima, kada je nevezano tlo veoma neujednačenog granulometrijskog sastava i gradijenti filtracije visoki, sile viskoznog trenja mogu izazvati pomjeranje sitnijih čestica tla u odnosu na stabilniji skelet krupnijih zrna.
Ovaj proces migracije zrna naziva se *sufozijom*.
Manja zrna, koja nisu u naponskom kontaktu sa okolinom, mogu biti pomjerena do neke zone gdje se zaustavljaju i akumuliraju zapunjavajući prostor, što se naziva *kolmiranjem*.

Opšte je prihvaćen stav da procesu sufozije mogu biti veoma podložna tla kod kojih je koeficijent filtracije $k > 3*10^{-2}$cm/s i koeficijent uniformnosti $C_U > 20$. Tako Šerard i dr. predlažu sljedeće orijentacione uslove:

- Ako je $C_U < 10$ tlo je autostabilno u pogledu sufozije.

- Ako je $10 < C_U < 20$ tlo je autostabilno ukoliko oblik granulometrijske krive nema naglašene promjene pravca.

- Ako je $20 < C_U < 70$ tlo je autostabilno ukoliko je granulometrijska kriva glatka, bez nagle promjene pravca ili bez položenih poteza znatne dužine.

FILTERSKA PRAVILA

Drenažni sistemi, koji se grade u tlu radi kontrolisanog kretanja vode, moraju da zadovolje dva suprotna zahtjeva:

A. Veličina pora filtera moraju biti dovoljno male kako bi spriječile iznošenje materijala iz susjedne zone.
B. Vodopropusnost mora biti dovoljno velika kako bi se omogućila brza evakuacija vode koja u filter utiče sa relativno malim gradijentima.

Ovi zahtjevi se ispunjavaju zadovoljavanjem eksperimentalno i empirijski utvrđenih ''filterskih pravila''.
Jedan od njih podrazumjeva da su zadovoljene sljedeće tri grupe uslova:

1. a $\dfrac{(d_{15})_F}{(d_{85})_B} < 5$ ili $(d_{15})_F < 5(d_{85})_B$

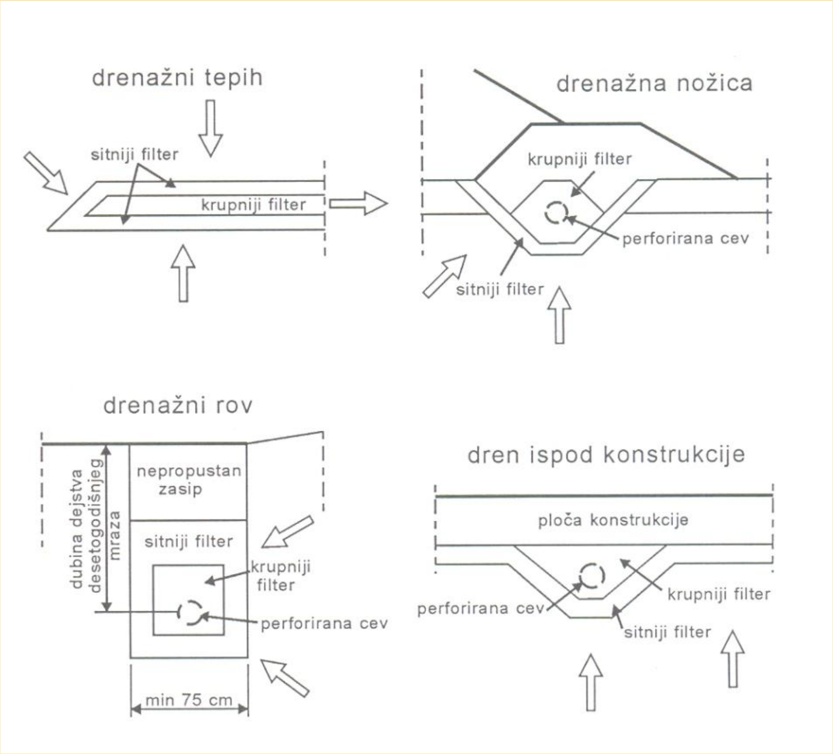
1. b $\dfrac{(d_{50})_F}{(d_{50})_B} < 25$ ili $(d_{50})_F < 25(d_{50})_B$

1. c $\dfrac{(d_{15})_F}{(d_{15})_B} < 20$ ili $(d_{15})_F < 25(d_{15})_B$

Gore naveden odnos izražen brojem 20, prema Karpofu, može dostići teorijsku vrijednost od 40.

2. $\dfrac{(d_{15})_F}{(d_{15})_B} > 5$ ili $(d_{15})_F > 5(d_{15})_B$

3. Filter treba da sadrži manje od 5% sitnozrnih frakcija, tj. zrna manjih od 0.075 mm i pravilo obično sugeriše da granulometrijske krive branjenog materijala i filtera treba da budu glatke.



Zonirani ili višeslojni filteri

Za odvođenje sakupljene vode u drenovima od materijala različitog granulometrijskog sastava mogu se koristiti i perforirane cijevi. Veličine okruglih otvora prečnika D_0 na drenažnim cijevima treba da zadovolje sljedeće uslove:

$D_0 \leq 2.5(d_{50})_F$ i $D_0 \leq 0.5(d_{85})_F$ pri čemu materijal u cijevi treba da zadovolji uslov $d_{60}/d_{10} \leq 2$

Alternativno, i manje precizno u gore navedenom slučaju drenažne cijevi sa kružnim otvorima zahtjeva se da je:

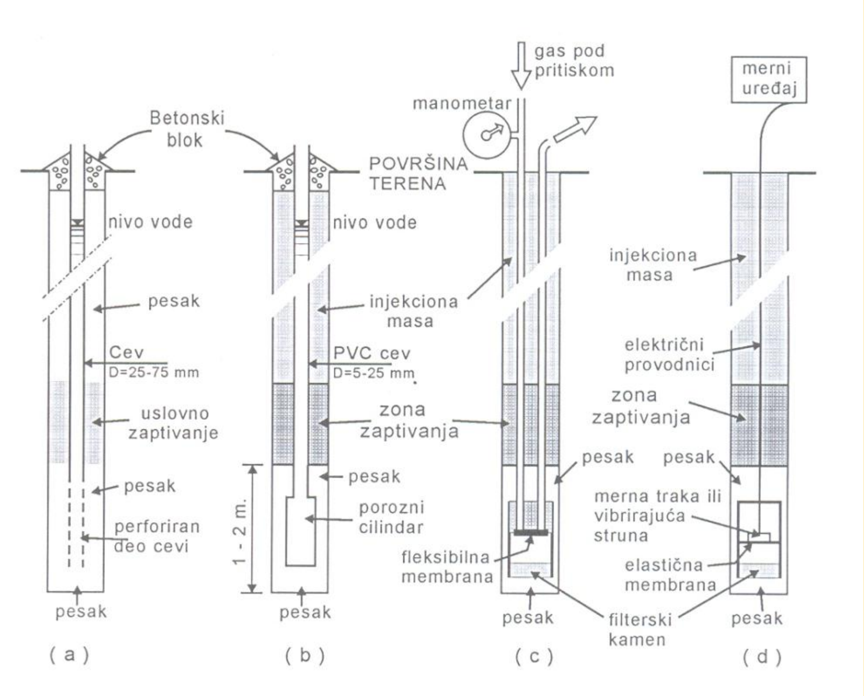
$$(d_{85})/D > 1$$

Ukoliko su otvori na drenažnim cijevima u obliku proreza širine *D*, treba koristiti uslov:

$$(d_{85})/D \geq 2$$

PIJEZOMETRI

Mjerenje nivoa podzemne vode i pornih pritisaka najčešće se vrši pijezometrima ugrađenim u bušotine.



Šeme pijezometara u bušotini
(a) i (b) otvoreni, (c) pneumatski, (d) električni

- U zasićenom tlu relativno velike vodopropusnosti porni pritisci se mogu mjeriti otvorenim pijezometrima, mjerenjem nivoa vode u cijevi koja je ugrađena u bušotinu.
- Hidraulički pijezometar je razvijen za potrebe mjerenja pornih pritisaka u nasutim branama.
- Pneumatski pijezometar se sastoji od dvije cijevi. Pri mjerenju se na jednom kraju cijevi nanese pritisak gasa i mjeri veličina pritiska potrebna da otvori ventil izložen pornom pritisku.
- Električnim pijezometrima se mjeri deformacija baždarene elastične membrane izložene pritisku vode.

Hidraulički, penumatski i električni uređaji, za razliku od otvorenog pijezometra , mogu se ugrađivati u nasipe i nasute brane polaganjem mjerne ćelije u sloj tla tokom nasipanja bez izvođenja bušotine, pri čemu mjerno mjesto može biti na izvjesnom horizontalnom odstojanju i ispod nivoa tačke u kojoj se mjeri porni pritisak.

REZIME

Tlo je u prirodi najčešće ili djelomično ili potpuno zasićeno vodom. Pritisak u pornoj vodi je glavni razlog za razlikovanje totalnih i efektivnih napona. Princip efektivnih napona je fundamentalni princip mehanike tla.

U slučaju djelomičnog zasićenja prisustvo vazduha u kontaktu sa vodom je razlog za pojavu membranskih efekata i pojave negativnih pornih pritisaka u vodi i povećavanje efektivnog napona između zrna tla. Negativni porni pritisci daju tlu prividnu koheziju. Pozitivni porni pritisci smanjuju efektivni napon.

Vodopropusnost tla, zavisno od granulometrijske kompozicije, se kreće u veoma širokim granicama. Sitnozrna tla imaju mnogo manju vodopropusnost od krupnozrnih. Za kontrolu kretanja vode kroz tlo primjenjuju se drenažni sistemi koji moraju da zadovolje filterska pravila.

Porni pritisci u tlu na terenu se mjere pijezometrima. Konstrukcija pijezometra treba da omogući korektno mjerenje sa minimalnim kašnjenjem u slučaju fluktuacije pornih pritisaka.